DM 1

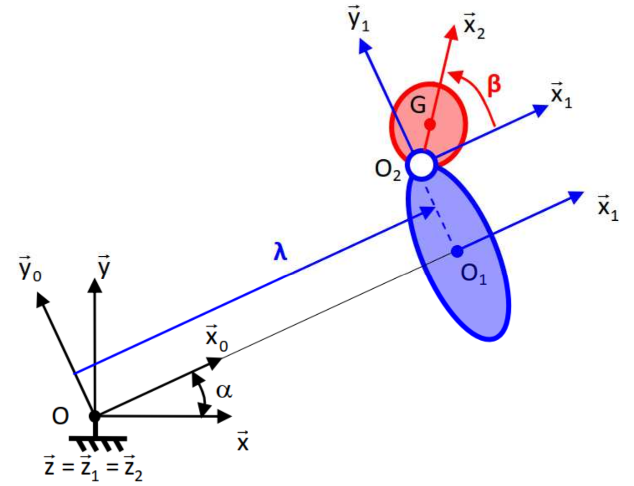
Calculatrice autorisée

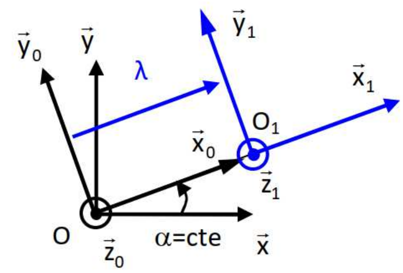
Les résultats doivent être encadrés et mis sous forme simplifiée !

Les copies seront numérotées !

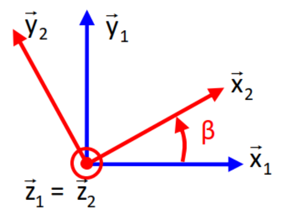
Système de lancement du Space Mountain® - Corrigé

Q.1.





$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0}$



$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\beta}.\vec{z}_2 \rightarrow \overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \dot{\beta}.\vec{z}_2$

Q.2. $\overrightarrow{V_{O_2,2/0}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OO_2}\Big|_0 = \dfrac{d}{dt}(\lambda.\vec{x}_1 + a_1.\vec{x}_1 + b_1.\vec{y}_1)\Big|_0 = \dot{\lambda}.\vec{x}_1 \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{O_2,2/0}} = \dot{\lambda}.\vec{x}_1}$

Q.3. $\overrightarrow{V_{G,2/0}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{OG}\Big|_0 = \dfrac{d}{dt}(\lambda.\vec{x}_1 + a_1.\vec{x}_1 + b_1.\vec{y}_1 + a_2.\vec{x}_2)\Big|_0 = \dot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\dfrac{d}{dt}\vec{x}_2\Big|_0 = \dot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\dot{\beta}.\vec{y}_2$

$\rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{G,2/0}} = \dot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\dot{\beta}.\vec{y}_2}$

$\overrightarrow{\Gamma_{G,2/0}} = \dfrac{d}{dt}\overrightarrow{V_{G,2/0}}\Big|_0 = \dfrac{d}{dt}(\dot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\dot{\beta}.\vec{y}_2)\Big|_0 = \ddot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\ddot{\beta}.\vec{y}_2 + a_2.\dot{\beta}.\dfrac{d}{dt}\vec{y}_2\Big|_0 = \ddot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\ddot{\beta}.\vec{y}_2 - a_2.\dot{\beta}^2.\vec{x}_2$

$\rightarrow \boxed{\overrightarrow{\Gamma_{G,2/0}} = \ddot{\lambda}.\vec{x}_1 + a_2.\ddot{\beta}.\vec{y}_2 - a_2.\dot{\beta}^2.\vec{x}_2}$

Rappels :

$\dfrac{d}{dt}\vec{x}_2\Big|_0 = \dfrac{d}{dt}\vec{x}_2\Big|_2 + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \vec{x}_2 = \dot{\beta}.\vec{z}_2 \wedge \vec{x}_2 = \dot{\beta}.\vec{y}_2$

$\dfrac{d}{dt}\vec{y}_2\Big|_0 = \dfrac{d}{dt}\vec{y}_2\Big|_2 + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \vec{y}_2 = \dot{\beta}.\vec{z}_2 \wedge \vec{y}_2 = -\dot{\beta}.\vec{x}_2$

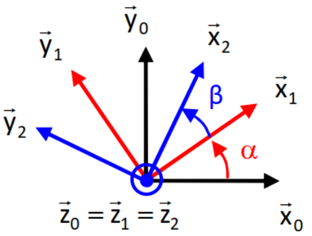
(ici, il est cependant préférable de trouver ce résultat par les figures géométrales)

