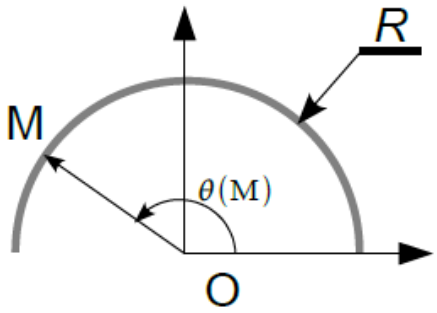
Calcul de la position du centre de gravité

Utilisation des théorèmes de Guldin – Exercices techniques

Exercice 1 : calcul de position de centre de gravité par 2 méthodes.

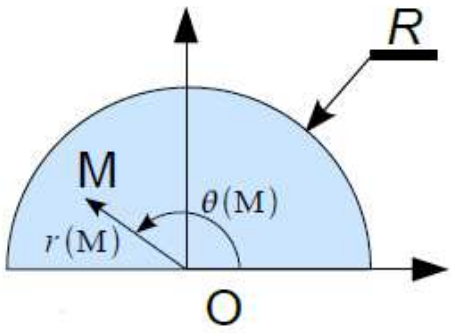
(formule intégrale : $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{m}\int_{M\in S}\overrightarrow{OM}\,dm \;;\; \forall O$ ou Guldin)

Cas 1 :



Demi cercle homogène de rayon R et masse linéique λ

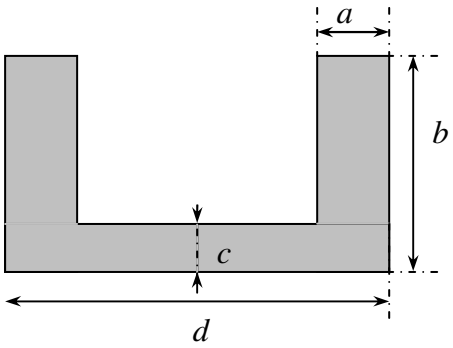
Cas 2 :



Demi disque homogène de rayon R et masse surfacique σ

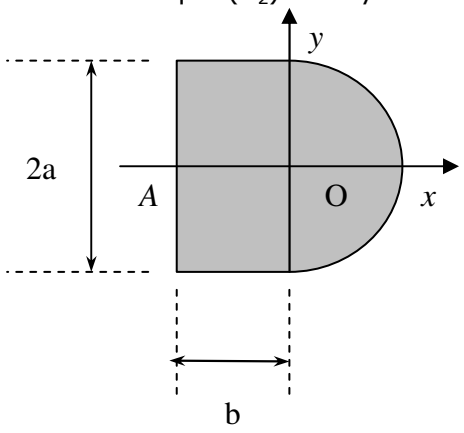
Exercice 2 : calcul de position de centre de gravité par 2 méthodes pour une plaque homogène en forme de U de masse surfacique σ

(formule discrète : $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{m_S}\sum_{k=1}^{n} m_k\overrightarrow{OG_k}$ et Guldin)



Exercice 3 : assemblage de formes simples et utilisation des formulations intégrales et discrètes pour le calcul de la position du centre de gravité.

Considérons la plaque ci-dessous, constituée d'un rectangle (S_1) de longueur 2*a* et de largueur *b* et de masse surfacique σ_1 et d'un demi-disque (S_2) de rayon *a* et de masse surfacique σ_2.



1. Déterminer les plans de symétrie de (S_1) et (S_2) et (S)= (S_1) + (S_2)

2. En déduire les conditions sur la position des centres de gravité de (S_1) et (S_2) et (S)= (S_1)+(S_2).

3. Déterminer la masse de (S_1), (S_2) et (S)

4. Déterminer la position du centre de (S_2) à l'aide de la formulation intégrale en projection sur $\vec{x}$:

$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{m}\int_{M\in S}\overrightarrow{OM}\,dm \;\; ; \;\; \forall O$; on montrera que $\overrightarrow{OG_2}.\vec{x}=\frac{4}{3\pi}a$.

