

ETUDE D'UN GYROSCOPE

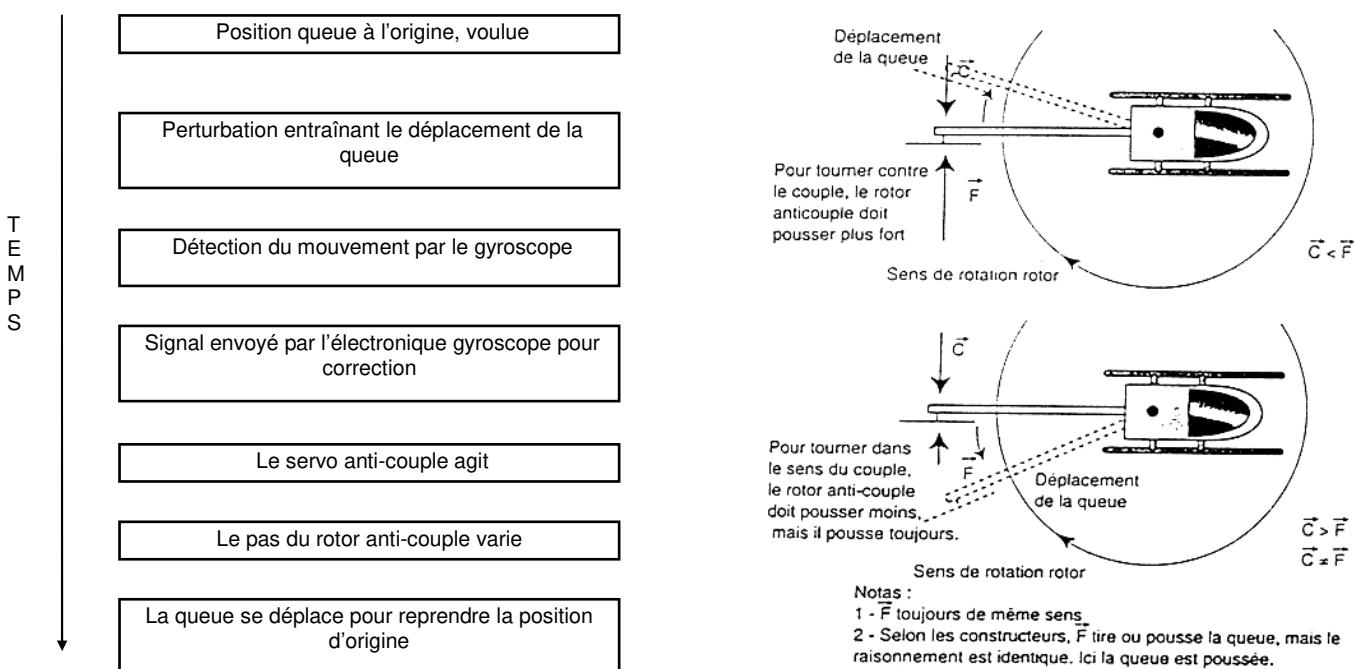
A. ANALYSE FONCTIONNELLE

1- Analyse du besoin :

Les gyromètres sont utilisés, entre autres, pour détecter un mouvement de rotation. Ils ont utilisés en aéronautique pour stabiliser le mouvement autour de l'axe de lacet d'un hélicoptère. Le rotor principal P propulse l'hélicoptère, le rotor anti-couple AC empêche l'hélicoptère de partir en toupie autour de l'axe de lacet. Le pas des pales du rotor AC, et donc l'anti-couple, dépend de l'information provenant du gyromètre qui détecte le départ d'une rotation de lacet de l'hélicoptère.



Le système ainsi constitué, à condition qu'il soit bien installé, n'est sensible qu'aux seuls mouvements de la machine autour de son axe de lacet; il agit quasi instantanément sur le rotor anti-couple pour que celui-ci applique un effort égal et opposé à celui généré accidentellement selon la chronologie ci-dessous:



Attention: l'effort n'est appliqué qu'après que le mouvement ait été amorcé, donc détecté.

