

DM Toussaint

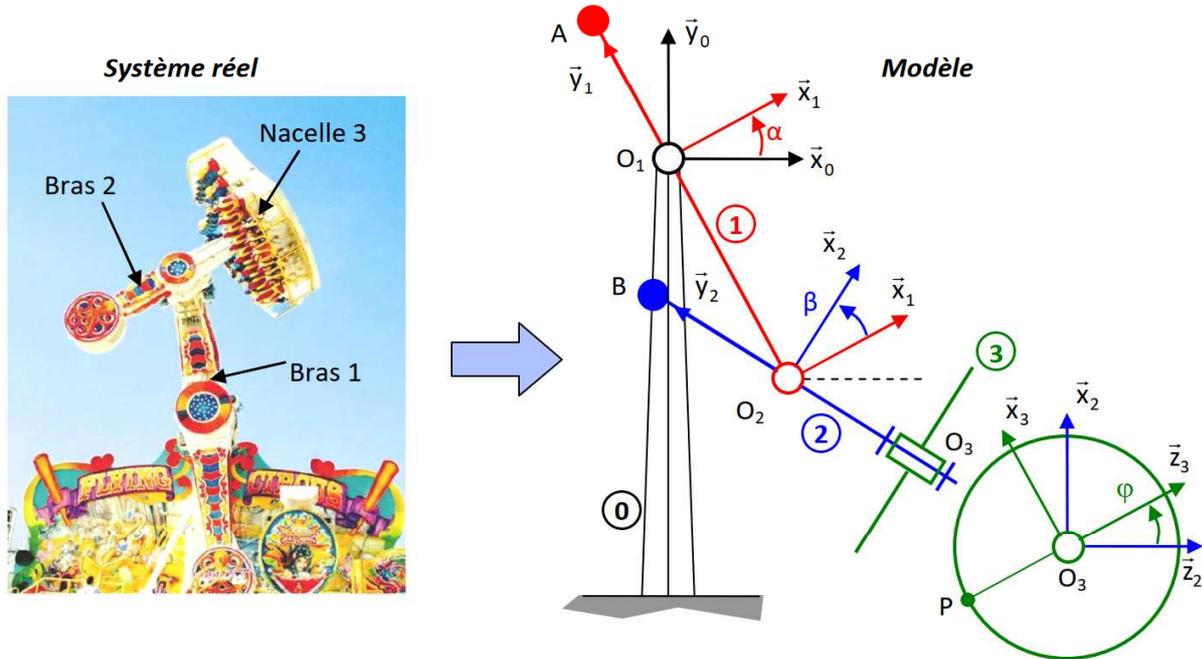
Calculatrice autorisée

Les résultats doivent être encadrés et mis sous forme simplifiée !

Les copies seront numérotées !

Manège Magic Arms

Le manège Magic-Arms dont on la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel, est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 sièges disposés sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaire (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par un ordinateur.



Exigences techniques	Critère	Niveau
Exigence 1.2	Accélération subie par le passager	2,5g maxi

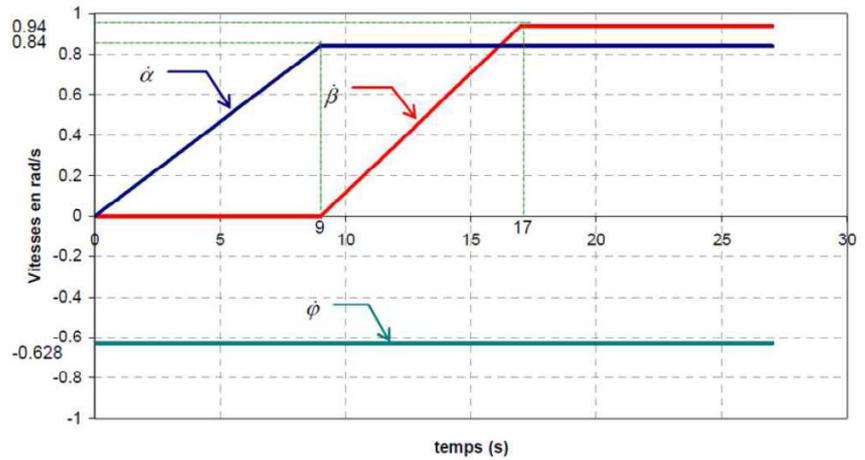
Le manège dont on donne la modélisation ci dessus comporte :

