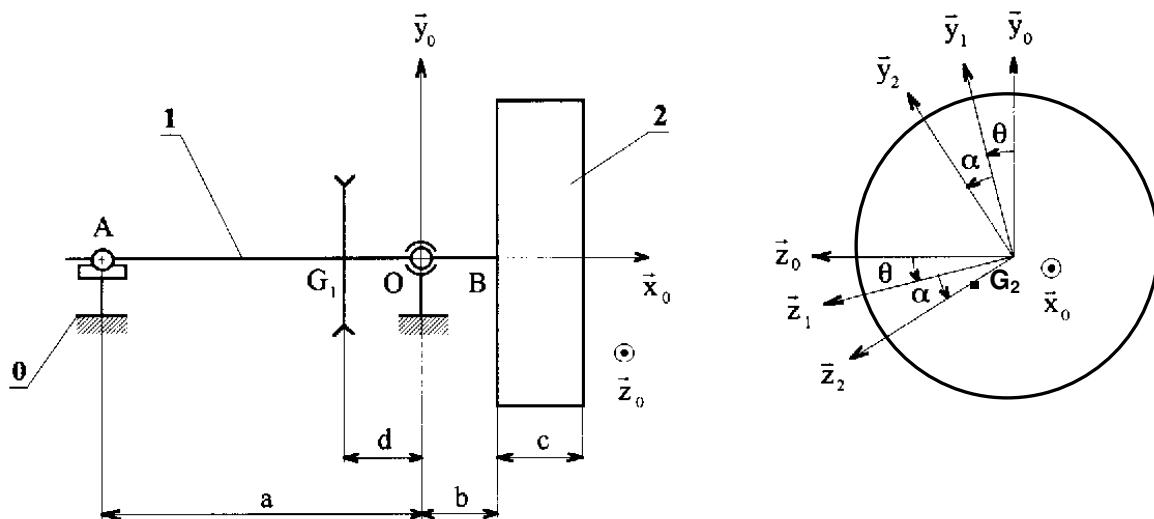


ETUDE D'UNE EQUILIBREUSE INDUSTRIELLE

L'équilibruse étudiée permet l'équilibrage des roues démontées. Elle est constituée d'un arbre **1** guidé en rotation par deux paliers à roulement en O et A. Ces paliers en liaison élastique avec le bâti **0**, dans une seule direction à l'aide de deux lames flexibles, permettent l'enregistrement des composantes horizontales des résultantes d'action mécanique dans les paliers à roulement, par l'intermédiaire de deux capteurs couplés à un repérage de la position angulaire de l'arbre **1**.



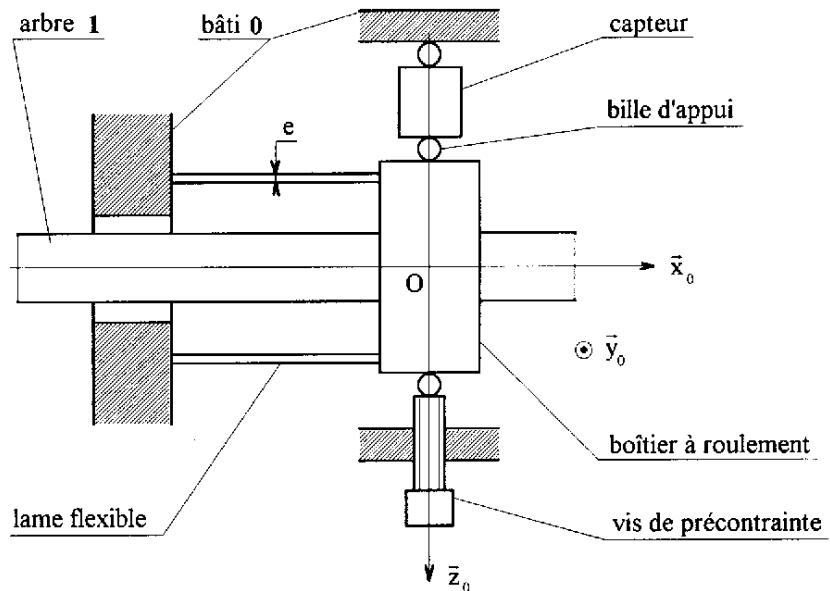
Le repère R_0 (O , \vec{x}_0 , \vec{y}_0 , \vec{z}_0) est lié au bâti **0** (\vec{y}_0 vertical ascendant).

