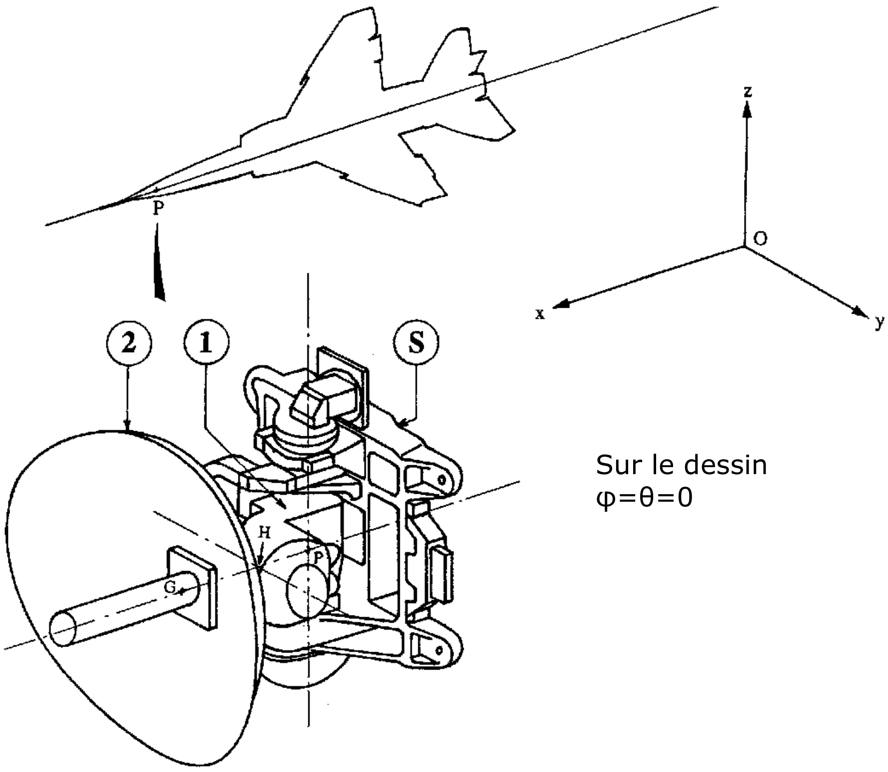
Exercice 10 : application à la notion de torseur sur système de radar embarqué

Le système Σ(1,2,S) est un radar mixte monté dans un nez d'avion.
Le repère R $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est lié à l'espace de référence. L'avion est en translation rectiligne dans cet espace. Le mouvement du repère $(\mathrm{P},\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié à la cellule de l'avion est connu.

$\vec{V}_{(\mathrm{P,S/R})} = v(t).\vec{x}$, v étant une fonction connue, dérivable.



Sur le dessin
φ=θ=0

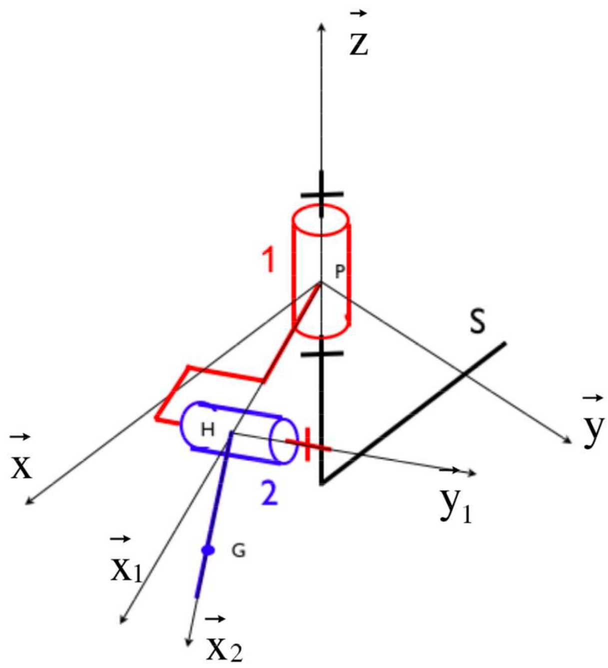
Paramétrage

La partie mobile du radar est schématisée par l'ensemble (1,2). Son orientation par rapport au support de fixation S, lié à la cellule de l'avion, est repérée par les deux paramètres α et β définis ci-dessous :

Solide1 : première sous unité de rotation.
Repère lié $(\mathrm{P},\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$. Mouvement (1/S) : rotation autour de $(\mathrm{P},\vec{z})$.
Position (1/S) repérée par $(\vec{x},\vec{x_1})$ = $(\vec{y},\vec{y_1})$ =φ (angle de gisement).