Pour mieux comprendre le fonctionnement du gyromètre, il faut le replacer dans son contexte et rappeler le rôle de son inséparable compère le rotor anti-couple AC, chargé de :

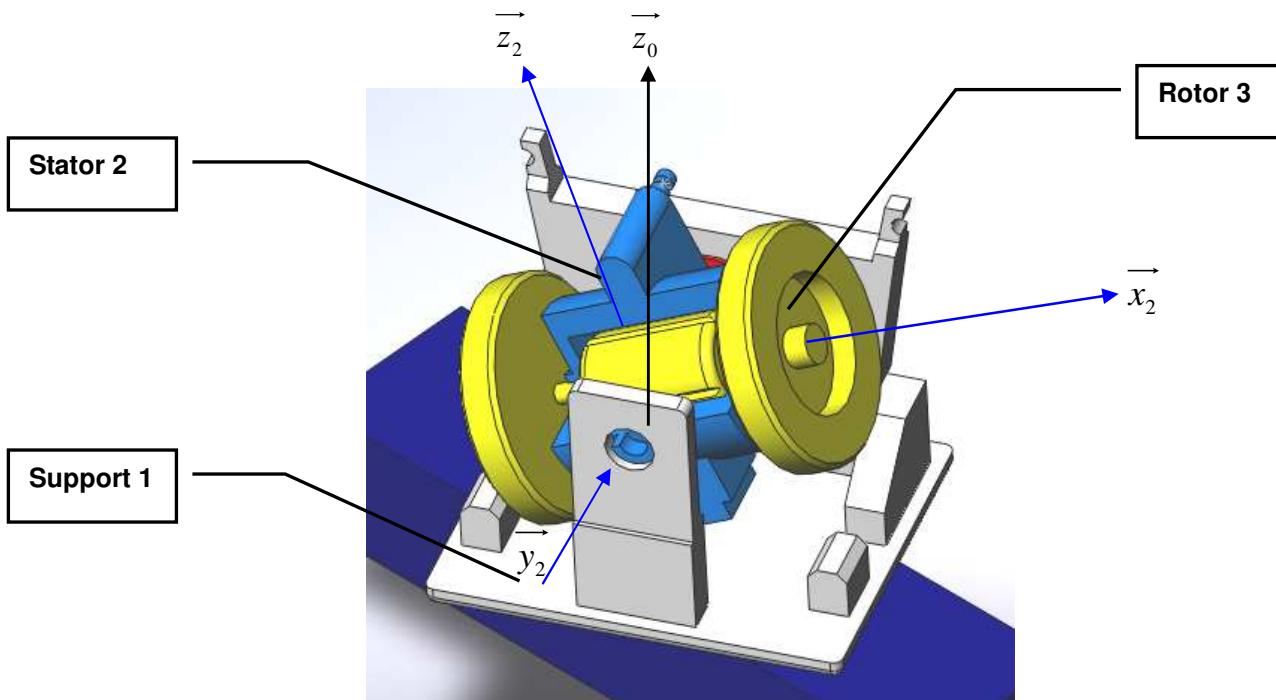
- contrer le couple engendré par le rotor principal afin d'empêcher votre bel oiseau de tourner comme un fou autour de son axe de lacet ;
- répondre aux ordres donnés par le pilote.

Le rotor anti-couple AC applique un effort de réaction via le pas de ses pales. Le gyromètre ne prévient pas une perturbation à venir autour de l'axe de lacet, mais au contraire, il réagit dès que celle-ci apparaît en donnant un ordre « contre », ce qui a pour effet d'amortir la réaction de la machine et de laisser au pilote le temps d'intervenir.

