THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

I INTRODUCTION

Le théorème de l'énergie cinétique (TEC) appliqué à un système de solides donne **une relation scalaire** entre les paramètres cinématiques du mouvement, les caractéristiques d'inertie des solides et les efforts extérieurs appliqués au système isolé.

Cette relation unique est une combinaison des 6 équations fournies par le PFD. Ce n'est pas une relation supplémentaire.

Utilisation du T.E.C. :

- on utilisera le TEC lorsque le mouvement est défini par un seul paramètre cinématique, c'est-à-dire lorsque la **mobilité cinématique du mécanisme vaut 1** : $\boxed{m_C = 1}$
- on utilisera le TEC lorsque que le mécanisme est **une chaîne fermée de solides**, pour une chaîne ouverte nous préférerons utiliser le PFD.

II ENERGIE CINETIQUE

1. *Définition*

Soit un solide S de masse m en mouvement par rapport galiléen $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$. Soit M un point de S de masse dm. Soit G le centre d'inertie de S.

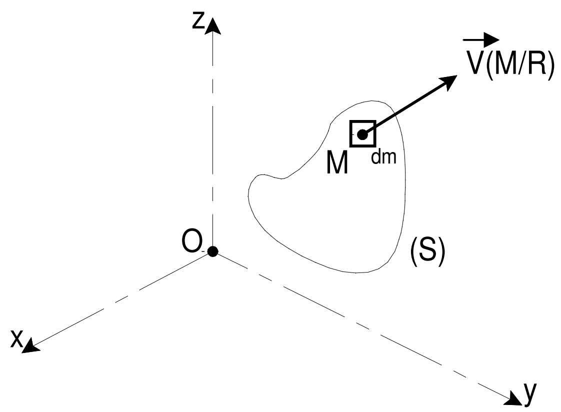


Fig. 1

L'énergie cinétique galiléenne de S est :

$$\boxed{T(S/R) = \frac{1}{2}\int_S [\vec{V}(M,S/R)]^2.dm}$$

L'énergie cinétique est une grandeur énergétique scalaire dont l'unité est le $N.m$: $\boxed{1\ N.m = 1\ kg.m^2.s^{-2}}$

2. *Calcul*

Le mouvement de S par rapport à $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est défini par le torseur cinématique en M de S/R : $\boxed{\{V_{S/R}\}_M = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S/R) \\ \vec{V}(M,S/R) \end{Bmatrix}}$

Par définition, $2.T(S/R) = \int_S [\vec{V}(M,S/R)]^2.dm = \int_S [\vec{V}(A,S/R) + \overrightarrow{MA} \wedge \vec{\Omega}(S/R)]^2.dm \qquad \forall A \in S$

D'où $$2.T(S/R)=\underbrace{\int_S[\vec{V}(A,S/R)]^2.dm}_{\text{Terme 3}}+\underbrace{2.\vec{V}(A,S/R).[\int_S\overrightarrow{MA}.dm\wedge\vec{\Omega}(S/R)]}_{\text{Terme 2}}+\underbrace{\int_S[\overrightarrow{MA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)]^2.dm}_{\text{Terme 1}}$$

Terme 1 :

$$\int_S[\overrightarrow{MA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)]^2.dm=\int_S[\overrightarrow{MA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)].[\overrightarrow{MA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)].dm=\int_S\vec{\Omega}(S/R).[\overrightarrow{MA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)\wedge\overrightarrow{MA}].dm$$

En effet, on peut permuter circulairement le produit mixte.