- un bras principal 1 assimilé à une barre AO_1O_2 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{z}_1) caractérisé par le paramètre α avec le bâti 0. On pose $\overrightarrow{O_1O_2} = -l_1 \cdot \vec{y}_1$.
- un bras secondaire 2 assimilé à une barre BO_2O_3 . Il est en liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{z}_2) caractérisé par le paramètre β avec le bras principal 1. On pose $\overrightarrow{O_2O_3} = -l_2 \cdot \vec{y}_2$.
- une nacelle 3 assimilée à un disque de centre O_3 et de rayon R . Elle est en liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{z}_2) caractérisé par le paramètre φ avec le bras 2. On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel P tel que $\overrightarrow{O_3P} = -R \cdot \vec{z}_3$.

Q.1. Construire les figures planes de repérage/paramétrage puis Exprimer les vecteurs vitesses instantanés de rotation $\overrightarrow{\Omega}_{10}$, $\overrightarrow{\Omega}_{20}$ et $\overrightarrow{\Omega}_{30}$ de chacun des solides 1,2 et 3 dans leur mouvement respectif par rapport au bâti 0.

Q.2. Déterminer l'expression générale de la vitesse du point P associé au passager par rapport au bâti 0, notée $\overrightarrow{V}_{P,3/0}$.

On donne ci-contre l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.



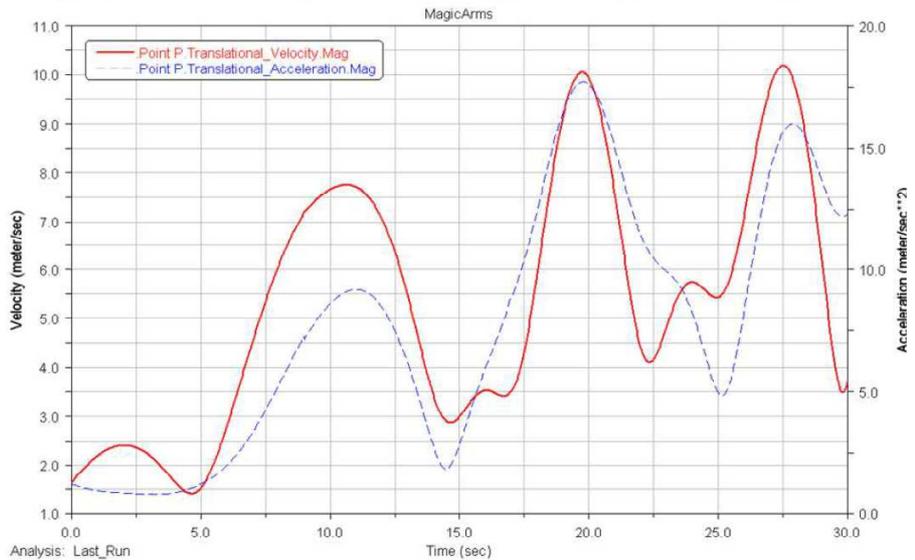
Q.3. Déterminer les valeurs des paramètres $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\phi}$ puis l'expression analytique des positions angulaires $\alpha(t)$, $\beta(t)$ et $\phi(t)$ dans l'intervalle de temps [17-27] secondes en sachant qu'à l'instant $t=17s$, on a $\alpha= 10,5$ rad, $\beta= 3,76$ rad et $\phi = -10,676$ rad.

Q.4. Déterminer à partir des équations obtenues Q.3. les valeurs numériques à l'instant $t_1=19,8$ s de α , β et ϕ .

Q.5. On pose $\vec{V}_{p,3/0} = V_{x2} \cdot \vec{x}_2 + V_{y2} \cdot \vec{y}_2 + V_{z2} \cdot \vec{z}_2$. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} puis les valeurs numériques de V_{x2} , V_{y2} et V_{z2} à l'instant $t_1=19,8s$. (Données : $l_1= 3,9m$, $l_2= 2,87m$, $R= 2,61m$).

Q.6. Déterminer l'expression générale de l'accélération du point P associé au passager par rapport au bâti O, notée $\vec{\Gamma}_{p,3/0}$ dans l'intervalle de temps [17-27] secondes pour lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-contre, obtenu par simulation numérique, présente le module de la vitesse du passager P par rapport au bâti O ainsi que le module de l'accélération du passager P par rapport au bâti O en fonction du temps.