Exigences

Exigence	Critère	Niveau
Transmettre au rotor AC l'information de rotation de lacet de l'hélicoptère	Temps de réponse	Minimal
	Etendue de mesure	- 5 rad/s ; + 5 rad/s
	Pulsation de coupure	86 rad/s
	Linéarité	$\pm 2\%$
	Influence de la pesanteur sur la mesure	Nulle

1- Analyse structurelle



Ce gyromètre est constitué d'une toupie, animée d'un mouvement de rotation autour de l'axe (A, \vec{x}_2) , de vitesse angulaire élevée (6000 à 10000 tr/mn). Cette toupie est entraînée par un moteur à courant continu, alimenté par une tension de 3,5 V. Le **rotor 3** est constitué d'un arbre de diamètre 2 mm, aux extrémités duquel sont montés 2 disques de laiton, donnant au rotor un moment d'inertie important autour de l'axe (A, \vec{x}_2) .

Le stator (2) qui supporte le stator du moteur, est en liaison pivot d'axe z avec le **support 1** par l'intermédiaire d'un roulement à billes. Le **stator 2** est rappelé dans sa position d'équilibre par un ressort.

Lorsque le gyromètre (toupie en rotation) est animé d'un mouvement de rotation autour de son axe d'entrée, ici l'axe (A, \vec{z}_0) , la toupie et le **stator 2** s'inclinent autour d'un axe perpendiculaire à l'axe d'entrée, ici l'axe (A, \vec{y}_2) .

Ce phénomène peut être facilement visualisé lorsque le moteur de la toupie est alimenté.

