DM

Cinématique des engrenages
Modélisation des actions mécaniques
Roulement sans glissement

EX1 : cinématique des engrenages

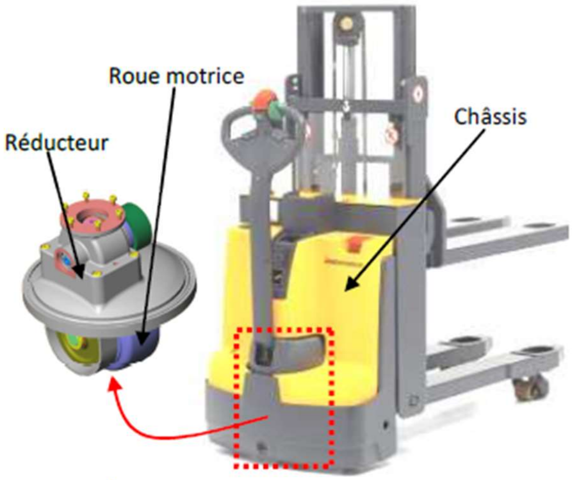
Réducteur de roue motrice de chariot élévateur

On s'intéresse au réducteur équipant la roue arrière motrice et directionnelle d'un chariot élévateur de manutention automoteur à conducteur non porté.

Données : z_{27} = 16 dents, z_{35} = 84 dents, z_5 = 14 dents, z_{11} = 56 dents, z_{16} = 75 dents.

Q.1. Identifier le nombre de classes d'équivalence cinématique sur le dessin d'ensemble.

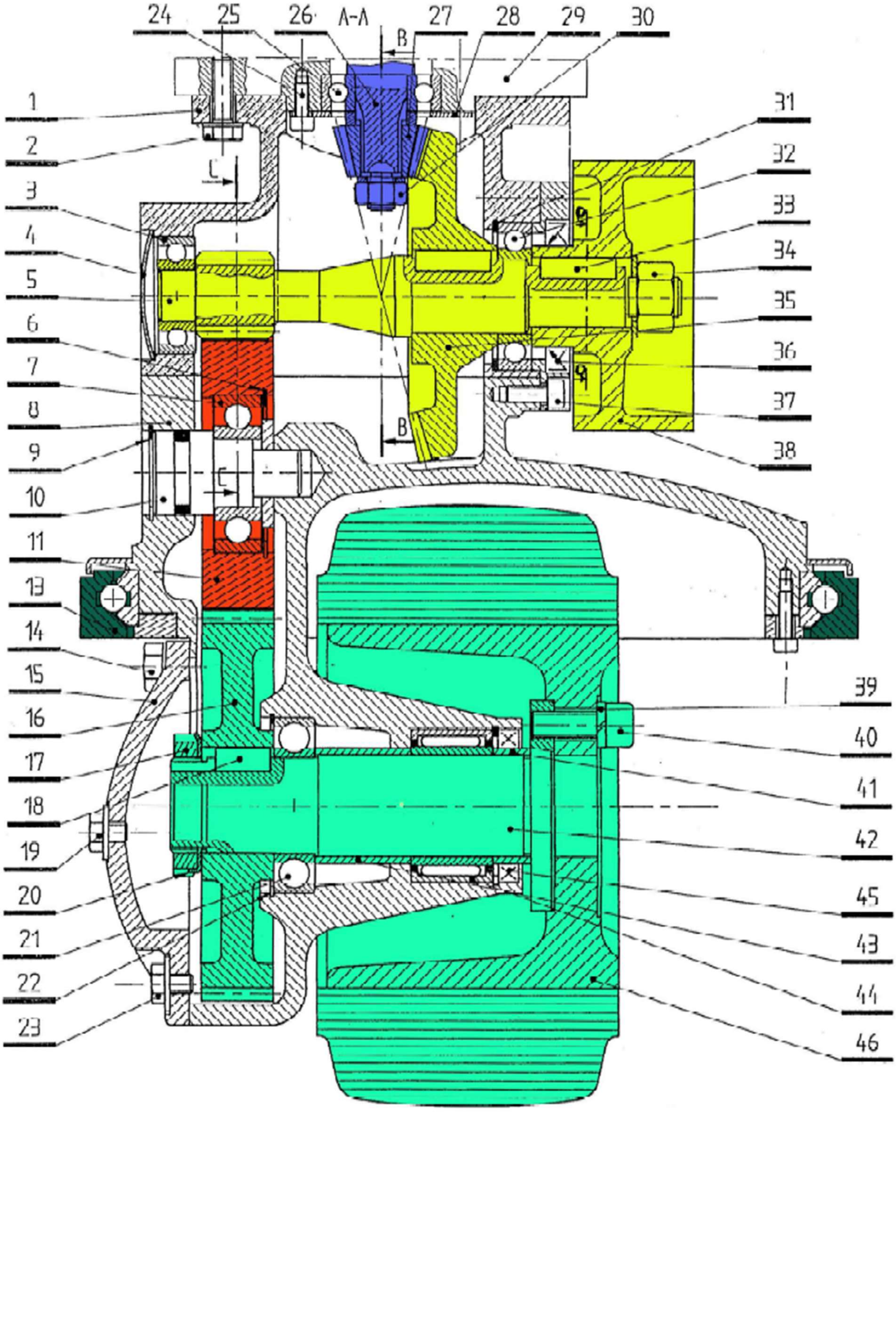
Q.2. Construire le schéma cinématique du réducteur dans le même plan que le dessin (ne pas tenir compte du roulement à bille 13 dans ce modèle).