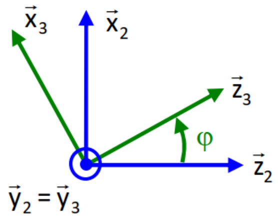
Q.4. Accélération maximale = 9 m/s² d'après le C.d.C.F. → $a_2.\ddot{\beta} = 9 \rightarrow \ddot{\beta} = \dfrac{9}{a_2} = \dfrac{9}{0,17} = 53$ rad.s^{-2}

$\ddot{\beta} = 53$ rad.s^{-2} < 80 rad.s^{-2} → C.d.C.F. ok

Manège Magic Arms - Corrigé

Q.1.





$$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}.\vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\beta}.\vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\varphi}.\vec{y}_2$$
$$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \overrightarrow{\Omega_{21}} + \overrightarrow{\Omega_{10}} = (\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{z}_0$$
$$\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \overrightarrow{\Omega_{3/2}} + \overrightarrow{\Omega_{21}} + \overrightarrow{\Omega_{10}} = (\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{z}_0 + \dot{\varphi}.\vec{y}_2$$

Q.2. Le point P a une réalité physique sur le solide 3, on peut utiliser le calcul direct.

$$\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \overrightarrow{V_{P/0}} = \left.\frac{d}{dt}\overrightarrow{O_1P}\right|_0 = \left.\frac{d}{dt} -l_1.\vec{y}_1 - l_2.\vec{y}_2 - R.\vec{z}_3\right|_0 = l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2 - R.\left.\frac{d}{dt}\vec{z}_3\right|_0$$

Avec $\left.\frac{d}{dt}\vec{z}_3\right|_0 = \left.\frac{d}{dt}\vec{z}_3\right|_3 + \overrightarrow{\Omega_{3/0}} \wedge \vec{z}_3 = \left((\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{z}_2 + \dot{\varphi}.\vec{y}_3\right) \wedge \vec{z}_3 = (\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi.\vec{y}_2 + \dot{\varphi}.\vec{x}_3$

$\rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3}$

Q.3. Pour t [17-27] secondes on a les trois vitesses angulaires constantes → il y a donc 3 mouvements circulaires uniformes (accélérations nulles) :

$\boxed{\dot{\alpha} = 0{,}84 \text{ rad/s}}$ Loi du mouvement → $\alpha(t) = \dot{\alpha}.t + cte_1$ et à t = 17s, on a α= 10,5 rad

$\boxed{\dot{\beta} = 0{,}94 \text{ rad/s}}$ Loi du mouvement → $\beta(t) = \dot{\beta}.t + cte_2$ et à t = 17s, on a β= 3,76 rad

$\boxed{\dot{\varphi} = -0{,}628 \text{ rad/s}}$ Loi du mouvement → $\varphi(t) = \dot{\varphi}.t + cte_3$ et à t = 17s, on a $\varphi = -10{,}676$ rad

→ α(17 s) =10,5 rad = $0{,}84 \times 17 + cte_1$ → $cte_1 = 10{,}5 - 0{,}84 \times 17 = -3{,}78$
→ β(17 s) = 3,76 rad = $0{,}94 \times 17 + cte_2$ → $cte_2 = 3{,}76 - 0{,}94 \times 17 = -12{,}22$
→ φ(17 s) = -10,676 rad = $-0{,}628 \times 17 + cte_3$ → $cte_3 = -10{,}676 + 0{,}628 \times 17 = 0$

Loi du mouvement → $\boxed{\alpha(t) = 0{,}84.t - 3{,}78}$
Loi du mouvement → $\boxed{\beta(t) = 0{,}94.t - 12{,}22}$
Loi du mouvement → $\boxed{\varphi(t) = -0{,}628.t}$

Q.4. Pour t_1=19,8 s on a :
$\alpha(19{,}8) = \dot{\alpha}.t - 3{,}78 = 0{,}84 \times 19{,}8 - 3{,}78 = 12{,}852$ rad
$\beta(19{,}8) = \dot{\beta}.t - 12{,}22 = 0{,}94 \times 19{,}8 - 12{,}22 = 6{,}392$ rad
$\varphi(19{,}8) = \dot{\varphi}.t = -0{,}628 \times 19{,}8 = -12{,}43$ rad

Q.5. $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3 = V_{x2}.\vec{x}_2 + V_{y2}.\vec{y}_2 + V_{z2}.\vec{z}_2$.