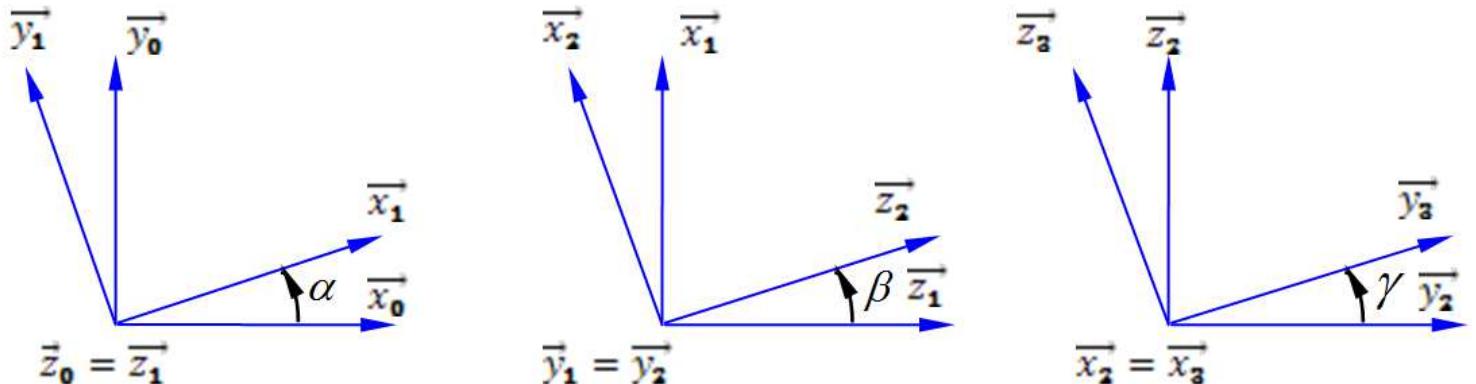
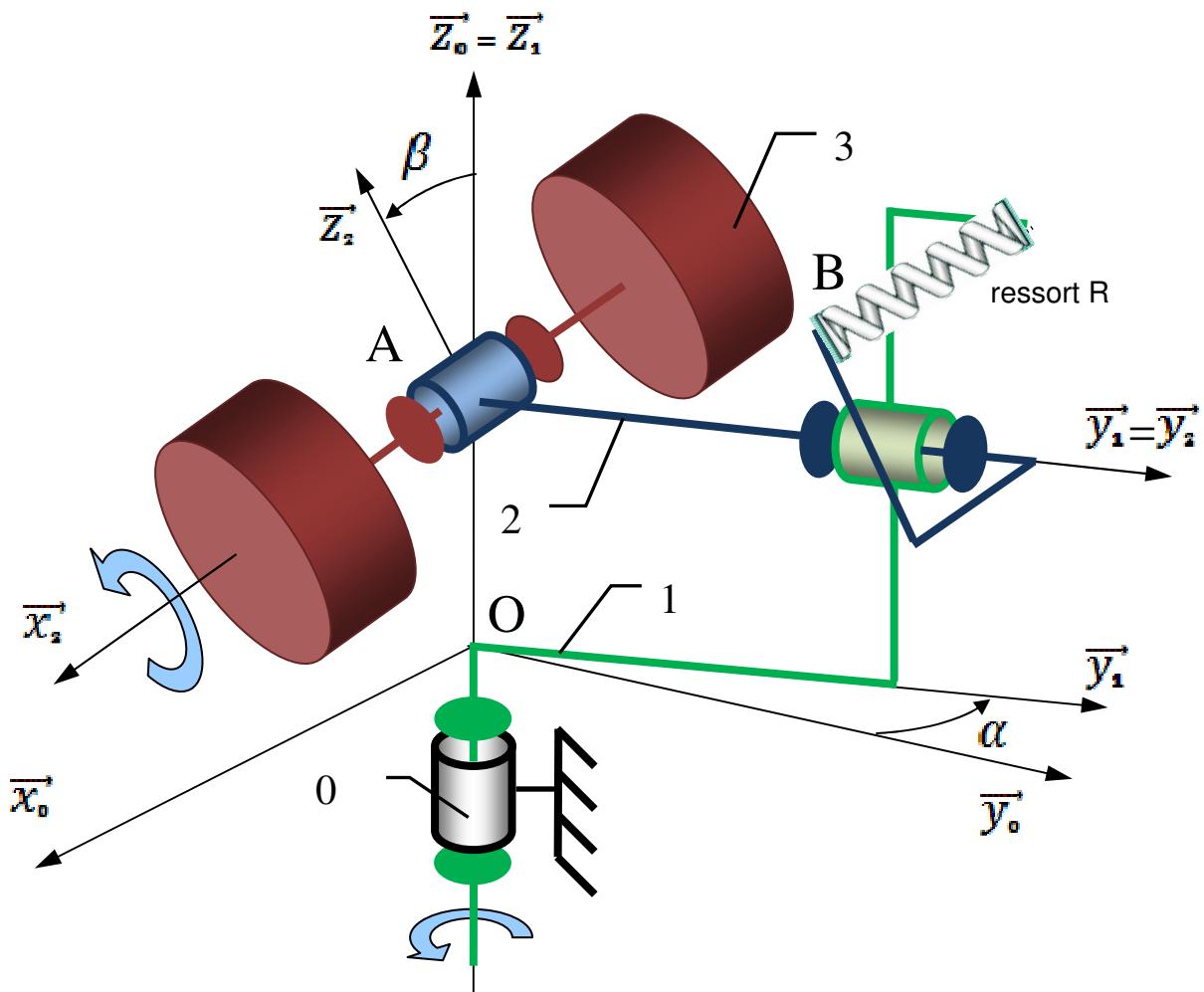
C'est la mesure de l'angle d'inclinaison du **stator 2** autour de l'axe (A, \vec{y}_2) qui constitue la grandeur mesurée par le capteur angulaire.

Cette mesure est réalisée par un capteur angulaire à effet Hall qui est situé sur l'embase du support du gyromètre et qui mesure les variations de flux magnétique provoquées par un aimant fixé sur le **stator 2**. Ces éléments sont bien visibles sur le gyromètre démonté.

B. VERIFICATION DES CRITERES DE LA FONCTION FS1

Le schéma cinématique de ce gyroscope, utilisé pour mesurer les vitesses de rotation, est donné ci-dessous.