D'où $$\int_S[\overrightarrow{MA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)]^2.dm=\int_S\vec{\Omega}(S/R).[\overrightarrow{AM}\wedge\vec{\Omega}(S/R)\wedge\overrightarrow{AM}].dm=\vec{\Omega}(S/R).[I(A,S).\vec{\Omega}(S/R)]$$

Terme 2 :

$$\vec{V}(A,S/R).\left[m.\overrightarrow{GA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)\right]+\vec{\Omega}(S/R).\left[\vec{V}(A,S/R)\wedge m.\overrightarrow{GA}\right]$$
$$\vec{V}(A,S/R).\left[m.\overrightarrow{GA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)\right]+\vec{\Omega}(S/R).\left[m.\overrightarrow{AG}\wedge\vec{V}(A,S/R)\right]$$

Terme 3 :

$$\int_S\left[\vec{V}(A,S/R)\right]^2.dm=m.\vec{V}^2(A,S/R)=\vec{V}(A,S/R).m.\vec{V}(A,S/R)$$

En regroupant chaque terme :

$$2.T(S/R)=\vec{\Omega}(S/R).[\underbrace{I(A,S).\vec{\Omega}(S/R)+m.\overrightarrow{AG}\wedge\vec{V}(A,S/R)}_{\vec{\sigma}(A,S/R)}]+\vec{V}(A,S/R).\underbrace{m[\vec{V}(A,S/R)+\overrightarrow{GA}\wedge\vec{\Omega}(S/R)]}_{m.\vec{V}(G,S/R)}$$

L'énergie cinétique galiléenne d'un solide S en mouvement par rapport $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est :

$$\boxed{T(S/R)=\frac{1}{2}.\left\{\begin{array}{c}\vec{\Omega}(S/R)\\ \vec{V}(A,S/R)\end{array}\right\}\otimes\left\{\begin{array}{c}m.\vec{V}(G,S/R)\\ \vec{\sigma}(A,S/R)\end{array}\right\}}\quad\forall A\in S$$

$$\boxed{T(S/R)=\frac{1}{2}.\left\{V_{S/R}\right\}_A\otimes\left\{C_{S/R}\right\}_A}\quad\forall A\in S$$

$$\boxed{T(S/R)=\frac{1}{2}.Torseur\ cin\acute{e}matique_A\otimes Torseur\ cin\acute{e}tique_A}\quad\forall A\in S$$

$$\boxed{T(S/R)=\underbrace{\frac{1}{2}.\vec{V}(A,S/R)\bullet m.\vec{V}(G,S/R)}_{\text{Energie cinétique de translation}}+\underbrace{\frac{1}{2}.\vec{\Omega}(S/R)\bullet\vec{\sigma}(A,S/R)}_{\text{Energie cinétique de rotation}}}\quad\forall A\in S$$

Cas particulier du calcul de l'énergie cinétique pour un point fixe $A \in S$:

$$2.T(S/R) = \int_S [\vec{V}(M,S/R)]^2.dm = \int_S [\vec{V}(A,S/R) + \overrightarrow{MA} \wedge \vec{\Omega}(S/R)]^2.dm = \vec{\Omega}(S/R).[I(A,S).\vec{\Omega}(S/R)]$$

Pour un point fixe $A \in S$: $\boxed{T(S/R) = \frac{1}{2}.\vec{\Omega}(S/R).[I(A,S).\vec{\Omega}(S/R)]}$

Calcul de l'énergie cinétique d'un ensemble de solides :

Pour un ensemble Σ de solides *Si*, l'énergie cinétique galiléenne de Σ est la somme des énergies cinétiques galiléennes de chaque solide :

$$\boxed{T(\Sigma/R) = \sum_i T(S_i/R)}$$

3. *Exemple traité : Système bielle-manivelle*

Nous souhaitons calculer l'énergie cinétique de l'ensemble des solides en mouvement : $\Sigma = \{1,2,3\}$

$\boxed{T(\Sigma/R) = T(1+2+3/R) = T(1/R) + T(2/R) + T(3/R) = T(1/R) + T(2/R) + T(3/R)}$ avec $R=R_0$

Calcul de l'énergie cinétique de 1/R :