Avec :
$\vec{x}_1 = \cos\beta.\vec{x}_2 - \sin\beta.\vec{y}_2$
$\vec{x}_3 = -\sin\varphi.\vec{z}_2 + \cos\varphi.\vec{x}_2$

$$\overrightarrow{V_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}.(\cos\beta.\vec{x}_2 - \sin\beta.\vec{y}_2) + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.(-\sin\varphi.\vec{z}_2 + \cos\varphi.\vec{x}_2)$$

Soit : $\boxed{\begin{cases} V_{x2} = l_1.\dot{\alpha}.\cos\beta + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}) - R.\dot{\varphi}.\cos\varphi \\ V_{y2} = -l_1.\dot{\alpha}.\sin\beta - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi \\ V_{z2} = +R.\dot{\varphi}.\sin\varphi \end{cases}}$

A.N. : $\begin{cases} V_{x2} = 3{,}9 \times 0{,}84 \times \cos 6{,}392 + 2{,}87.(0{,}84+0{,}94) + 2{,}61 \times 0{,}628.\cos(-12{,}43) \\ V_{y2} = -3{,}9 \times 0{,}84.\sin 6{,}392 - 2{,}61.(0{,}84+0{,}94).\sin(-12{,}43) \\ V_{z2} = -2{,}61 \times 0{,}628.\sin(-12{,}43) \end{cases}$

Soit $V_{x2} = 10$ m/s, $V_{y2} = -0{,}967$ m/s et $V_{z2} = -0{,}215$ m/s.

Q.6. $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3$

$$\overrightarrow{\Gamma_{P,3/0}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{V_{P,3/0}}\Big|_0 = \frac{d}{dt}\left(l_1.\dot{\alpha}.\vec{x}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.\vec{x}_3\right)\Big|_0$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}.\frac{d}{dt}\vec{x}_1\Big|_0 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\frac{d}{dt}\vec{x}_2\Big|_0 - R.\dot{\varphi}.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\cos\varphi.\vec{y}_2 - R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\sin\varphi l_2.\frac{d}{dt}\vec{y}_2\Big|_0 - R.\dot{\varphi}.\frac{d}{dt}\vec{x}_3\Big|_0$$

Avec :

$$\frac{d}{dt}\vec{x}_1\Big|_0 = \dot{\alpha}.\vec{y}_1$$

$$\frac{d}{dt}\vec{x}_2\Big|_0 = (\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{y}_2$$

$$\frac{d}{dt}\vec{y}_2\Big|_0 = -(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{x}_2$$

$$\frac{d}{dt}\vec{x}_3\Big|_0 = \frac{d}{dt}\vec{x}_3\Big|_3 + \overrightarrow{\Omega_{3/0}} \wedge \vec{x}_3 = \left((\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\vec{z}_2 + \dot{\varphi}.\vec{y}_3\right) \wedge \vec{x}_3 = (\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\cos\varphi.\vec{y}_2 - \dot{\varphi}.\vec{z}_3$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{P,3/0}} = l_1.\dot{\alpha}^2.\vec{y}_1 + l_2.(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2.\vec{y}_2 - R.\dot{\varphi}.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\cos\varphi.\vec{y}_2 + R.(\dot{\alpha}+\dot{\beta})^2.\sin\varphi.\vec{x}_2 - R.\dot{\varphi}.(\dot{\alpha}+\dot{\beta}).\cos\varphi.\vec{y}_2 + R.\dot{\varphi}^2.\vec{z}_3}$$

Q.7. Pour t_1=19,8 s, on a graphiquement $\left\|\overrightarrow{V_{P,3/0}}\right\| = 10$ m/s.

D'après Q.5. on a $\left\|\overrightarrow{V_{P,3/0}}\right\| = \sqrt{V_{x2}{}^2 + V_{y2}{}^2 + V_{z2}{}^2} = \sqrt{10^2 + 0{,}967^2 + 0{,}215^2}$ = 10,04 m/s

→ On retrouve les mêmes résultats.

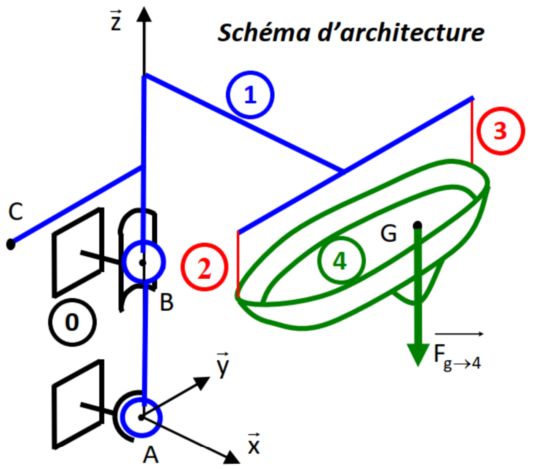
Q.8. Graphiquement on a $\left\|\overrightarrow{\Gamma_{P,3/0}}\right\|_{max} = 17{,}7$ m/s^2 soit $\frac{17{,}7}{g} = \frac{17{,}7}{9{,}81} = 1{,}8$ g < 2,5.g → C.d.C.F. ok.