Q.3. Compléter le tableau donnant les caractéristiques des roues et pignons

Repère de la roue	Module m (mm)	Nombre de dents z	Diamètre primitif D (mm)
27			
35	1,5		
5			
11	1,5		
16			

Q.4. Pour une vitesse de 1500 tr/min en sortie de moteur, déterminer la vitesse de rotation de la roue.



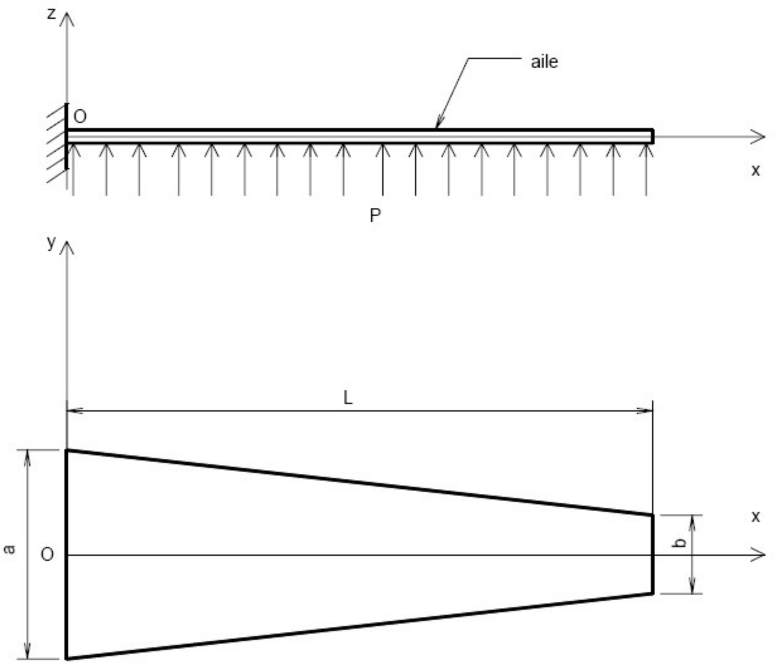
A-A
B
C
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
45
43
44
46

EX2 : Torseur des actions mécaniques global de pression de l'air sur une aile d'avion.