5. Déterminer la position du centre de gravité de (S)= (S_1) + (S_2) à l'aide de la formulation discrète :

$$\overrightarrow{OG}=\frac{1}{m_S}\sum_{k=1}^{n} m_k\overrightarrow{OG_k}$$

A partir de maintenant on suppose $\sigma_1=\sigma_2=\sigma$

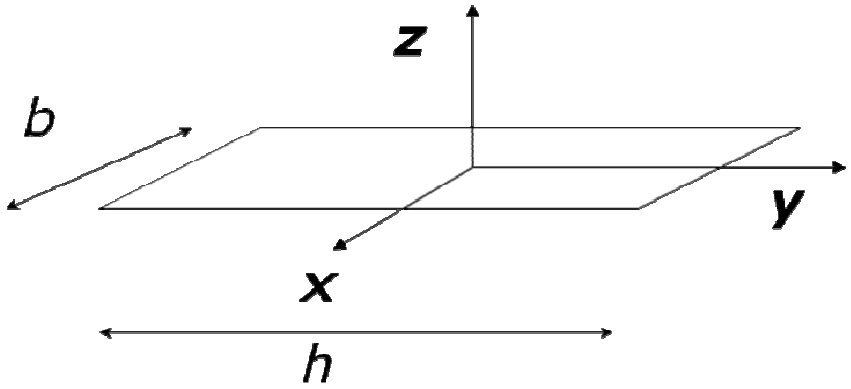
6. En utilisant les symétries des solides, donner la forme des matrices d'inertie de (S_1) et (S_2) en O, $\left[I(O,S_1)\right]_R$, $\left[I(O,S_2)\right]_R$ et $\left[I(O,S)\right]_R$.

7. Proposer une démarche afin de calculer $\left[I(O,S)\right]_R$ et $\left[I(G,S)\right]_R$ et calculer ces matrices.

Calcul de matrice d'inertie

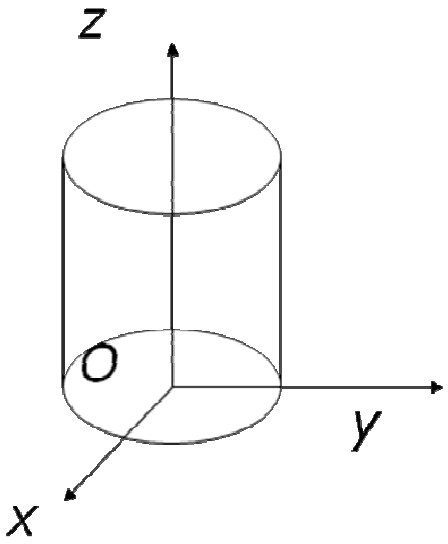
Théorème de Huygens – Exercices techniques

Exercice 1 : matrice d'inertie de formes simples



1. En utilisant les symétries des solides, donner la forme de la matrice d'inertie $\left[I(G,S)\right]_{RG}$ d'une plaque de dimensions données de masse m.
2. Calculer $\left[I(G,S)\right]_{RG}$.

Exercice 2 : matrice d'inertie de formes simples

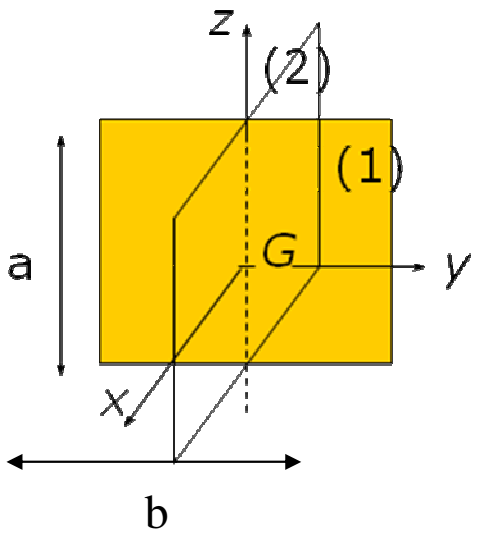


1. En utilisant les symétries des solides, donner la forme de la matrice d'inertie $\left[I(G,S)\right]_{RG}$ d'un cylindre plein de masse m, de rayon R et de hauteur H.
2. Calculer $\left[I(G,S)\right]_{RG}$.
3. En déduire $\left[I(O,S)\right]_{RG}$.
4. Que devient $\left[I(O,S)\right]_{RG}$ si l'axe $(O,\vec{x})$ remplace l'axe $(O,\vec{z})$.

Exercice 3 : matrice d'inertie de formes simples

1. En déduire de l'exercice 2, les matrices $\left[I(G,S)\right]_{RG}$:
   - D'un disque de masse m (H négligeable devant R)
   - D'un barreau de masse m (R négligeable devant H)
   - D'une tige de masse m (R=0)

Exercice 4 : matrice d'inertie de formes simples associées



1. En utilisant les symétries des solides, donner la forme de la matrice d'inertie $\left[I(G,S)\right]_{RG}$ d'un ensemble de deux plaques perpendiculaires de cotés a et b et de masse m.
2. Expliciter entièrement $\left[I(G,S)\right]_{RG}$.
3. Donner le moment dynamique en G du système en rotation autour de l'axe $G\vec{z}$ à la vitesse ω.