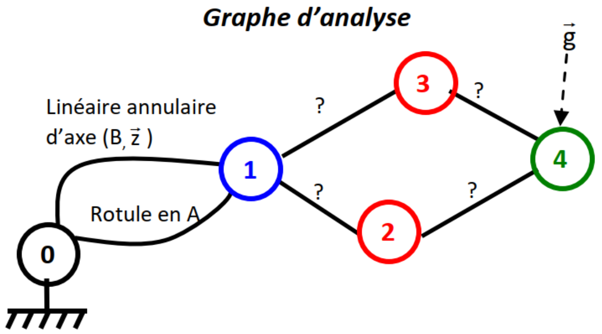
Console portante de bateau - Corrigé

Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\left\{F_{rotule\,0\to1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{rotule\,0\to1} & 0 \\ Y_{rotule\,0\to1} & 0 \\ Z_{rotule\,0\to1} & 0 \end{matrix}\right\}_{A\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\vec{z}$): $\left\{F_{L.A.0\to1}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{L.A.0\to1} & 0 \\ Y_{L.A.0\to1} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{B\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

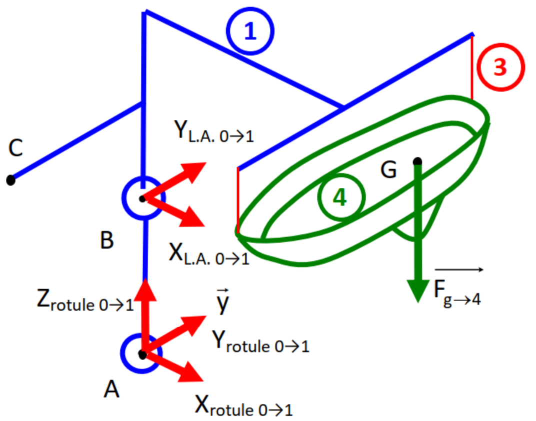
Q.3.

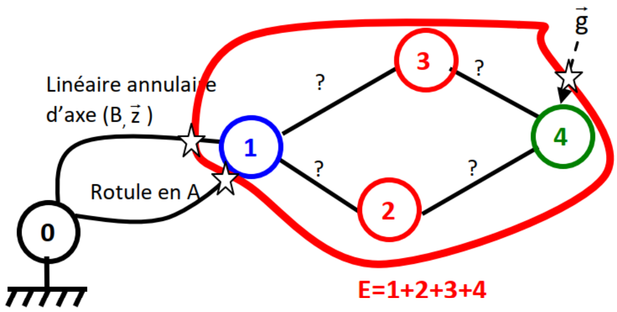




Objectif d'étude: on cherche toutes les inconnues de liaison entre la console 1 et le quai 0 en A et B

On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le B.A.M.E :





B.A.M.E. :

- 0 → 1 : Liaison rotule en A.
- 0 → 1 : Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\vec{z}$).
- Pesanteur → 4 : $\overrightarrow{F_{g\to4}} = -m.g.\vec{z}$ en G : $\left\{F_{g\to4}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m.g & 0 \end{matrix}\right\}_{G\,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

On applique le PFS sur l'ensemble E au point A : $\sum\left\{F_{\bar{E}\to E}\right\} = \{0\} \rightarrow \left\{F_{rotule\,0\to1}\right\} + \left\{F_{L.A.0\to1}\right\} + \left\{F_{g\to4}\right\} = \{0\}$

$$\rightarrow \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{rotule\,0\to1}\\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{rotule\,0\to1})\end{matrix}\right\}_A + \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{L.A.0\to1}\\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1})\end{matrix}\right\}_A + \left\{\begin{matrix}\vec{R}_{g\to4}\\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4})\end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{L.A.0\to1}\}$:

$$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) = \overrightarrow{M_B}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) + \overrightarrow{AB}\wedge\vec{R}_{L.A.0\to1} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) = \overrightarrow{AB}\wedge\vec{R}_{L.A.0\to1}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{L.A.0\to1}) = z_B.\vec{z}\wedge\left(X_{L.A.0\to1}.\vec{x}+Y_{L.A.0\to1}.\vec{y}\right) = z_B.X_{L.A.0\to1}.\vec{y} - z_B.Y_{L.A.0\to1}.\vec{x}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{g\to4}\}$:

$$\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) = \overrightarrow{M_G}(\vec{R}_{g\to4}) + \overrightarrow{AG}\wedge\vec{R}_{g\to4} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) = \overrightarrow{AG}\wedge\vec{R}_{g\to4}$$

$$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{g\to4}) = (x_G.\vec{x}+y_G.\vec{y}+z_G.\vec{z})\wedge(-m.g.\vec{z}) = x_G.m.g.\vec{y} - y_G.m.g.\vec{x}$$