Solide 2 : seconde sous unité de rotation (qui porte l'antenne, ou réflecteur).
Repère lié $(\mathrm{H},\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z_2})$. $\overrightarrow{PH} = h\vec{x_1}$, h étant une constante positive.
Mouvement (2/1) : rotation autour de $(\mathrm{H},\vec{y_1})$. Position (2/1) repérée par $(\vec{z},\vec{z_2})$ = $(\vec{x_1},\vec{x_2})$ =θ (angle de site). $\overrightarrow{HG} = a\vec{x_2}$, a étant une constante.

Modélisation cinématique



La figure ci contre représente le schéma cinématique de l'ensemble. D'après les données, on peut modéliser les liaisons suivantes entre les solides :

Liaison entre 1 et S : une seule rotation possible autour de l'axe $(\mathrm{P}, \vec{z})$. On modélise cette liaison par une liaison pivot de centre P et d'axe $\vec{z}$.
Liaison entre 2 et 1 : une seule rotation possible autour de l'axe $(\mathrm{H}, \overrightarrow{y_1})$. On modélise cette liaison par une liaison pivot de centre H et d'axe $\overrightarrow{y_1}$.

Travail demandé

1. Tracer les figures planes de changement de bases.

2. Donner l'expression des vecteurs vitesses de rotation $\vec{\Omega}_{2/1}, \vec{\Omega}_{1/S}, \vec{\Omega}_{S/R}, \vec{\Omega}_{2/S}$.

3. Donner l'expression de $\overrightarrow{V_{H,2/1}}$ *et* $\overrightarrow{V_{P,1/S}}$.

4. Exprimer au point P, le torseur cinématique $\{V_{1/S}\}$ *du mouvement de 1 par rapport à S.*

5. Déplacer ce torseur cinématique au point H.

6. Comparer $\overrightarrow{V_{H,2/S}}$ *et* $\overrightarrow{V_{H,1/S}}$. *Expliquer votre raisonnement.*

7. Exprimer, au point H, le torseur cinématique $\{V_{2/S}\}$ *du mouvement de 2 par rapport à S.*

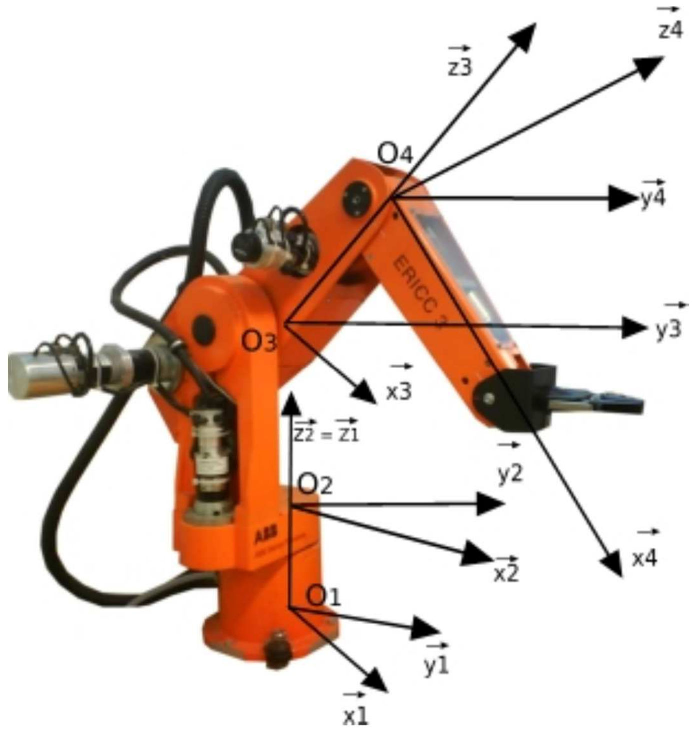
8. Déplacer ce torseur cinématique au point G.

