Exercice 1 :

Un vilebrequin est formé de 3 cylindres de hauteurs h_1, h_2, h_3, de rayons R_1, R_2, R_3 et de masse m_1, m_2, m_3. Le repère $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est lié au vilebrequin. O est le centre de gravité du cylindre 1.

$\overrightarrow{OA}.\vec{x}=e$ est appelée excentrique.

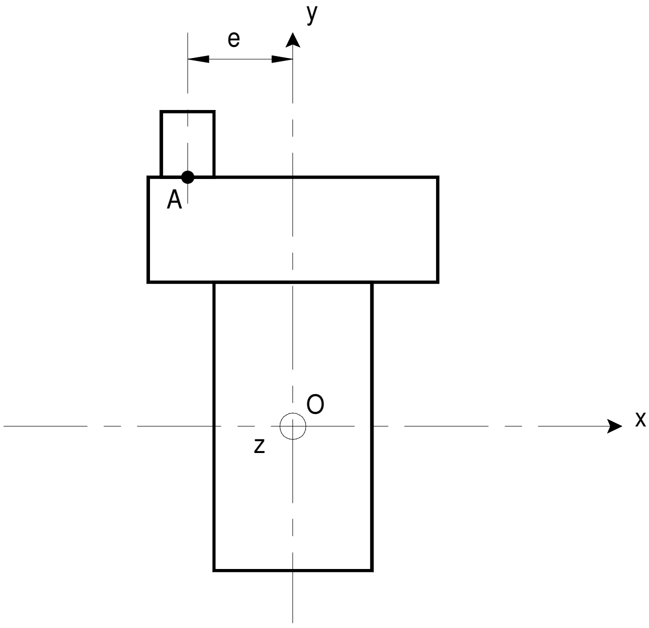

Fig. 2

1. Déterminer la position dans $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ du centre de gravité G du vilebrequin.
2. Déterminer le moment d'inertie du vilebrequin par rapport à l'axe $(O,\vec{y})$.

Exercice 2 :

Une éolienne bipale est représentée figure 3. Elle est constituée d'un bâti 0, de l'arbre de la génératrice 1 en liaison pivot d'axe $(A,\overrightarrow{z_0})$ avec le bâti, d'une hélice bipale 2 en liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{x_1})$ avec l'arbre 1.

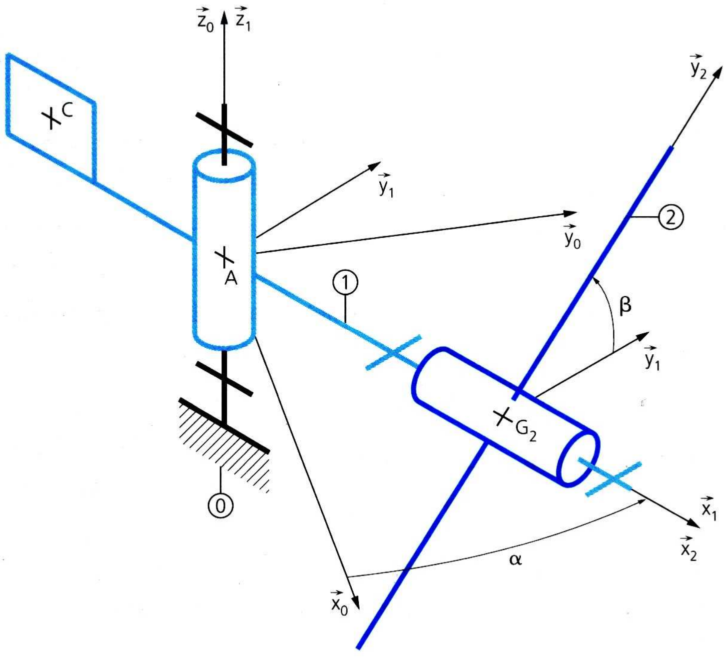

Fig.3

Solide 1 : de masse m, de centre de gravité A, admettant le plan $(A,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{z_1})$ comme plan de symétrie matérielle.

Solide 2 (hélice) : de masse m_2, de centre d'inertie G_2.

L'hélice est constituée :

- d'un cylindre plein (rotor) 2' d'axe $(A,\overrightarrow{x_2})$ de masse m'_2, de centre de gravité G'_2 tel que $\overrightarrow{G'_2\,G_2} = \mu.\overrightarrow{x_2}$, de hauteur H et de rayon R.
- d'une plaque rectangulaire (pales) 2'' de masse m''_2, de centre de gravité G''_2 tel que $\overrightarrow{G_2G''_2} = \lambda.\overrightarrow{x_2}$, de largeur b, de hauteur a et d'épaisseur négligeable.

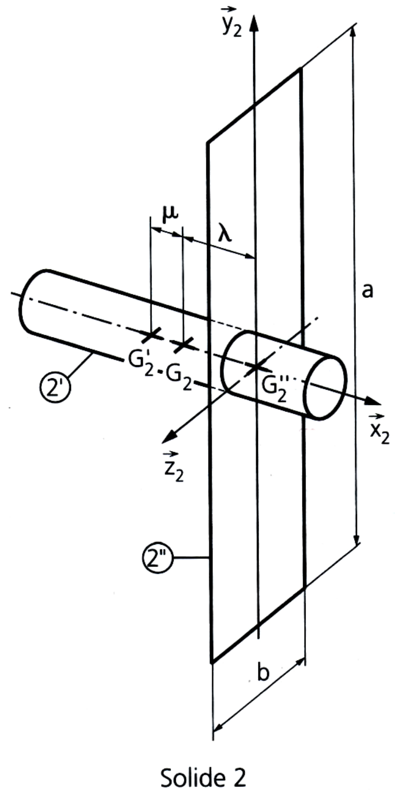

Fig. 4

1. Donner la forme de la matrice d'inertie en A du solide 1 dans la base $(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$.
2. Déterminer les coordonnées du centre de gravité de la pale 2 G_2. En déduire une relation entre λ et μ.
3. Déterminer la matrice d'inertie en G'_2 du rotor 2' dans la base $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ en fonction de m'_2, H et R.
4. Déterminer la matrice d'inertie en G''_2 des pales 2'' dans la base $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ en fonction de m''_2, a et b.
5. Déterminer la matrice d'inertie en G_2 de l'hélice 2 dans la base $(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$.

- Le solide 1 de centre d'inertie A et de matrice d'inertie en A : $I(A,1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{R1}$;
- Le solide 2 (l'hélice), de masse m_2, de centre d'inertie G_2 tel que $\overrightarrow{AG_2} = L.\overrightarrow{x_1}$ et de matrice d'inertie en G_2 :
  $I(G_2,2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{R2}$.
- $\overrightarrow{z_0} = \overrightarrow{z_1}$; $(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}) = \alpha$;
- $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$; $(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2}) = \beta$.

6. Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}(A,1/0)$.
7. Déterminer la projection du moment dynamique $\vec{\delta}(A,1/0).\overrightarrow{z_0}$.
8. Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}(G_2,2/0)$.
9. Déterminer la projection du moment dynamique $\vec{\delta}(G_2,2/0).\overrightarrow{x_1}$.
10. Déterminer la projection du moment dynamique $\vec{\delta}(A,2/0).\overrightarrow{z_0}$.