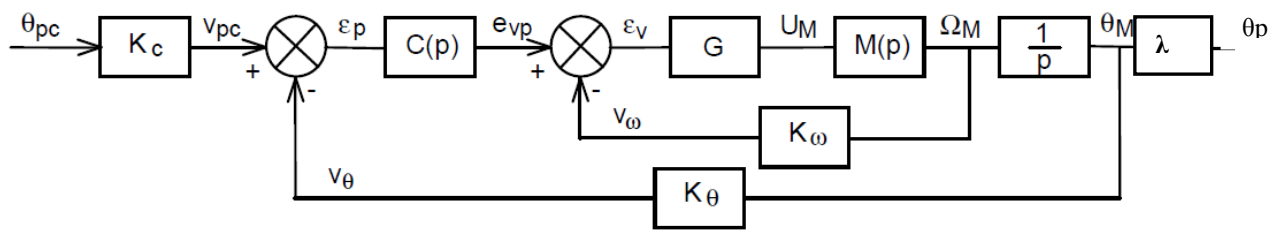


Q0

L'essentiel :

La conversion d'un signal analogique en signal numérique correspond à 3 étapes :

- **Echantillonnage** : la valeur du signal n'est mesurée que périodiquement. Le temps entre deux mesures consécutives est la **période d'échantillonnage** T_e , son inverse est la **fréquence d'échantillonnage** f_e . Celle-ci doit être au moins deux fois plus grande que la fréquence la plus forte $f_{\max}$ composant le signal, selon le **théorème de Nyquist-Shannon**.
- **Quantification** : les valeurs mesurées sont arrondies, afin que le signal numérisé ne prenne qu'un nombre fini de valeurs différentes. Pour un convertisseur analogique-numérique (C.A.N.) n bits travaillant sur un domaine en tension $[U_{\min}; U_{\max}]$, la **résolution** q du convertisseur est $q = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n}$. C'est l'écart entre deux valeurs permises consécutives.
- **Codage**. Pour sa transmission, le signal numérisé est codé en **binaire**, c'est-à-dire en **base 2**. Un nombre binaire est composé de chiffres binaires, les **bits** (0 ou 1).

Q1Q2

Quand $\theta_{pc}(p) = \theta_p(p)$ on veut que $V_{pc}(p) = V_\theta(p)$ or $V_{pc}(p) = \frac{K_\theta}{\lambda} \cdot \theta_m(p)$ et $V_\theta(p) = K_c \cdot \theta_{pc}(p)$
 donc $K_c = \frac{K_\theta}{\lambda}$

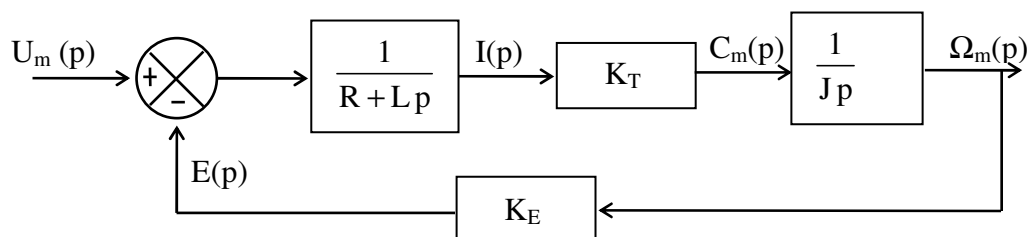
Q3 et 4

$$(1) \xrightarrow{L} U_m(p) = E(p) + R I(p) + L p I(p) \Rightarrow I(p) = \frac{U_m(p) - E(p)}{R + Lp}$$

$$(2) \xrightarrow{L} C_m(p) = K_T I(p)$$

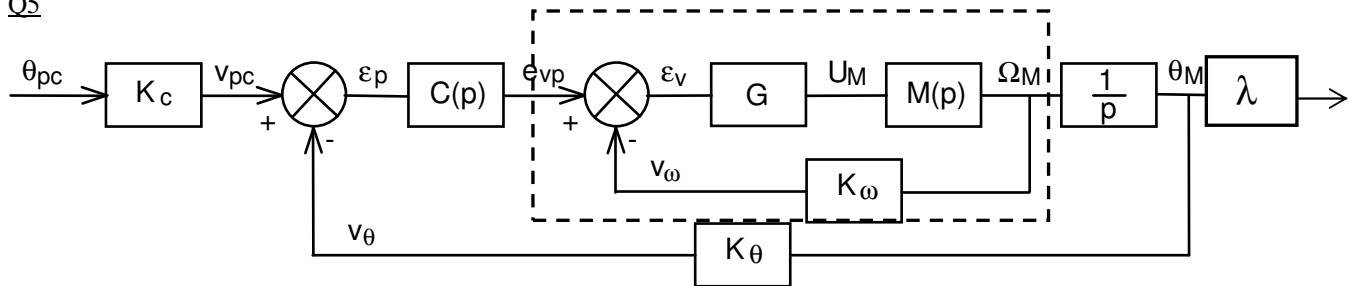
$$(3) \xrightarrow{L} E(p) = K_E \Omega_m(p)$$