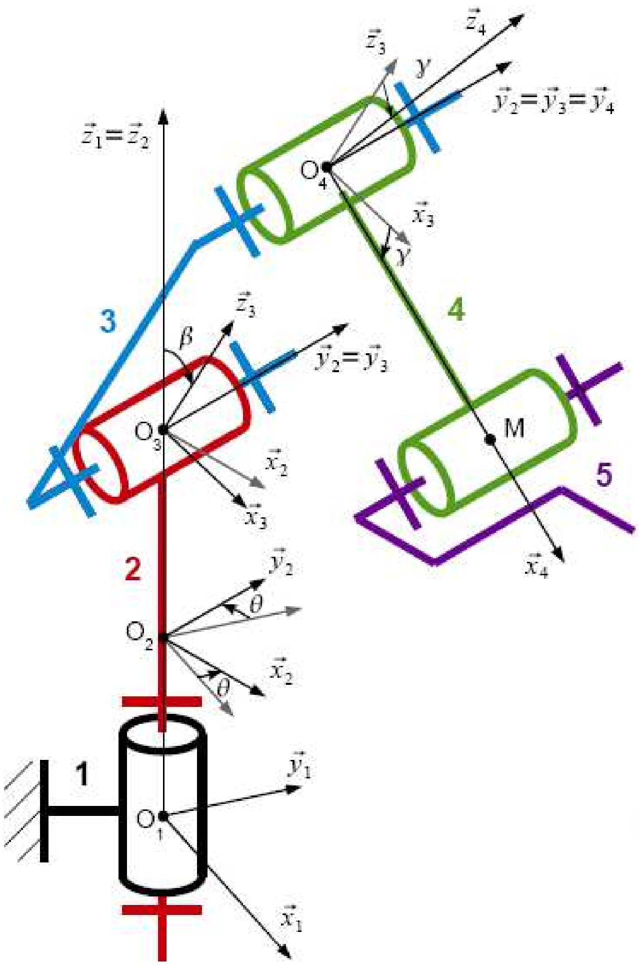
9. Calculer $\overrightarrow{\Gamma_{G,2/R}}$. *Identifier les différents termes que vous obtenez.*

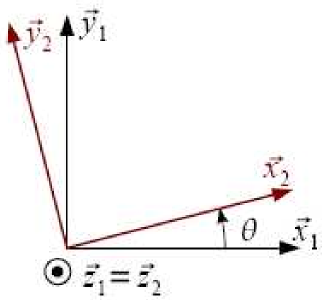
Attention, tous les résultats doivent être exprimés le plus simplement possible. Pas de projections inutiles !

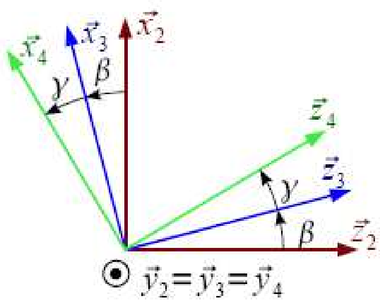
Exercice 11 : application à la notion de torseur → bras de robot

Le robot « Ericc3 » ci-contre est un robot industriel servant à la manutention de pièces sur des postes d'assemblages. Il est composé d'un socle **(1)** fixe par rapport au sol et lié à un repère R_1 de centre 0_1. La chaise **(2)**, liée à un repère R_2 de centre 0_2 est en rotation d'axe $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ par rapport à **(1)**. Un bras **(3)**, lié à un repère R_3 de centre O_3 est en rotation d'axe $\vec{y}_2 = \vec{y}_3$ par rapport à **(2)**. Un avant-bras **(4)**, lié à un repère R_4 de centre O_4 est en rotation d'axe $\vec{y}_4 = \vec{y}_3$ par rapport à **(3)**. À l'extrémité de l'avant-bras **(4)** se trouve le poignet **(5)** mobile par rapport à **(4)**. En rotation par rapport à **(5)** se trouve la pince qui constitue l'extrémité du bras robot. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux pièces **(1)** à **(4)**.









On pose : $\overrightarrow{O_1O_2} = a\,\vec{z}_1$, $\overrightarrow{O_2O_3} = b\,\vec{z}_2$, $\overrightarrow{O_3O_4} = c\,\vec{z}_3$.

1. *Décrire les mouvements et les trajectoires des points $O_2 \in 2$, $O_3 \in 2$, $O_4 \in 3$ et $O_4 \in 4$, dans leur mouvement par rapport à (**1**)*
2. *Exprimer le torseur cinématique du mouvement de (**2**) par rapport à (**1**) en O_2*
3. *Déplacer le torseur cinématique du mouvement de (**2**) par rapport à (**1**) en O_3*
4. *Exprimer le torseur cinématique du mouvement de (**3**) par rapport à (**1**) en O_3*
5. *Déplacer le torseur cinématique du mouvement de (**3**) par rapport à (**1**) en O_4*
6. *Exprimer les torseurs cinématiques du mouvement de (**4**) par rapport à (**1**) en O_4 et en un point M de R_4 tel que* $\overrightarrow{O_4M} = d.\vec{x}_4$.
7. *Calculer les vecteurs accélération* $\vec{\Gamma}_{O_3 \in 3/1}, \vec{\Gamma}_{O_4 \in 4/1}$ *et* $\vec{\Gamma}_{M \in 5/1}$.