O est un point fixe donc $T(1/R) = \frac{1}{2}.\vec{\Omega}(1/R).[I(O,1).\vec{\Omega}(1/R)] = \frac{1}{2}.\dot{\theta}.\vec{z_1}.\begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}.C_1.\dot{\theta}^2$

$$\boxed{T(1/R) = \frac{1}{2}.C_1.\dot{\theta}^2}$$

Calcul de l'énergie cinétique de 2/R :

Par définition : $T(2/R) = \frac{1}{2}.\vec{V}(B,2/R) \bullet m_2.\ \vec{V}(G_2,2/R) + \frac{1}{2}.\vec{\Omega}(2/R) \bullet \vec{\sigma}(B,2/R)$

$\vec{V}(B,2/R) = \dot{\lambda}.\vec{y_0}$; $\vec{V}(G_2,2/R) = \vec{V}(B,2/R) + \overrightarrow{G_2B} \wedge \vec{\Omega}(2/R)$

$\vec{V}(G_2,2/R) = \dot{\lambda}.\vec{y_0} + \overrightarrow{G_2B} \wedge \vec{\Omega}(2/R) = \dot{\lambda}.\vec{y_0} + \frac{d}{2}.\vec{x_2} \wedge (\dot{\alpha}+\dot{\theta}).\vec{z_2} = \dot{\lambda}.\vec{y_0} - \frac{d}{2}.(\dot{\alpha}+\dot{\theta}).\vec{y_2}$

D'où $\underline{\frac{1}{2}.\vec{V}(B,2/R) \bullet \vec{V}(G_2,2/R) = -\frac{1}{2}.\frac{d}{2}.\dot{\lambda}.(\dot{\alpha}+\dot{\theta}).\cos(\alpha+\theta) + \frac{1}{2}.\dot{\lambda}^2}$

$$\vec{\sigma}(B,2/R) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_2 . \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha}+\dot{\theta} \end{bmatrix}_2 + m_2\overrightarrow{BG_2} \wedge \vec{V}(B,2/R) = \left[C_2.(\dot{\alpha}+\dot{\theta}) - m_2.\frac{d}{2}.\dot{\lambda}.\cos(\alpha+\theta)\right].\vec{z_2}$$

D'où $\underline{\frac{1}{2}.\vec{\Omega}(2/R) \bullet \vec{\sigma}(B,2/R) = \frac{1}{2}.(\dot{\alpha}+\dot{\theta}).\left[C_2.(\dot{\alpha}+\dot{\theta}) - m_2.\frac{d}{2}.\dot{\lambda}.\cos(\alpha+\theta)\right]}$

Finalement :

$$\boxed{T(2/R) = \frac{1}{2}.C_2.(\dot{\alpha}+\dot{\theta})^2 - \frac{1}{2}.m_2.d.\dot{\lambda}.(\dot{\alpha}+\dot{\theta}).\cos(\alpha+\theta) + \frac{1}{2}.m_2.\dot{\lambda}^2}$$

Calcul de l'énergie cinétique de 3/R :

3 est en translation donc $\vec{\Omega}(3/R)=\vec{0}$ et tous les points de 3 ont la même vitesse.

$$T(3/R)=\frac{1}{2}.\vec{V}(B,3/R)\bullet m_3.\vec{V}(G_3,3/R)$$

Finalement : $\boxed{T(3/R)=\frac{1}{2}.m_3.\dot{\lambda}^2}$

Energie cinétique totale :

$$\boxed{T(\Sigma/R)=T(1/R)+T(2/R)+T(3/R)=\frac{1}{2}.C_1.\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}.C_2.\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right)^2-\frac{1}{2}.m_2.d.\dot{\lambda}.\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right).\cos\left(\alpha+\theta\right)+\frac{1}{2}.m_3.\dot{\lambda}^2+\frac{1}{2}.m_2.\dot{\lambda}^2}$$

III PUISSANCE

1. *Puissance des efforts extérieurs.*

Soit S un solide en mouvement par rapport à $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ Galiléen. Le mouvement de S est définie par le torseur cinématique en A de S/R : $\boxed{\{V_{S/R}\}_A=\begin{Bmatrix}\vec{\Omega}(S/R)\\ \vec{V}(A,S/R)\end{Bmatrix}}$