$$(4) \xrightarrow{L} C_m(p) = J p \Omega_m(p) \Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{C_m(p)}{Jp}$$



$$H(p) = \frac{\frac{K_T}{(R+Lp)Jp}}{1 + \frac{K_T K_E}{(R+Lp)Jp}} = \frac{K_T}{(R+Lp)Jp + K_T K_E} \Rightarrow H(p) = \frac{\frac{1}{K_T}}{1 + \frac{RJ}{K_E K_T} p + \frac{LJ}{K_E K_T} p^2}$$

Q5



Il faut que $\xi=0,69$ pour un temps de réponse minimal à 5%. La FTBF de la boucle tachymétrique en pointillé a pour expression :

$$FTBF(p) = \frac{\frac{G.K_T}{K_T.(G.K_\omega + K_E)}}{1 + \frac{J.R}{K_T.(G.K_\omega + K_E)} p + \frac{J.L}{K_T.(G.K_\omega + K_E)} p^2} = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}, \text{ par identification on trouve}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{G.K_T.K_\omega + K_T.K_E}{J.L}} \text{ on obtient } \omega_0 = 439 \text{ rad.s}^{-1}.$$

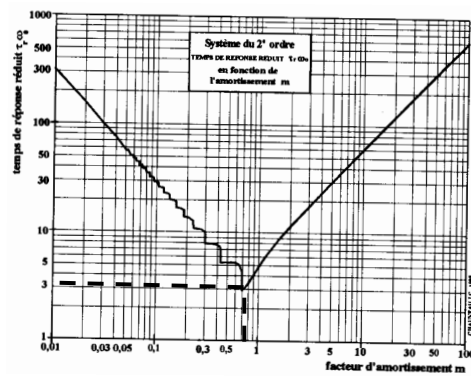
$$\xi = \frac{R\sqrt{J}}{2\sqrt{L}\sqrt{G.K_T.K_\omega + K_T.K_E}}$$

$$\text{Soit } G = \frac{1}{K_\omega} \cdot \left[\frac{R^2}{4\xi^2} \cdot \frac{J}{L.K_T} - K_E \right] \text{ d'où } G=2,48$$

Attention aux conversions pour K_ω et K_E dont l'unité initiale est le V pour 1000 trs/min.

Exemple de conversion :

10 V pour 1000 trs/min
$= \frac{10}{1000}$ V pour 1 tr/min
$= \frac{10}{1000}$ V pour 2π rad/min
$= \frac{10}{1000 \cdot 2\pi}$ V pour 1 rad/min
$= \frac{10}{1000 \cdot 2\pi}$ V pour 1/60 rad/s
$= \frac{10 \cdot 60}{1000 \cdot 2\pi}$ V pour 1 rad/s



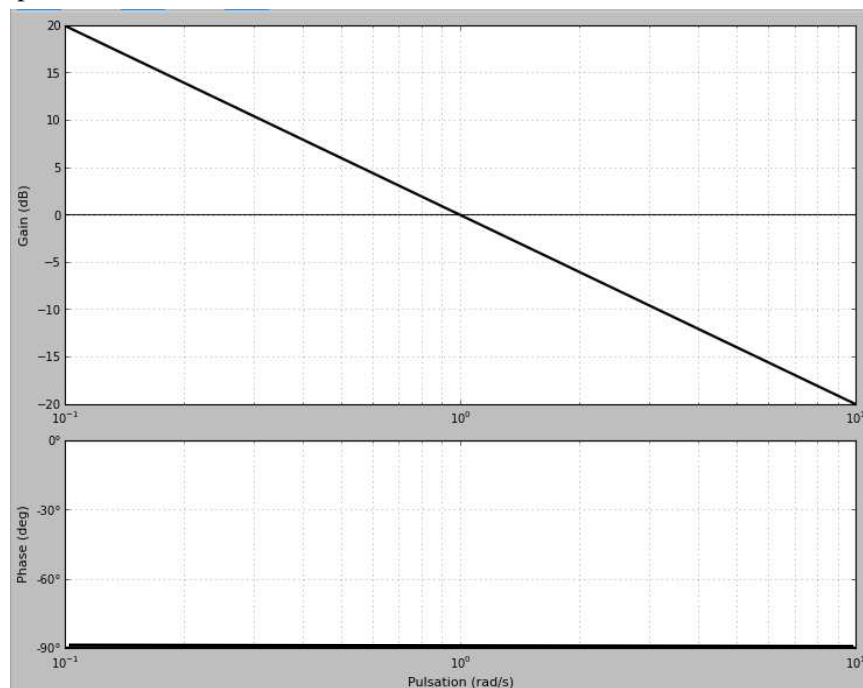
Comme $\tau_{r5\%} \cdot \omega_0 = 3$, $\tau_{r5\%} = 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$.