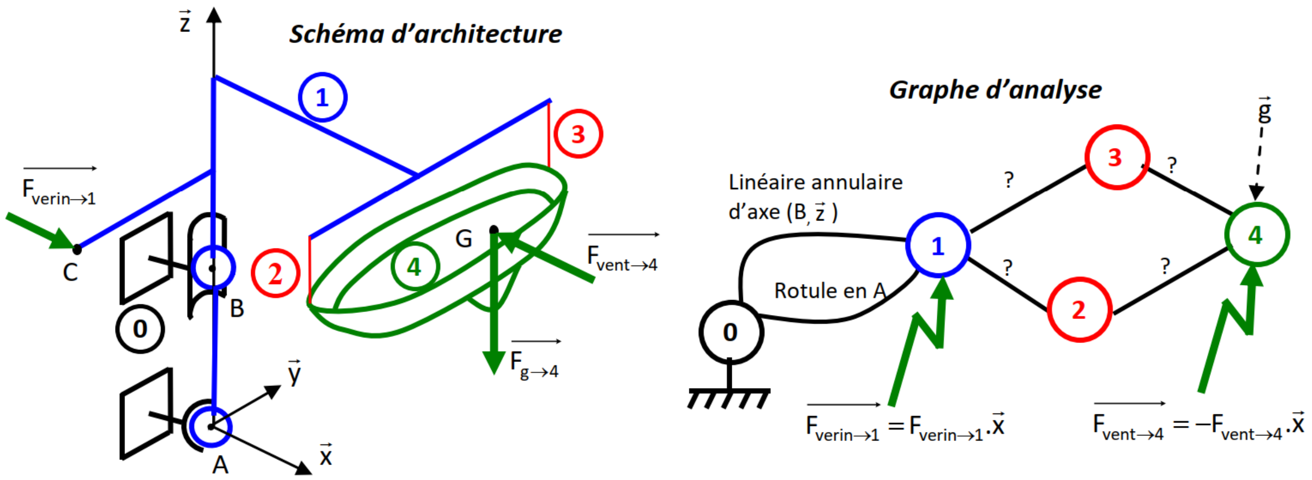
Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$X_{rotule\,0\to1} + X_{L.A.0\to1} = 0$	(1)	$-z_B.Y_{L.A.0\to1} - y_G.m.g = 0$	(4)
$Y_{rotule\,0\to1} + Y_{L.A.0\to1} = 0$	(2)	$z_B.X_{L.A.0\to1} + x_G.m.g = 0$	(5)
$Z_{rotule\,0\to1} - m.g = 0$	(3)	$0 = 0$	(6)

Le nombre d'inconnues Is = 5 ≤ 6 → on peut résoudre.

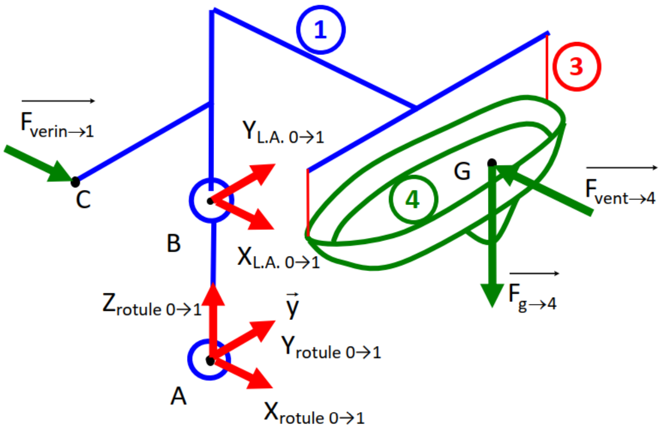
(3) → $\boxed{Z_{rotule\,0\to1} = m.g}$	(7)	(1)+(9) → $\boxed{X_{rotule\,0\to1} = \frac{x_G}{z_B}.m.g}$	(10)
(4) → $\boxed{Y_{L.A.0\to1} = -\frac{y_G}{z_B}.m.g}$	(8)	(2)+(8) → $\boxed{Y_{rotule\,0\to1} = \frac{y_G}{z_B}.m.g}$	(11)
(5) → $\boxed{X_{L.A.0\to1} = -\frac{x_G}{z_B}.m.g}$	(9)		

