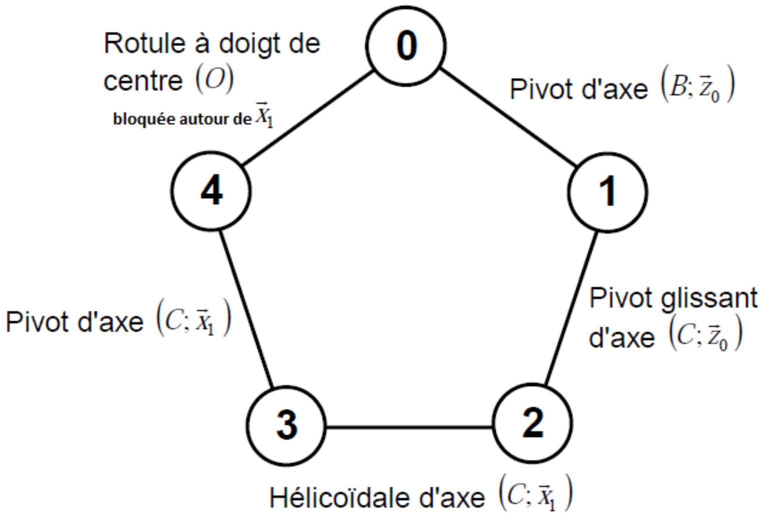
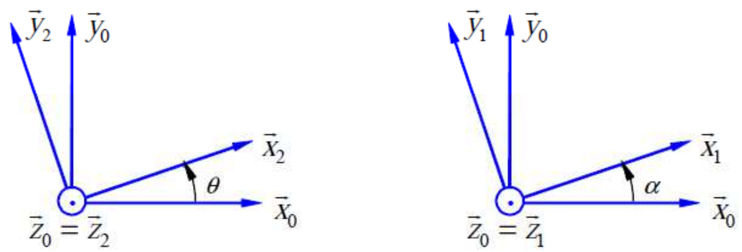
ANALYSE STATIQUE DU ROBOT MAXPID

I ETUDE STATIQUE DU SYSTEME MAXPID

Q1/ Tracer le graphe de structure du mécanisme **Maxpid**.



Q2/ Tracer les figures angulaires planes.



Q3/ Faire le bilan des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur l'ensemble de solides $E = \{4;3;2\}$. Ecrire tous ces torseurs dans la base B_1.
(*utiliser le fait que certains torseurs ont une forme conservée dans plusieurs bases*).

On isole le système de solide $E:\{(4);(3);(2)\}$. Bilan des actions mécaniques extérieures.

$$\{T_{1\to2}\} : \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(C,B_1)} \qquad \{T_{0\to4}\} : \begin{Bmatrix} X_{04} & L_{04} \\ Y_{04} & 0 \\ Z_{04} & 0 \end{Bmatrix}_{(O,B_1)}$$

Q4/ En traduisant l'équilibre de E, démontrer que $\{T_{1\to2}\} = {}_C\begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B1}$.

Le système E est en équilibre. On applique le principe fondamental de la statique, soit :

$$\{T_{1\to2}\} + \{T_{0\to4}\} = \{0\}$$

Ecrivons les moments des torseurs au point O.

$$\vec{M}(O,1 \to 2) = \vec{M}(C,1 \to 2) + \overrightarrow{OC} \wedge \vec{R}_{1\to 2}$$
$$= L_{12}\vec{x}_1 + M_{12}\vec{y}_1 + \lambda\vec{x}_1 \wedge \left(X_{12}\vec{x}_1 + Y_{12}\vec{y}_1\right)$$
$$= L_{12}\vec{x}_1 + M_{12}\vec{y}_1 + \lambda Y_{12}\vec{z}_1$$

Appliquons le PFS en projection sur $\left(\vec{x}_1 ; \vec{y}_1 ; \vec{z}_1\right)$

$$X_{12} + X_{04} = 0 \qquad L_{12} + L_{04} = 0$$
$$Y_{12} + Y_{04} = 0 \qquad M_{12} = 0$$
$$Z_{04} = 0 \qquad \lambda Y_{12} = 0$$

On obtient alors :

$$\{T_{1\to 2}\} : \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(C;B_1)} \qquad \{T_{0\to 4}\} : \begin{Bmatrix} X_{04} & L_{04} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(O;B_1)}$$

Q5/ Faire le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur le solide **1**. Ecrire tous ces torseurs dans la base B_1 (*même remarque que la question 3*).