Une action mécanique extérieure exercée sur S est représentée par son torseur statique en A :

$$\boxed{\{T_{ext\to S}\}_A=\begin{Bmatrix}\vec{R}(ext\to S)\\ \vec{M}(A,ext\to S)\end{Bmatrix}_A}$$

La **puissance développée à l'instant t** par un effort extérieur sur S dans son mouvement par rapport à $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est le produit du torseur cinématique par le torseur statique :

$$\boxed{P(ext\to S/R)=\begin{Bmatrix}T_{ext\to S}\end{Bmatrix}_A\otimes\begin{Bmatrix}V_{S/R}\end{Bmatrix}_A}$$

$$\boxed{P(ext\to S/R)=\vec{R}(ext\to S)\bullet\vec{V}(A,S/R)+\vec{M}(A,ext\to S)\bullet\vec{\Omega}(S/R)}$$

La puissance totale $P(\overline{S}\to S/R)$ des efforts extérieurs exercés sur S par rapport $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est la somme des puissances développées par chaque effort extérieur :

$$\boxed{P(\overline{S}\to S/R)=\sum_i P(ext_i\to S/R)}$$

NB : $\overline{S}\cap S=\varnothing$

- Pour un ensemble Σ de solides *Si*, on calcule la puissance développée par les efforts extérieurs à Σ sur chacun des solides et on fait la somme :

$$\boxed{P(\overline{\Sigma}\to\Sigma/R)=\sum_i P(\overline{\Sigma}\to Si/R)}$$

2. *Puissance des inter-efforts entre deux solides :*

a. *Définition*

Soit E un ensemble constitué par deux solides S_1 et S_2. La puissance des inter-efforts entre S_1 et S_2 est :

$$P(S_2 \to S_1/R)+P(S_1 \to S_2/R)=\{T_{S2\to S1}\}_A \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_1/R) \\ \vec{V}(A,S_1/R) \end{Bmatrix} + \{T_{S1\to S2}\}_A \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_2/R) \\ \vec{V}(A,S_2/R) \end{Bmatrix}$$

en appliquant la loi d'action-réaction, on obtient :

$$P(S_1,S_2)=P(S_2 \to S_1/R)+P(S_1 \to S_2/R)=\{T_{S2\to S1}\}_A \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_1/R)-\vec{\Omega}(S_2/R) \\ \vec{V}(A,S_1/R)-\vec{V}(A,S_2/R) \end{Bmatrix}$$

en composant les vecteurs instantané de rotation ;

$$P(S_1,S_2)=\{T_{S2\to S1}\}_A \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_1/S_2) \\ \vec{V}(A,S_1/S_2) \end{Bmatrix}$$

La puissance des inter-efforts $P(S_1,S_2)=P(S_2 \to S_1/R)+P(S_1 \to S_2/R)$ entre S_1 et S_2 est donc :

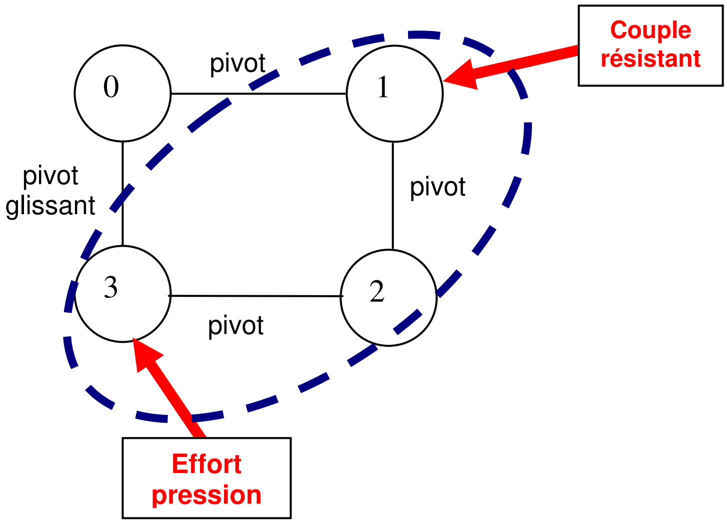
$$\boxed{P(S_1,S_2)=\begin{Bmatrix} \vec{R}(S_2 \to S_1) \\ \vec{M}(A,S_2 \to S_1) \end{Bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_1/S_2) \\ \vec{V}(A,S_1/S_2) \end{Bmatrix}}$$