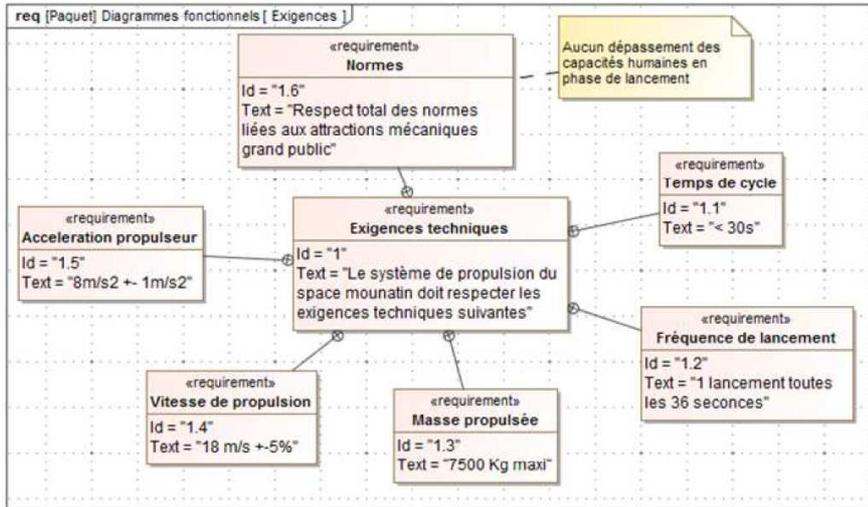
Q.7. Comparer les résultats obtenus Q.4. à ceux du graphe pour un temps $t_1=19,8$ s.

! pas en Q4 mais en Q5 !

Q.8. Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Système de lancement du Space Mountain®

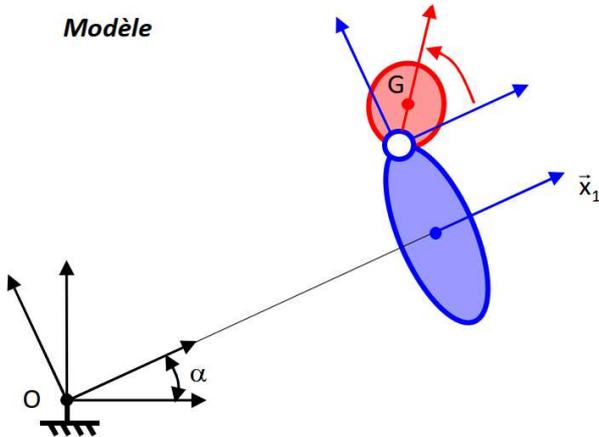
Le Space Mountain est une attraction installée au parc Euro Disney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Le système de lancement de la montagne russe, évoquant un canon, est une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un poussoir vient en contact avec le train (contenant les passagers) afin de le propulser.



Rampe de lancement

On donne le modèle cinématique.

Modèle



$R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est le repère attaché au sol.
 $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est le repère attaché au rail.
 $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est le repère attaché à la catapulte.
 Les repères R_1 et R_0 sont en translation l'un par rapport à l'autre.

$R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est le repère attaché à la tête d'un passager. Le centre de gravité de la tête du passager est défini par $\vec{O}_2\vec{G} = a_2 \cdot \vec{x}_2$. On pose :

- $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_0) = (\vec{y}, \vec{y}_0)$ où $\alpha = \text{constante}$
- $\vec{OO}_1 = \lambda \cdot \vec{x}_1$.
- $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
- $\vec{O}_1\vec{O}_2 = a_1 \cdot \vec{x}_1 + b_1 \cdot \vec{y}_1$.

Q.1. Compléter le schéma cinématique puis construire le(s) figure(s) plane(s) de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation $\vec{\Omega}_{1/0}$, $\vec{\Omega}_{2/1}$ et $\vec{\Omega}_{2/0}$.

Q.2. Déterminer $\vec{V}_{O_2,2/0}$.

Q.3. Déterminer $\vec{V}_{G,2/0}$ et $\vec{\Gamma}_{G,2/0}$.

Q.4. On suppose que le cas le plus défavorable et lorsque l'accélération maximale du cahier des charges est supportée par le terme de l'accélération sur \vec{y}_2 , à savoir $a_2 \cdot \beta$. Montrer que le corps humain, qui peut supporter jusqu'à $80 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$, résiste ($a_2 = 17 \text{ cm}$). Conclure quant au respect du cahier des charges des dépassements des capacités humaines.