Le repère R_1 (O , \vec{x}_0 , \vec{y}_1 , \vec{z}_1) est lié à l'arbre **1**.

On pose $\theta = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ avec $\dot{\theta} = \text{constante}$.

L'arbre **1** est entraîné en rotation par une courroie sur une poulie fixée au centre d'inertie G_1 de l'arbre **1**. Le torseur d'action mécanique de la courroie sur la poulie est de la forme:

$$T(\text{courroie} \rightarrow \text{poulie}) = \begin{Bmatrix} -T\vec{y}_0 \\ C_m\vec{x}_0 \end{Bmatrix}_{G_1}$$



L'arbre **1** (avec la poulie), de masse m_1 , a pour moment d'inertie I_1 par rapport à l'axe (O , \vec{x}_0) et est équilibré en rotation.

La roue **2**, à équilibrer, est fixée sur **1**. Le repère R_2 (B , \vec{x}_0 , \vec{y}_2 , \vec{z}_2) est lié à la roue **2** avec $\alpha = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$, angle constant mais à priori inconnu. La roue **2**, de masse m_2 , a pour centre d'inertie G_2 dont la position

est donnée par $\overrightarrow{BG_2} = h\vec{x}_0 + \rho\vec{z}_2$, h et ρ étant des inconnues. La matrice d'inertie en B de la roue 2

dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est de la forme : $J_B(2) = \begin{pmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{pmatrix}_{R_2}$

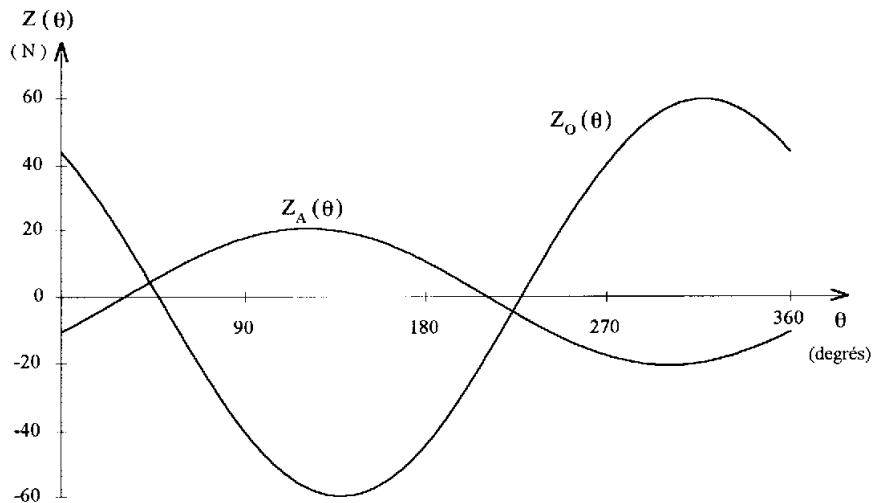
On note $T(0 \rightarrow 1) = \begin{pmatrix} X_0 & 0 \\ Y_0 & 0 \\ Z_0 & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$ et $T'(0 \rightarrow 1) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ Z_A & 0 \end{pmatrix}_{R_0}$ les torseurs d'actions mécaniques de 0 sur 1.

1.

1. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble **1** ∪ **2** en O, déterminer les composantes Z_O et Z_A des résultantes d'actions mécaniques du bâti 0 sur l'arbre 1 en fonction des données.

On utilise deux capteurs d'efforts, en O et A, situés dans un plan horizontal et couplés à un capteur angulaire de l'arbre 1, pour mesurer les composantes suivant \vec{z}_0 des résultantes d'action mécanique $Z_O(\theta)$ et $Z_A(\theta)$ du bâti 0 sur l'arbre 1.

2. Déterminer, en fonction de $Z_O(0)$, $Z_O(\pi/2)$, $Z_A(0)$ et $Z_A(\pi/2)$, les coordonnées ρ et α du centre d'inertie G_2 de la roue 2, ainsi que les produits d'inertie E et F.