$$\boxed{P(S_1,S_2)=\vec{R}(S_2 \to S_1)\cdot\vec{V}(A,S_1/S_2)+\vec{M}(A,S_2 \to S_1)\cdot\vec{\Omega}(S_1/S_2)}$$

b. *Cas des liaisons parfaites*

Si S_1 et S_2 sont **en liaison parfaites sans frottement ni jeu, alors la puissance des inter-efforts entre S1 et S2 est nulle**.

3. *Exemple traité : Système bielle-manivelle*



Puissance des efforts extérieurs :

Bilan de efforts extérieurs à $\Sigma=\{1,2,3\}$:

- Liaison pivot glissant 0-3 parfaite : $P(\underline{0} \to 3/\underline{0})=0$
- Liaison pivot 0-1 parfaite : $P(\underline{0} \to 1/\underline{0})=0$
- Couple résistant sur 1 : $P(helice \to 1/R)$
- Effort de pression sur 3 : $P(mélange \to 3/R)$

Puissance développée par l'hélice sur 1:

$$P(helice \to 1/R)=\vec{R}(helice \to 1)\bullet\vec{V}(O\in 1/R)+\vec{M}(O,helice \to 1)\bullet\vec{\Omega}(1/R)=C_r.\vec{z_0}.\dot{\theta}.\vec{z_0}$$

$$\boxed{P(helice \to 1/R)=C_r.\dot{\theta}}$$

Puissance développée par le mélange sur 3:

$$P(mélange \to 3/R)=\vec{R}(mélange \to 3)\bullet\vec{V}(B\in 3/R)+\vec{M}(B,mélange \to 3)\bullet\vec{\Omega}(3/R)=-F.\vec{y_0}.\dot{\lambda}.\vec{y_0}$$

$$\boxed{P(mélange \to 3/R)=-F.\dot{\lambda}}$$

Puissance totale des efforts extérieurs :

$$\boxed{P(\overline{\Sigma} \to \Sigma / R) = C_r.\dot{\theta} - F.\dot{\lambda}}$$

Puissance des inter-efforts : $P(1,2)$, $P(2,3)$

Cette puissance est nulle car toutes les liaisons sont parfaites.

IV THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

1. Pour un solide

Soit S un solide en mouvement par rapport à $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ Galiléen.

En appliquant le PFD à S, on sait que :

- $m.\vec{\Gamma}(G/R) = \sum \overrightarrow{F(\overline{S} \to S)}$; (1)
- $\overrightarrow{\delta(A,S/R)} = \sum \overrightarrow{M(A,\overline{S} \to S)}$; (2)

On effectue le produit scalaire de (1) avec $\vec{V}(A,S/R)$.

On effectue le produit scalaire de (2) avec $\vec{\Omega}(S/R)$ et on fait la somme.