Q6

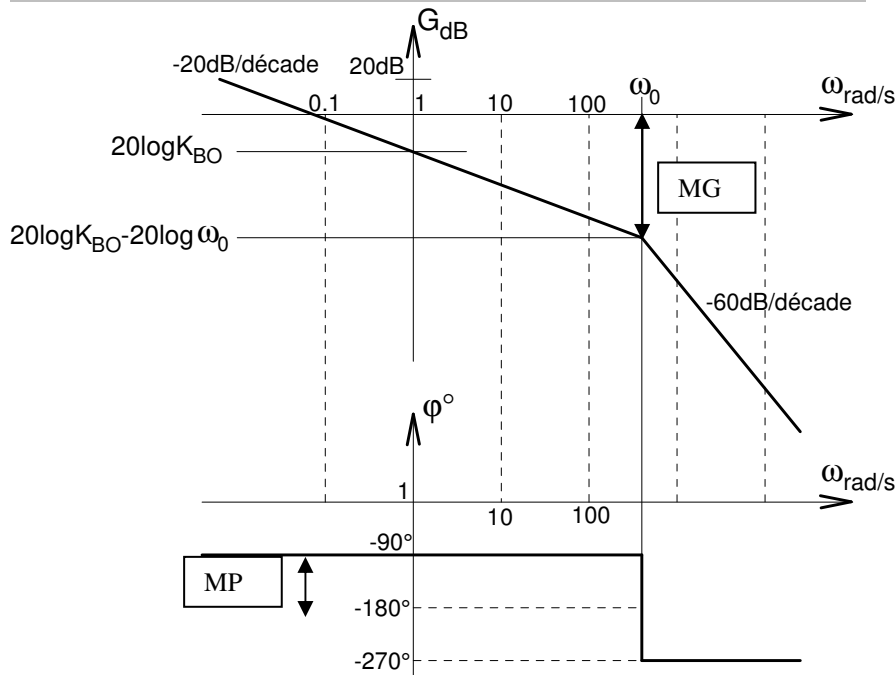
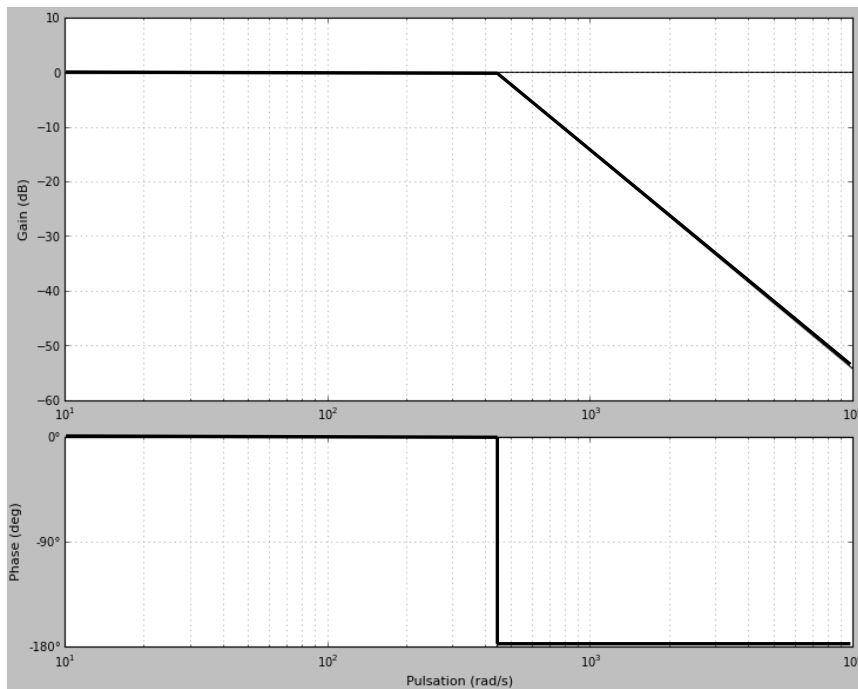
$$H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_p(p)} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2 p + 5,3 \cdot 10^{-3} p^2)} = \frac{86}{p(10^3 + 3,2 p + 5,3 \cdot 10^{-3} p^2)} = \frac{86 \cdot 10^{-3}}{p(1 + 3,2 \cdot 10^{-3} p + 5,3 \cdot 10^{-6} p^2)}$$

$$H_B(p) = \frac{86 \cdot 10^{-3}}{p(1 + 3,2 \cdot 10^{-3} p + 5,3 \cdot 10^{-6} p^2)} = \frac{86 \cdot 10^{-3}}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)} \quad \xi = 0,69 \quad \text{et} \quad \omega_0 = 440 \text{ rad/s}$$

$$\frac{1}{p}$$



$$\frac{86 \cdot 10^{-3}}{\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$$