Extrait de " La Passion Verticale " sur la mécanique du vol de l'hélicoptère

http://www.jp-petit.org/TELECHARGEABLES/livres_telechargeables.htm

On donne ci-dessous le schéma simplifié d'une aile d'avion :



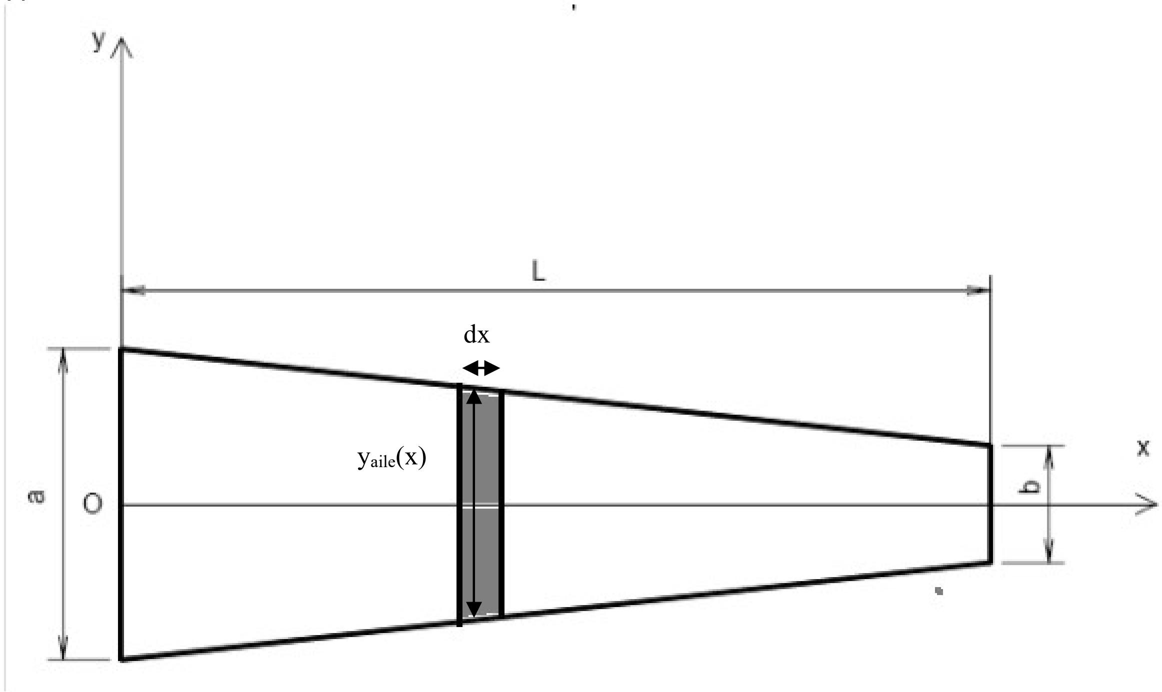
Une pression uniforme P, due à l'action de l'air s'exerce sur toute sa <u>surface inférieure</u>. On rappelle que $d\vec{F}(M)_{air \to aile} = P(M).dS.\vec{z}$

1. *Calculer le torseur élémentaire en M et O des actions mécaniques locales appliquées en M(x,y) sur une surface dS. On le note (en M) :* $\begin{Bmatrix} d\vec{F}(M) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$

   On calcule ensuite le torseur global des actions mécaniques en O noté :

$$\{T_{air\rightarrow aile}\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{air\rightarrow aile} \\ \overrightarrow{M}_{o\ air\rightarrow aile} \end{Bmatrix}_O$$

2. *Calculer* dS *en fonction de x, a , b et L. NB : si la surface totale était rectangulaire en prendrait* $dS = dx.dy$ *; or ici la largeur de l'aile dépend de x (forme trapézoïdale). On prendra donc ici ce type d'élément de surface :*



3. *Calculer la résultante globale par intégration de l'action de l'air sur l'aile* $\vec{R}_{air\rightarrow aile}$
4. *Calculer le moment résultant en O de l'action de l'air sur l'aile* $\vec{M}_{O,air\rightarrow aile}$
5. *En déduire de 3 et 4 le torseur des actions mécaniques de l'air en O sur l'aile entière :* $\{T_{air\rightarrow aile}\}_O$