On obtient : $P(\overline{S} \to S/R) = m.\vec{\Gamma}(G,S/R)\cdot\vec{V}(A,S/R) + \vec{\delta}(A,S/R)\cdot\vec{\Omega}(S/R)$

En revenant aux définitions et en appliquant la conservation de la masse,

$$P(\overline{S} \to S/R) = \int_S \vec{\Gamma}(M,S/R)\cdot\vec{V}(A,S/R).dm + \int_S \overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Gamma}(M,S/R)\cdot\vec{\Omega}(S/R).dm$$

D'où $P(\overline{S} \to S/R) = \int_S \frac{d}{dt}\left[\vec{V}(M,S/R)\right]\cdot\left[\vec{V}(M,S/R) + \overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Omega}(S/R)\right].dm + \int_S \overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Gamma}(M,S/R)\cdot\vec{\Omega}(S/R).dm$

En développant le produit scalaire :

$$P(\overline{S} \to S/R) = \int_S \frac{d}{dt}\left[\vec{V}(M,S/R)\right]\cdot\left[\vec{V}(M,S/R)\right].dm$$

$$+ \int_S \vec{\Gamma}(M,S/R).\left[\overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Omega}(S/R)\right].dm + \int_S \overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Gamma}(M,S/R)\cdot\vec{\Omega}(S/R).dm$$

$$P(\overline{S} \to S/R) = \frac{d}{dt}\int_S \frac{1}{2}\cdot\left[\vec{V}(M,S/R)\right]^2.dm - \int_S \vec{\Omega}(S/R).\overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Gamma}(M,S/R).dm + \int_S \overrightarrow{AM} \wedge \vec{\Gamma}(M,S/R)\cdot\vec{\Omega}(S/R).dm$$

$$\boxed{P(\overline{S} \to S/R) = \frac{d}{dt}\int_S \frac{1}{2}\cdot\left[\vec{V}(M,S/R)\right]^2.dm}$$

Finalement on obtient le **théorème de l'énergie cinétique** pour un solide S en mouvement dans un référentiel galiléen R.

Théorème de l'énergie cinétique pour un solide S : TEC

La dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique galiléenne d'un solide est égale à la puissance des efforts extérieurs :

$$\boxed{\frac{d}{dt}T(S/R) = P(\overline{S} \to S/R)}$$

2. *Pour un système de solides*

Soit Σ un ensemble de i solides S_i. Appliquons le TEC à chacun des solides :

Pour $i = 1$ à n : $\dfrac{d}{dt}T(S_i/R) = P(\overline{S_i} \rightarrow S_i/R) = P(\overline{\Sigma} \rightarrow S_i/R) + \sum_{k \neq i} P(S_k \rightarrow S_i/R)$

Sommons sur l'indice i :

$$\sum_i \frac{d}{dt}T(S_i/R) = \sum_i P(\overline{\Sigma} \rightarrow S_i/R) + \sum_i \sum_{k \neq i} P(S_k \rightarrow S_i/R) = \sum_i P(\overline{\Sigma} \rightarrow S_i/R) + \sum_{i,k \neq i} P(S_k \rightarrow S_i/R) \ ;$$

D'où finalement :

Pour un système de solides Σ, le théorème de l'énergie cinétique nous donne :

$$\boxed{\frac{d}{dt}T(\Sigma/R) = \underbrace{P(\overline{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R)}_{\text{Puissance Extérieure}} + \underbrace{\sum_{i,k \neq i} P(S_k \rightarrow S_i/R)}_{\text{Puissance Intérieure}}}$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}T(\Sigma/R) = P(\overline{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R) + \sum_{\substack{i,k=1 \\ i<k}}^{n} P(S_k, S_i)}$$

La dérivée de l'énergie cinétique galiléenne d'un système de solides est égale à la puissance développée par les actions extérieures au système augmentée des puissances des inter-efforts entre les solides constituants le système.