On isole le solide (1). Bilan des actions mécaniques extérieures.

$$\{T_{2\to 1}\} = -\{T_{1\to 2}\} \qquad \{\mathrm{T}_{0\to 1}\} : \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & 0 \end{Bmatrix}_{(B,B_1)}$$

$$\{\mathrm{T}_{pesanteur\to 1}\} : \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -mg & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(D,B_0)} : \begin{Bmatrix} -mg\sin\alpha & 0 \\ -mg\cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(D,B_1)} : \begin{Bmatrix} -mg\sin\theta & 0 \\ -mg\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(D,B_2)}$$

Q6/ Ecrire le théorème du moment statique en B en projection sur $\vec{z}_1$.

On applique le PFS au solide (1) et l'on écrit l'équation de moment en B en projection sur $\vec{z}_1$

$$\vec{M}(B,1 \to 2) = \vec{M}(C,1 \to 2) + \overrightarrow{BC} \wedge \vec{R}_{1\to 2} \qquad \vec{M}(B, pes \to 1) = \vec{M}(D, pes \to 1) + \overrightarrow{BD} \wedge \vec{R}_{pes\to 1}$$
$$= L_{12}\vec{x}_1 + l\vec{x}_2 \wedge X_{12}\vec{x}_1 \qquad = \vec{0} + L\vec{x}_2 \wedge -mg(\sin\theta\vec{x}_2 + \cos\theta\vec{y}_2)$$
$$= L_{12}\vec{x}_1 - lX_{12}\sin(\theta-\alpha)\vec{z}_1 \qquad = -Lmg\cos\theta\vec{z}_1$$

On obtient alors : $lX_{12}\sin(\theta-\alpha) - Lmg\cos\theta = 0$

Q7/ En déduire l'expression de X_{21} en fonction de m, g, θ, α, l et L.

L'équation précédente nous donne alors : $X_{12} = \dfrac{Lmg\cos\theta}{l\sin(\theta-\alpha)}$ soit : $X_{21} = \dfrac{-Lmg\cos\theta}{l\sin(\theta-\alpha)}$

Q8/ Faire le bilan des actions mécaniques s'exerçant sur le solide **3**. Ecrire ces torseurs dans la base B_1.

Bilan des actions mécaniques au appliquées au solide (3)

$$\{T_{2\to3}\} = \begin{Bmatrix} X_{23} & -\dfrac{p}{2\pi}X_{23} \\ Y_{23} & M_{23} \\ Z_{23} & N_{23} \end{Bmatrix}_{C\ B_1} \qquad \{T_{4\to3}\} = \begin{Bmatrix} X_{43} & 0 \\ Y_{43} & M_{43} \\ Z_{43} & N_{43} \end{Bmatrix}_{C\ B_1} \qquad \{T_{2\to3}\} = \begin{Bmatrix} 0 & C_m \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C\ B_1}$$

Q9/ En écrivant l'équilibre de **3**, démontrer que $C_m = L_{32}$. En déduire X_{32} en fonction de C_m et p.

Ecrivons l'équation de moment calculé en C, en projection sur $\vec{x}_1$ du PFS appliqué au solide (3)

$$-\frac{p}{2\pi}X_{23} + C_m = 0 \qquad \text{soit : } \boxed{X_{23} = \frac{2\pi}{p}C_m}$$

Q10/ En écrivant l'équilibre du solide **2**, déterminer X_{12}.

On isole le solide (2). Inventaire des actions mécaniques appliquées au solide (2)

$$\{T_{1\to2}\} : \begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(C;B_1)} \qquad \{T_{3\to2}\} = -\{T_{2\to3}\}$$

On écrit l'équation de résultante en projection sur $\vec{x}_1$

$$X_{12} - X_{23} = 0 \qquad \text{soit: } \boxed{X_{12} = \frac{2\pi}{p}C_m}$$

Q11/ En déduire que $\boxed{C_m = \dfrac{-p.L.m.g}{2\pi.l}.\dfrac{\cos\theta}{\sin(\alpha-\theta)}}$.

$$\frac{2\pi}{p}C_m = \frac{Lmg\cos\theta}{l\sin(\theta-\alpha)} \qquad \text{soit : } \boxed{C_m = \frac{pLmg\cos\theta}{2\pi l\sin(\theta-\alpha)}}$$