Console portante de bateau

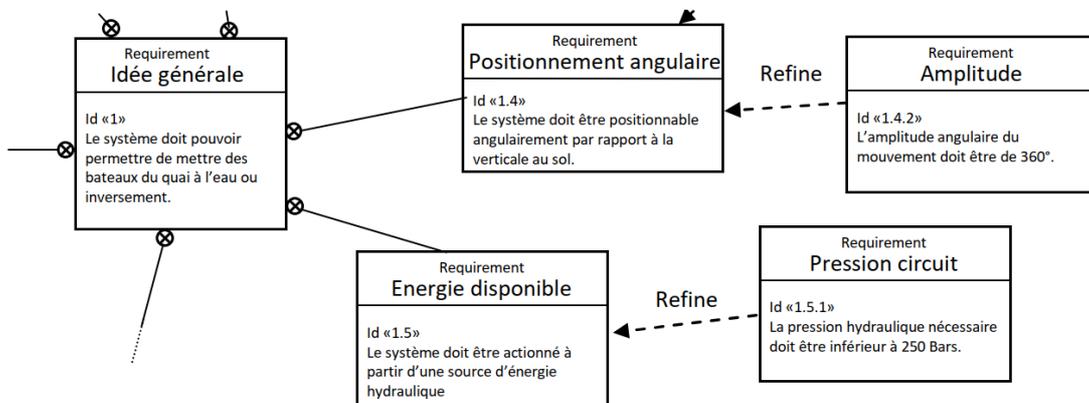
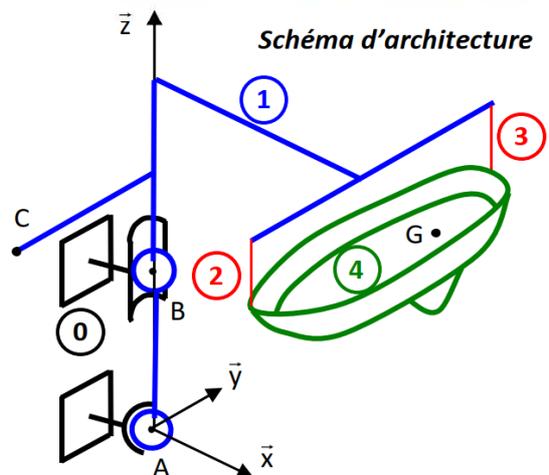
On s'intéresse à un système de console portante de bateau destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance. On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



La console 1 est en liaison avec le quai 0 par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre A et d'une liaison linéaire annulaire en B(0,0,z_B) d'axe (B, \vec{z}). Cette solution permet de faire pivoter la console autour de l'axe (B, \vec{z}) à l'aide d'un vérin linéaire dont la tige est rattachée au point C(0,-y_C,z_C). Le vérin fonctionne uniquement lors de la mise à l'eau du bateau.

Le bateau 4 de centre de gravité G(x_G,y_G,z_G) et de masse m est suspendu à la console par deux câbles 2 et 3.

La masse de la console et des câbles sont négligés par rapport à celle du bateau.



Q.1. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison en A.

Q.2. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison en B.

Q.3. Déterminer les inconnues de liaison en A et B.