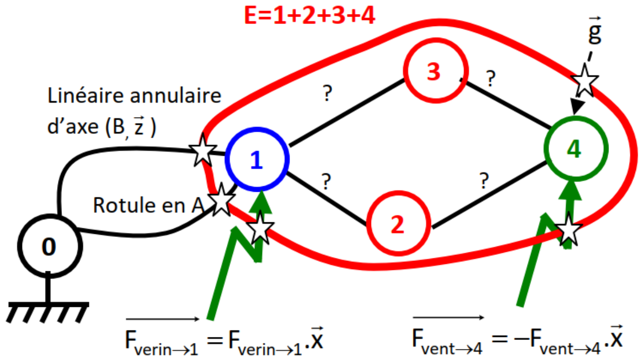
Q.4.



Objectif d'étude: on cherche l'expression de l'inconnue $F_{verin\to1}$

Etape 4 : On isole l'ensemble E=1+2+3+4 et on effectue le B.A.M.E :





B.A.M.E. :

- $0 \to 1$: Liaison rotule en A.
- $0 \to 1$: Liaison linéaire annulaire d'axe $(B, \vec{z})$.
- Pesanteur $\to 4$: $\overrightarrow{F_{g\to4}} = -m.g.\vec{z}$ en G.
- Vent $\to 4$: $\overrightarrow{F_{vent\to4}} = -F_{vent\to4}.\vec{x}$ en G.
- Vérin $\to 1$: $\overrightarrow{F_{verin\to1}} = F_{verin\to1}.\vec{x}$ en C.

L'inconnue recherchée est $F_{verin\to1}$, les actions mécaniques connues sont $\overrightarrow{F_{vent\to4}}$ et $\overrightarrow{F_{g\to4}}$ $\to$ L'écriture du théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$ permet d'obtenir une équation scalaire qui relie directement $F_{verin\to1}$ aux données connues du problème.

Théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$:

$$\left(\overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{rotule0\to1}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{L.A.0\to1}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{g\to4}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{vent\to4}) + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{verin\to1})\right).\vec{z} = 0$$

$$\overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{vent\to4}).\vec{z} + \overrightarrow{M_B}(\vec{F}_{verin\to1}).\vec{z} = 0$$

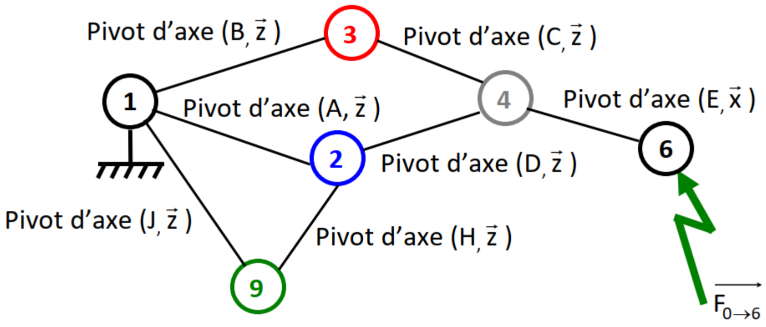
$$y_G.F_{vent\to4} + y_C.F_{verin\to1} = 0$$

$$\boxed{F_{verin\to1} = -\frac{y_G}{y_C}.F_{vent\to4}} \to \boxed{\overrightarrow{F_{verin\to1}} = -\frac{y_G}{y_C}.F_{vent\to4}.\vec{x}}$$

A.N. : $F_{1\to verin} = \frac{2}{4}.15000 = 7500\,N$ < 10000 N $\to$ C.d.C.F. ok.

Suspension automobile - Corrigé

Graphe d'analyse



Hypothèse :

Problème de plan $P(O\,\vec{x}\,\vec{y})$.

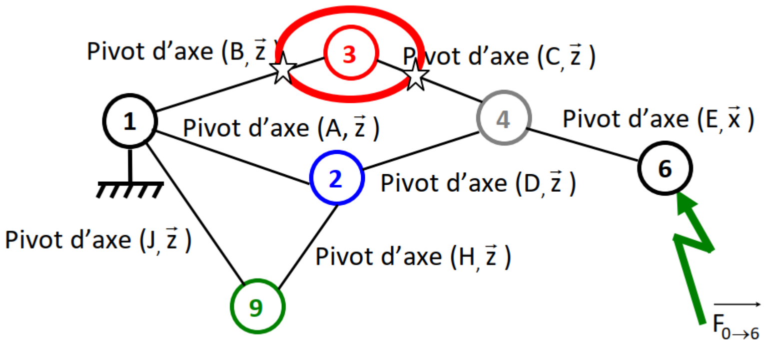
Le torseur d'action mécanique se simplifie systématiquement comme ci-dessous :

$$_O\begin{Bmatrix} X_{ij} & \cancel{L_{ij}} \\ Y_{ij} & \cancel{M_{ij}} \\ \cancel{Z_{ij}} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Q.1. On isole le solide 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