6. *Donner la position du centre de poussée P de l'action de l'air sur l'aile. Ce point P est défini comme le point sur lequel s'appliquerait la résultante de l'action de l'air* $\vec{R}_{air\rightarrow aile}$ *seule (ceci implique* $\overrightarrow{M}_{P,air\rightarrow aile} = \vec{0}$ *) et qui aboutirait au même torseur des actions mécaniques de l'air en O sur l'aile. <u>On parle alors de chargement équivalent d'un point de vue global.</u>*

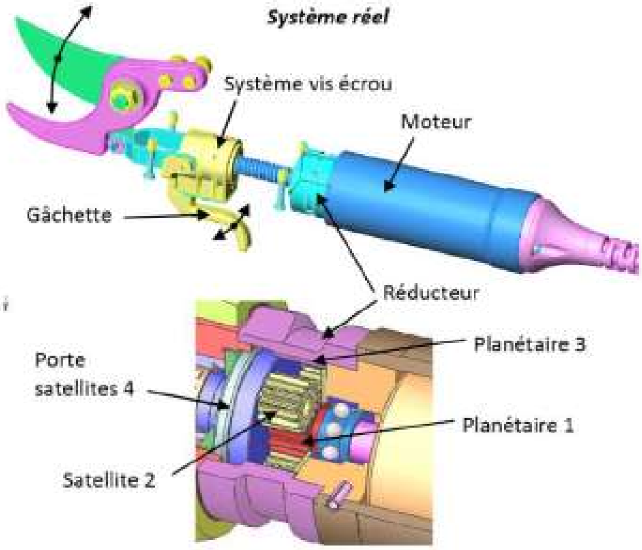
7. *Vérifier vos résultats pour le cas simple a=b.*

8. *Calculer à l'aide du PFS le torseur des actions transmissibles par la liaison encastrement en O de la part du bâti sur l'aile garantissant l'équilibre statique.*

EX3 : cinématique des engrenages

Les viticulteurs coupent 8 à 10 heures par jour. Ils répètent donc le même geste des millions de fois avec un sécateur. Le sécateur développé par la société Pellenc permet notamment de réaliser 60 coupes de diamètre 22mm par minute. L'ensemble sécateur électronique PELLENC est constitué d'un sécateur électronique, d'une mallette source d'énergie, d'une sacoche avec harnais et ceinture et d'un un chargeur de batterie.

Système réel



Lorsque l'utilisateur appuie sur la gâchette, le moteur transmet par l'intermédiaire d'un réducteur à train épicycloïdal un mouvement de rotation à la vis à billes. L'écrou se déplace en translation par rapport à la vis et par l'intermédiaire d'une biellette met en rotation la lame mobile générant ainsi un mouvement de coupe.

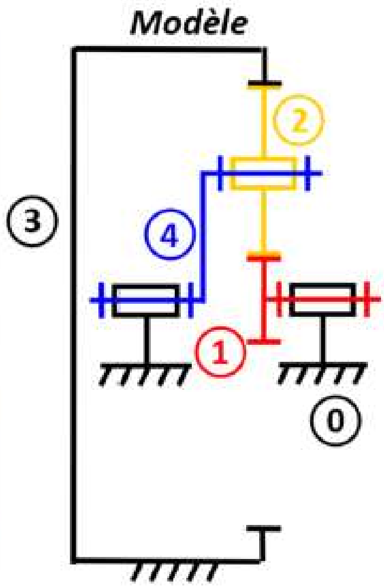
Le moteur tourne à la vitesse de rotation N_1=1400 tr/min (le rotor est lié au planétaire **1**). La vis, liée au porte-satellite **4**, tourne à la vitesse de rotation N_4=350 tr/min. On note Z_1 = 19 le nombre de dents du planétaire **1**, Z_2 celui du satellite **2** et Z_3 celui de la couronne liée au bâti **0**.

Q1- Déterminer l'expression littérale du rapport de transmission $k=\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des différentes pièces.

Q2- Quelle est la valeur de k ?