SOLIDE	Paramétrage	MATRICE D'INERTIE
1	$R_1 = (O; \vec{x}_1; \vec{y}_1; \vec{z}_1)$ $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \alpha$ avec $\dot{\alpha} = cste > 0$ Masse m_1 , Centre d'inertie O	-----
2	$R_2 = (A; \vec{x}_2; \vec{y}_2; \vec{z}_2)$ $(\vec{z}_1, \vec{z}_2) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \beta$ Masse m_2 , Centre d'inertie A avec $\overrightarrow{OA} = d \cdot \vec{z}_1$	-----
3	$R_3 = (A; \vec{x}_3; \vec{y}_3; \vec{z}_3)$ $(\vec{z}_2, \vec{z}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = \gamma_{23} = \gamma$ avec $\dot{\gamma} = cste \gg \dot{\alpha}$ Masse m_3 , Centre d'inertie A avec $\overrightarrow{OA} = d \cdot \vec{z}_1$	$I(A,3) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix}$ <p style="text-align: right;"><small>$B_3 ou B_2$</small></p> <p>avec $B = 6,2 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$ et $A = 2,1 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$</p>



Liaisons :

- 1/0 : pivot d'axe (O, \vec{z}_0) parfaite sans jeu ni frottement ;
- 2/1 : pivot d'axe (A, \vec{y}_1) sans jeu mais avec un couple de frottement visqueux $\vec{M}_{12} = -f \cdot \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2$ en A. L'angle d'inclinaison β du stator 2 est limité par une butée mécanique à $\pm 9^\circ$.
- 3/2 : pivot d'axe (A, \vec{x}_2) parfaite sans jeu ni frottement.

Effort du ressort :

Le ressort de raideur k développe un effort sur 2 modélisable par le glisseur $\{T_{R \rightarrow 2}\} = \begin{bmatrix} -k.h.\sin \beta & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{B2}$ avec $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{z_2} = h$ et $h=11,5$ mm.

Hypothèses :

La vitesse de rotation $\dot{\alpha}$ de 1/0 est constante et très inférieure à celle de 3/2 $\dot{\gamma}$; le moment dynamique de 2 est donc négligé. Le mouvement de rotation $\dot{\gamma}$ de 3/2 est entretenu par un moteur à vitesse constante tel que $\dot{\gamma} \in [6000 ; 10000] \text{ tr/min}$.

1. Tracer le graphe de liaisons en indiquant les efforts extérieurs appliqués sur chaque solide.
2. Indiquer quel(s) solide(s) isoler, quel théorème écrire (en quel point, en projection sur quel vecteur, ...) pour établir l'équation différentielle permettant de déterminer β en fonction de α , γ et des paramètres cinétiques des solides.
3. Etablir l'équation différentielle du mouvement permettant de déterminer β . Vérifier le 5^{ème} critère du cahier des charges.
4. Sachant que l'angle β reste petit ($\cos \beta \approx 1$ et $\sin \beta \approx \beta$), simplifier cette équation différentielle.
5. On pose $\dot{\alpha}(t) = \omega(t)$, déterminer alors la forme canonique de la fonction de transfert $H(p) = \frac{\beta(p)}{-\Omega(p)}$.

Le système est soumis à une entrée en échelon $\omega(t) = \dot{\alpha}_0 \cdot u(t)$.

6. Déterminer la valeur de la raideur k du ressort pour vérifier le critère de fréquence de coupure du cahier des charges.
7. Donner l'équation entre f , h , k et B permettant de vérifier le critère de rapidité. Déterminer le coefficient du frottement visqueux f à choisir pour respecter le cahier des charges.
8. Déterminer la relation asymptotique (en régime permanent) entre β et $\dot{\alpha}_0$. En déduire le gain du capteur. Conclure sur les critères d'étendue de mesure.
9. Que pouvez-vous conclure sur le critère de linéarité du gyromètre ?