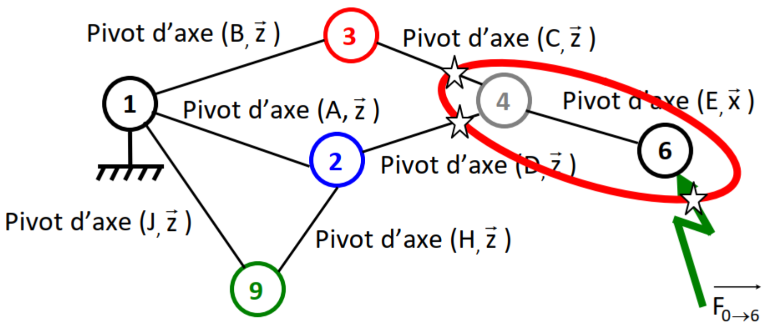
→ $X_{13} + X_{43} = 0$ et $Y_{13} = Y_{43} = 0$.

Graphe d'analyse



Q.2. On isole l'ensemble E={4+6} et on effectue le BAME :

Graphe d'analyse



- 2 → 4 : Liaison pivot d'axe $(D, \vec{z})$:

$$\{F_{2\to4}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

- 3 → 4 : Liaison pivot d'axe $(C, \vec{z})$: $\{F_{3\to4}\} = {}_C\begin{Bmatrix} X_{34} & 0 \\ Y_{34} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ et $Y_{34} = 0$ (Q.1.)

- 0 → 6 : Action mécanique du sol sur la roue en L : $\{F_{0\to6}\} = {}_L\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_{06} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

On applique le PFS sur E={4+6} en D : $\sum\{F_{\bar{E}\to E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{3\to4}\} + \{F_{2\to4}\} + \{F_{0\to6}\} = \{0\}$

$$\rightarrow {}_D\begin{Bmatrix} \vec{R}_{3\to4} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) \end{Bmatrix} + {}_D\begin{Bmatrix} \vec{R}_{2\to4} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{2\to4}) \end{Bmatrix} + {}_D\begin{Bmatrix} \vec{R}_{0\to6} \\ \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) \end{Bmatrix} = \{0\}$$

Calcul du moment en D de $\{F_{3\to4}\}$: $\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = \overrightarrow{M_C}(\vec{R}_{3\to4}) + \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4} \rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = \overrightarrow{DC} \wedge \vec{R}_{3\to4}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{3\to4}) = (c.\vec{x} - a.\vec{y}) \wedge X_{34}.\vec{x} = a.X_{34}.\vec{z}$

Calcul du moment en D de $\{F_{0\to6}\}$: $\overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) = \overrightarrow{M_L}(\vec{R}_{0\to6}) + \overrightarrow{DL} \wedge \vec{R}_{0\to6} \rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) = \overrightarrow{DL} \wedge \vec{R}_{0\to6}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{0\to6}) = ((c+e).\vec{x} - (a+\mu).\vec{y})) \wedge F_{06}.\vec{y} = (c+e).F_{06}.\vec{z}$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$X_{34} + X_{24} = 0 \qquad (1)$