On donne:

$$\begin{aligned} m_2 &= 18 \text{ kg} \\ a &= 460 \text{ mm} \\ b &= 80 \text{ mm} \\ \dot{\theta} &= 60 \text{ rad/s} \end{aligned}$$

Les capteurs fournissent les courbes ci-contre et les valeurs ci-dessous:

θ en degrés	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
$Z_O(\theta)$ en N	44,05	18,00	-12,86	-40,29	-56,92	-58,29	-44,05	-18,00	12,86	40,29	56,92	58,29
$Z_A(\theta)$ en N	-10,53	-0,28	10,04	17,68	20,57	17,96	10,53	0,28	-10,04	-17,68	-20,57	-17,96

3. En déduire les valeurs numériques de ρ , α , E et F.

La roue sera équilibrée avec deux masselottes **3** et **4**, assimilables à des points matériels M_3 et M_4 de masse m_3 et m_4 , situées de part et d'autre de la jante, de telle sorte que:

$$\overrightarrow{BM_3} = r\vec{u}_3 \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BM_4} = c\vec{x}_0 + r\vec{u}_4 \quad \text{avec} \quad \beta_i = (\vec{z}_2, \vec{u}_i)$$

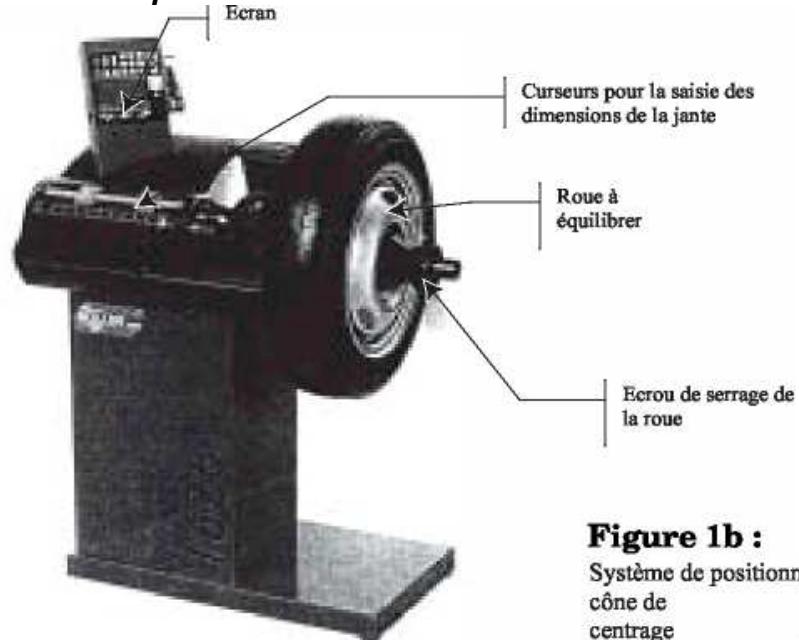
r étant le rayon de la jante et c son épaisseur.

4. Ecrire les conditions d'équilibrage de la roue 2.

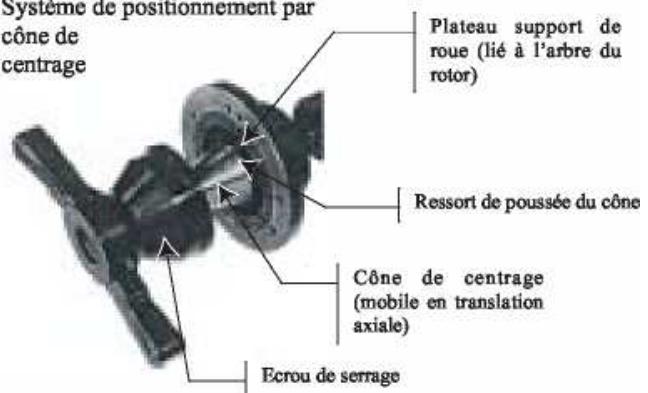
5. Déterminer les masses m_3 et m_4 des masselottes ainsi que leur position β_3 et β_4 sur la jante en fonction des caractéristiques de la roue.

On donne: $r = 190 \text{ mm}$ $c = 180 \text{ mm}$

6. En déduire les valeurs numériques de m_3 , m_4 , β_3 et β_4 .

Documents complémentaires :**Figure 1b :**

Système de positionnement par cône de centrage
Cône de centrage (mobile en translation axiale)

**Figure 4 : Dessin d'ensemble partiel de l'extrémité du rotor recevant la roue**