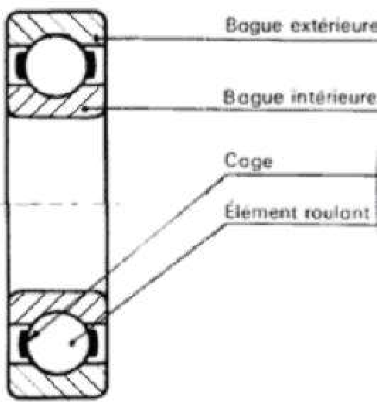
Q3- En déduire la valeur de Z_3.

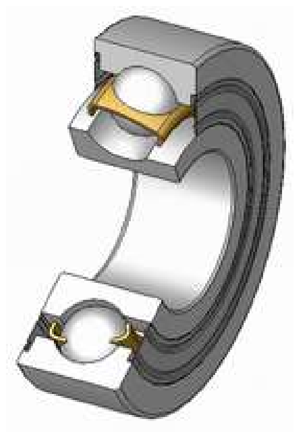
Q4- Sachant que les roues dentées du train ont les mêmes modules, déterminer une relation géométrique entre les diamètres des éléments dentés d_1, d_2 et d_3.
En déduire une relation entre Z_2, Z_1 et Z_3 (condition d'entraxe). Calculer la valeur de Z_2.

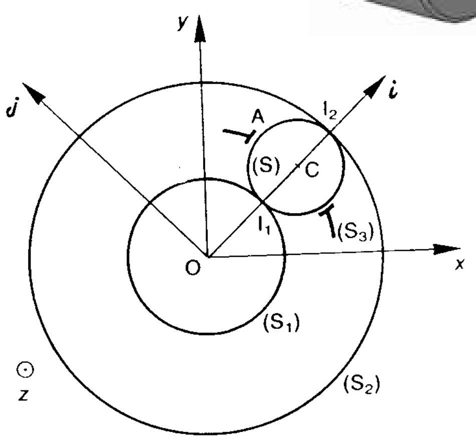


EX4 : Cinématique du roulement à billes

Un roulement à billes est un ensemble de pièces inséré entre deux organes mécaniques en rotation l'un par rapport à l'autre et destiné à diminuer le frottement entre ces deux pièces. Il est composé (en général) de quatre éléments: une bague extérieure, une bague intérieure, des éléments roulants (billes, rouleaux ou aiguilles) et une cage qui maintient les éléments roulants à égale distance.







Soit R(O, $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$) un repère lié au bâti S_0. Les deux bagues S_1 et S_2 et la cage S_3 sont en rotation autour de l'axe (O, $\vec{z}$) par rapport à S_0. La bille S, de centre C, roule sans glisser en I_1 sur S_1 et en I_2 sur S_2.
Soit R_1(O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{z}$) un repère tel que $\vec{i}$ ait même direction et même sens que $\overrightarrow{OC}$.

<u>Données</u>: $\vec{\Omega}_{S1/R} = \omega_1 \vec{z}$ $\quad \vec{\Omega}_{S2/R} = \omega_2 \vec{z}$ $\quad \overrightarrow{OI}_1 = r_1 \vec{i}$ $\quad \overrightarrow{OI}_2 = r_2 \vec{i}$
On pose: $\vec{\Omega}_{S/R} = \omega \vec{z}$ et $\|\vec{V}_{C\in S/R}\| = v$

1. Quelle est la direction de $\vec{V}_{C\in S/R}$? En explicitant les conditions de non glissement en I1 et en I2, montrer que:

$$v = \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{2} \quad et \quad \omega = \frac{\omega_2 r_2 - \omega_1 r_1}{r_2 - r_1}$$

Soit le point A tel que $\overrightarrow{CA} = \frac{1}{2}(r2 - r1)\vec{j}$

2. En exprimant $\vec{V}_{C\in S3/R}$ de deux façons différentes, déterminer $\vec{\Omega}_{S3/R}$. En déduire $\vec{\Omega}_{S/S3}$ en fonction des données.

3 - Déterminer la vitesse de glissement $\vec{V}_{A\in S/S_3}$ de la bille S par rapport à la cage S3 en A.