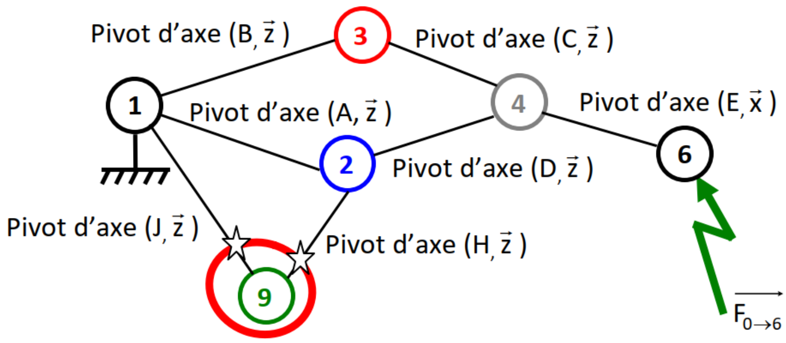
$Y_{24} + F_{06} = 0 \qquad (2)$

$a.X_{34} + (c+e).F_{06} = 0 \qquad (3)$

Q.3. On isole le solide 9 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

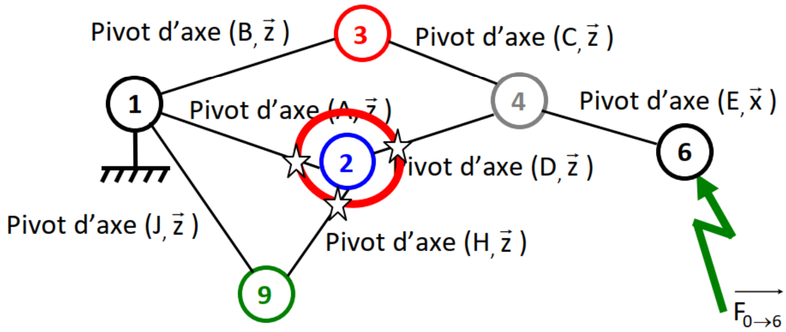
$\rightarrow Y_{19} + Y_{29} = 0$ et $X_{19} + X_{29} = 0$.

Graphe d'analyse



Graphe d'analyse

Q.4. On isole le solide 2 et on effectue le BAME :



- $9 \rightarrow 2$: Action du ressort sur 2 en H: $\{F_{9\to2}\} = {}_H\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{92} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

- $1 \rightarrow 2$: Liaison pivot d'axe $(A, \vec{z})$: $\{F_{1\to2}\} = {}_A\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

- $4 \rightarrow 2$: Liaison pivot d'axe $(D, \vec{z})$: $\{F_{4\to2}\} = {}_D\begin{Bmatrix} X_{42} & 0 \\ Y_{42} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

On applique le PFS sur 2 en A : $\sum \{F_{\bar{E}\to E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{9\to2}\} + \{F_{1\to2}\} + \{F_{4\to2}\} = \{0\}$

$$\rightarrow {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R}_{9\to2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R}_{1\to2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{1\to2}) \end{Bmatrix} + {}_A\begin{Bmatrix} \vec{R}_{4\to2} \\ \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to2}) \end{Bmatrix} = \{0\}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{9\to2}\}$: $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) = \overrightarrow{M_H}(\vec{R}_{9\to2}) + \overrightarrow{AH} \wedge \vec{R}_{9\to2} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) = \overrightarrow{AH} \wedge \vec{R}_{9\to2}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{9\to2}) = (L.\vec{x} + h.\vec{y}) \wedge Y_{92}.\vec{y} = L.Y_{92}.\vec{z}$

Calcul du moment en A de $\{F_{4\to2}\}$: $\overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to2}) = \overrightarrow{M_D}(\vec{R}_{4\to2}) + \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}_{4\to2} \rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to2}) = \overrightarrow{AD} \wedge \vec{R}_{4\to2}$

$\rightarrow \overrightarrow{M_A}(\vec{R}_{4\to2}) = d.\vec{x} \wedge (X_{42}.\vec{x} + Y_{42}.\vec{y}) = d.Y_{42}.\vec{z}$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$X_{12} + X_{42} = 0$ (4)

$Y_{92} + Y_{12} + Y_{42} = 0$ (5)

$L.Y_{92} + d.Y_{42} = 0$ (6)

Q.5. $X_{34} + X_{24} = 0$ (1)

$Y_{24} + F_{06} = 0$ (2)

$a.X_{34} + (c+e).F_{06} = 0$ (3)

$X_{12} + X_{42} = 0$ (4)

$Y_{92} + Y_{12} + Y_{42} = 0$ (5)

$L.Y_{92} + d.Y_{42} = 0$ (6)

On a 6 équations pour 6 inconnues → on peut résoudre le système.

(2) → $Y_{24} = -F_{06}$ (7)

(3) → $X_{34} = -\frac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (8)

(1) + (8) → $X_{24} = -X_{34} = \frac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (9)

(4) + (9) → $X_{12} = -X_{42} = X_{24} = \frac{(c+e)}{a}.F_{06}$ (10)

(6) +(7) → $Y_{92} = -\frac{d}{L}.Y_{42} = \frac{d}{L}.Y_{24} = -\frac{d}{L}.F_{06}$ (11)

(5) + (11) → $Y_{12} = -Y_{92} - Y_{42} = -Y_{92} + Y_{24} = \frac{d}{L}.F_{06} - F_{06}$ (12)

Q.6. $Y_{92} = -\frac{d}{L}.F_{06} = -\frac{25}{15}.\frac{2200}{4} \times 9{,}81 = -8992{,}5$ N

$Y_{92} = k.y$ → $y = \frac{Y_{92}}{k} = -\frac{8992{,}5}{100000} = -0{,}0899$ m soit 9 cm < 12 cm → C.d.C.F. ok.