Nota Bene :

- Faire le bilan des actions extérieures et calculer leurs puissances ;
- Faire le bilan des liaisons parfaites car dans ce cas la puissance des inter-efforts est nulle ;
- Repérer les actions internes de frottements ;

3. *Exemple traité : Système bielle manivelle*

Appliquons le T.E.C. au système de solides $\Sigma = \{1,2,3\}$: $\boxed{\dfrac{d}{dt}T(\Sigma/R) = P_{extérieure} + P_{intérieure}}$

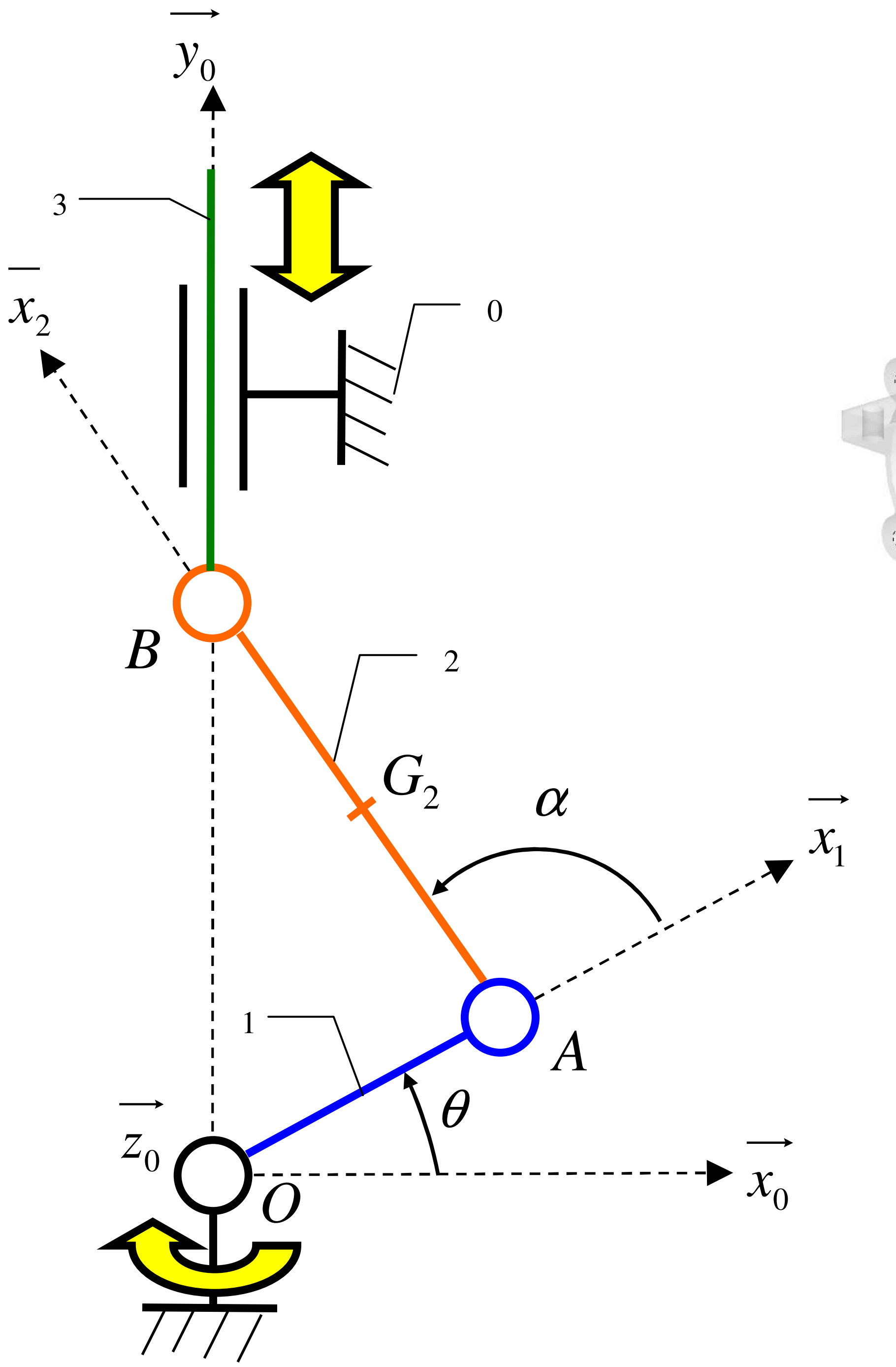
Nous obtenons l'équation scalaire permettant de relier **le couple résistant à l'effort de pression dans le cylindre** :