Q7

- La marge de gain vaut $MG = 74 \text{ dB}$ car $20 \log \left(\left| H_B(j\omega_0) \right| \right) = -74 \text{ dB}$ soit $MG = 74 \text{ dB}$
- La bande passante $BP = 0,086 \text{ rad.s}^{-1}$ est insuffisante car $si \omega = 86.10^{-3} \rightarrow 20 \log \left(\left| H_B(j\omega) \right| \right) = 0$

(rappel : la bande passante est la plage de pulsations pour lesquelles le gain en dB est positif , on la confond souvent avec le majorant de cette plage de pulsations à savoir la pulsation de coupure)

- La marge de phase vaut $MP = 90^\circ$ (peu d'erreur commise à l'aide du diagramme asymptotique la courbe réelle est quasi confondu) car $si \omega = 86.10^{-3} \text{ rad/s} \rightarrow \arg \left(H_B(j\omega) \right) \approx -90$ soit $MP = 90^\circ$

Justification sur l'asymptotique (ici demandée) :

Pour $\omega \leq \omega_0$, $H_B(p) \approx \frac{86.10^{-3}}{p}$

- MG : $20 \log(|H_B(j\omega_0)|) = 20 \log\left(\frac{86.10^{-3}}{\omega_0}\right) = -74 \text{ dB}$ soit MG=74 dB
- BP : $20 \log(|H_B(j\omega)|) = 0 = 20 \log\left(\frac{86.10^{-3}}{\omega}\right) \Leftrightarrow \frac{86.10^{-3}}{\omega} = 1 \Leftrightarrow \omega = 86.10^{-3} \text{ rad/s}$

Justification par la calculatrice (TI) sur le réel (non demandée mais pour s'entraîner):

$$H_B(p) = \frac{86.10^{-3}}{p(1 + 3,2.10^{-3}p + 5,3.10^{-6}p^2)} = \frac{86.10^{-3}}{p\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$$

- MG : $\frac{86.10^{-3}}{p(1 + 3,2.10^{-3}p + 5,3.10^{-6}p^2)} \rightarrow h$
 $h|_{p=i \times \omega_0} \rightarrow g$ résultat -77 dB d'où MG=77 dB
 $20 \log(\text{abs}(g))$
- BP : solve($20 \log(\text{abs}(h|_{p=i \times \omega})) = 0, \omega$) résultat $\omega = 86.10^{-3} \text{ rad/s}$
- MP: $\arg(h|_{p=i \times 86.10^{-3}})$ résultat -90 dB d'où MP = 90°

Q8

On veut pour $\omega = 50 \text{ rad.s}^{-1}$ la gain de la fonction corrigé $G_1 = 0 \text{ dB}$, On a le gain de la fonction non corrigée $G_{(\omega=50)} = -55,3 \text{ dB}$,

on prend $C_0 = 10^{\frac{55,3}{20}} = 582$

Justification :

$$H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\mathcal{E}_p(p)} = C_0 \frac{86.10^{-3}}{p(1 + 3,2.10^{-3}p + 5,3.10^{-6}p^2)}$$

Si je Multiplie $H_B(p)$ par C_0 , alors la courbe se translate de $20 \log C_0 = K \Leftrightarrow C_0 = 10^{\frac{K}{20}}$

Or ici il faut déterminer le gain de la fonction non corrigée en $\omega = 50 \text{ rad.s}^{-1}$

De manière asymptotique (demandée): $H_B(p) \approx \frac{86.10^{-3}}{p} \Leftrightarrow 20 \log(|H_B(j\omega)|) = 20 \log\left(\frac{86.10^{-3}}{50}\right) = -55 \text{ dB}$ d'où on

doit remonter la courbe de 55dB $\rightarrow C_0 = 10^{\frac{55}{20}}$

De manière réelle à la calculatrice (non demandée mais pour s'entraîner) :

$$H_B(p) = \frac{86.10^{-3}}{p(1 + 3,2.10^{-3}p + 5,3.10^{-6}p^2)} = \frac{86.10^{-3}}{p\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$$

$$\frac{86.10^{-3}}{p(1 + 3,2.10^{-3} p + 5,3 \cdot 10^{-6} p^2)} \rightarrow h$$

$$h|_p = i \times 50 \rightarrow g$$

$$20 \log(\text{abs}(g))$$

$$\text{résultat } -57 \text{ dB d'où } C_0 = 10^{\frac{57}{20}}$$

Les marges sont par lecture alors $MG = 74 - 55 = 19 \text{ dB}$, et $MP = 90^\circ$