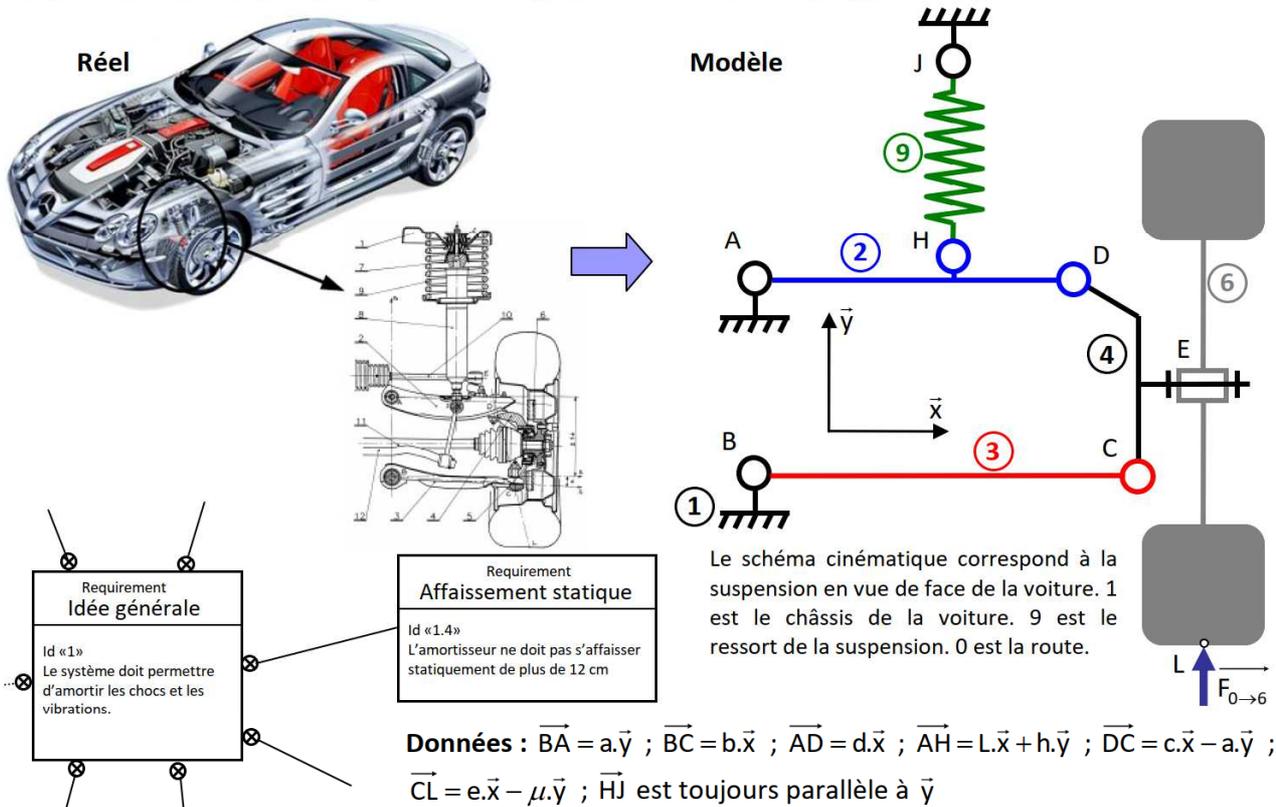
Q.4. On prend en compte à présent l'action du vent sur le bateau qui est modélisée par une force $\vec{F}_{\text{vent} \rightarrow 4} = -F_{\text{vent} \rightarrow 4} \cdot \vec{x}$ au point G. Pour éviter au portique de tourner le vérin exerce un effort $\vec{F}_{\text{verin} \rightarrow 1} = F_{\text{verin} \rightarrow 1} \cdot \vec{x}$ au point C. Déterminer l'expression de $F_{\text{verin} \rightarrow 1}$.

Q.5. Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Données : z_B = 4 m, y_C = 4 m, z_C = 6 m, x_G = 6 m, y_G = 2 m, z_G = 6 m, F_{vent→4} = 15000N, Surface piston S = 2500.π mm².

Suspension automobile

On s'intéresse à une suspension automobile dont on donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel ainsi qu'une modélisation. L'objectif est de vérifier si la suspension satisfait le niveau du critère d'affaissement statique maximal du cahier des charges, c'est à dire vérifier si la voiture, soumise à son propre poids, s'affaisse de moins ou de plus de 12 cm, suite à l'écrasement des amortisseurs.



Les hypothèses sont les suivantes :

- le problème est plan ; la pesanteur est négligée ; toutes les liaisons sont parfaites.
- L'action du sol sur la roue est modélisée par $\vec{F}_{0 \rightarrow 6} = F_{06} \cdot \vec{y}$ (où F_{06} représente le quart du poids de la voiture, qui se répartie également sur les quatre roues).
- On modélise ici l'amortisseur par un simple ressort (en effet usuellement on utilise plutôt un modèle ressort + amortisseur visqueux en parallèle mais on peut négliger ici l'amortissement visqueux puisqu'on étudie le système en statique).

Q.1. Montrer que $Y_{43}=0$.

Q.2. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS à l'ensemble {4+6} au point D.

Q.3. Montrer que $X_{92}=0$.

Q.4. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS au solide 2 au point A.

Q.5. Déterminer toutes les inconnues d'effort en fonction de F_{06} .

Données : $a = 16$ cm, $b = 33$ cm, $c = 8$ cm, $d = 25$ cm, $h = 3$ cm, $L = 15$ cm, $e = 9$ cm, $\mu = 18$ cm. La raideur du ressort est $k = 100\,000$ N/m. La masse de la voiture est de 2200 kg.

Q.6. Conclure quant à la capacité de la suspension de voiture à satisfaire l'exigence affaissement statique du cahier des charges.