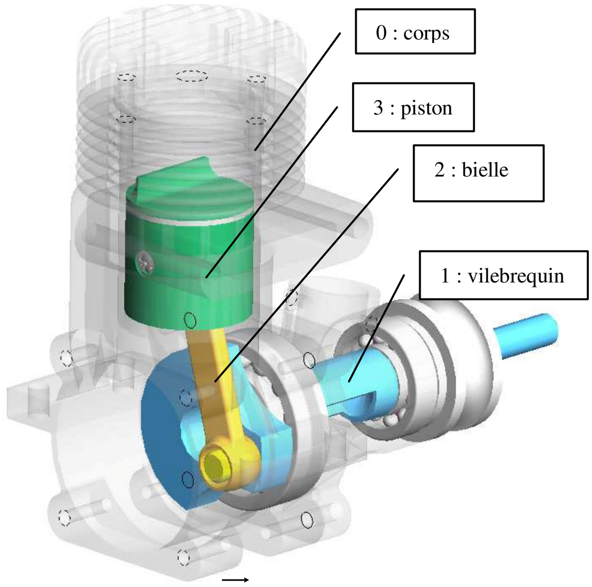
$$\boxed{\frac{d}{dt}T(1+2+3/R) = P(helice \rightarrow 1/R) + P(melange \rightarrow 3/R) + \underbrace{P(0 \rightarrow 3/0) + P(0 \rightarrow 1/0) + P(1,2) + P(2,3)}_{0}}$$

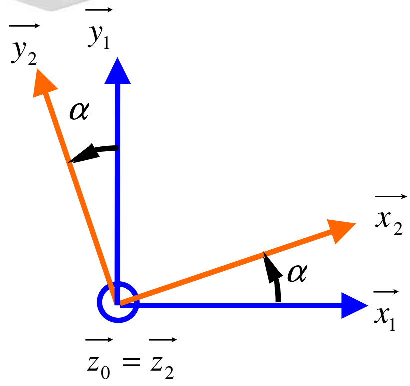
$$\boxed{\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}.C_1.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}.C_2.\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right)^2 - \frac{1}{2}.m_2.d.\dot{\lambda}.\left(\dot{\alpha}+\dot{\theta}\right).\cos\left(\alpha+\theta\right) + \frac{1}{2}.\left(m_3+m_2\right).\dot{\lambda}^2\right] = C_r.\dot{\theta} - F.\dot{\lambda}}$$

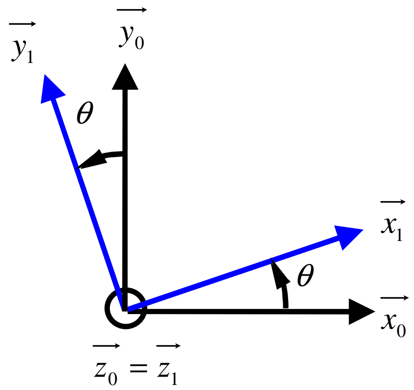
NB : en régime permanent ou si l'on néglige la variation d'énergie cinétique alors on a $C_r.\dot{\theta} - F.\dot{\lambda} = 0$

MICROMOTEUR 2 TEMPS WEBRA pour le MODELISME









$$\overrightarrow{AB} = d.\overrightarrow{x_2} \;;\; \overrightarrow{OB} = \lambda.\overrightarrow{y_0} \;;\; \overrightarrow{AG_2} = \frac{d}{2}.\overrightarrow{x_2} \;;\; I(O,1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{B1} \;;\; I(B,2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{B2} .$$

Couple résistant hélice sur le vilebrequin **1** : $\{T_{h\to 1}\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_r \end{Bmatrix}_{B1}$; m_2 et m_3 sont les masses des solides 2 et 3

Effort du mélange 2-temps sur le piston **3** : $\{T_{f\to 3}\} = {}_{B}\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B0}$;