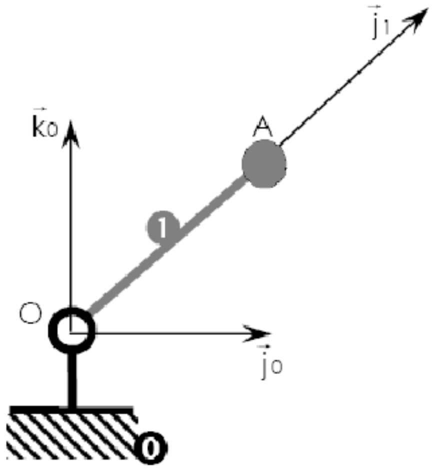
APPLICATIONS DIRECTES

1. Calcul d'énergie cinétique

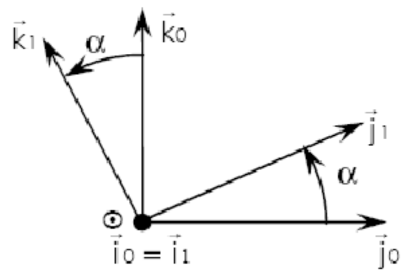
Cas 1 : robot simple

$$\overrightarrow{OP} = x.\vec{j}_1$$
$$\overrightarrow{OG_2} = l_1.\vec{j}_1$$
$$\overrightarrow{OG_1} = \frac{l_1}{2}.\vec{j}_1$$

Le robot est constitué : $\begin{array}{l}\text{Tige 1 homogène : } m_1, G_1 \\ \text{Masse ponctuelle 2 : } m_2, G_2\end{array}$



$\{S_1 + S_2\} = \text{Classe d'équivalence}$



- Calculer $T(1+2/R) = T(1/R) + T(2/R)$

Cas 2 : robot moins simple

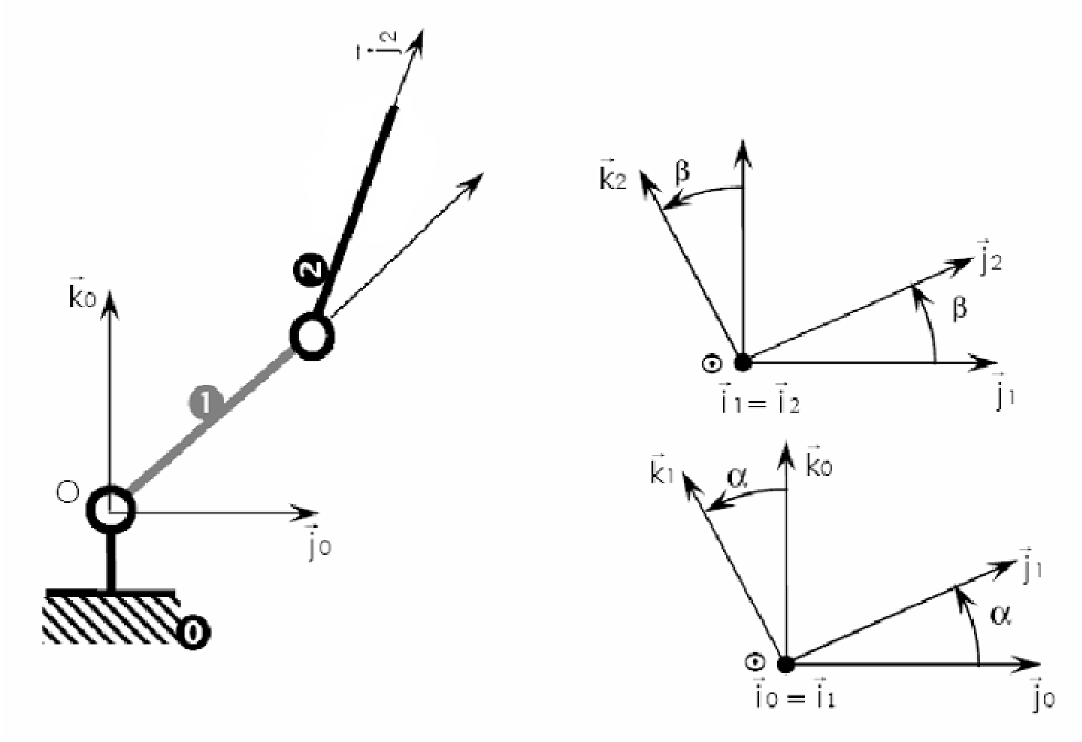
Le dispositif étudié est un robot « 6 axes » utilisé pour des opérations de manutention. Il est étudié dans une **configuration où seuls deux axes sont actifs**, **les autres étant considérés comme bloqués**. Le schéma cinématique correspondant fait apparaître le bâti **0**, le bras **1** et le second bras **2**.

Repérage et architecture des liaisons :

- Le repère R_0 :$(O, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ est associé au solide **0**, considéré comme galiléen.
- Le repère R_1 :$(O, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ est associé au solide **1** qui est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{i}_0)$ est associé avec le bâti **0**.
- Le repère R_2 :$(A, \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$ est associé au solide **2**. Le solide 2 est en en liaison pivot d'axe $(A, \vec{i}_0)$ avec **1**.

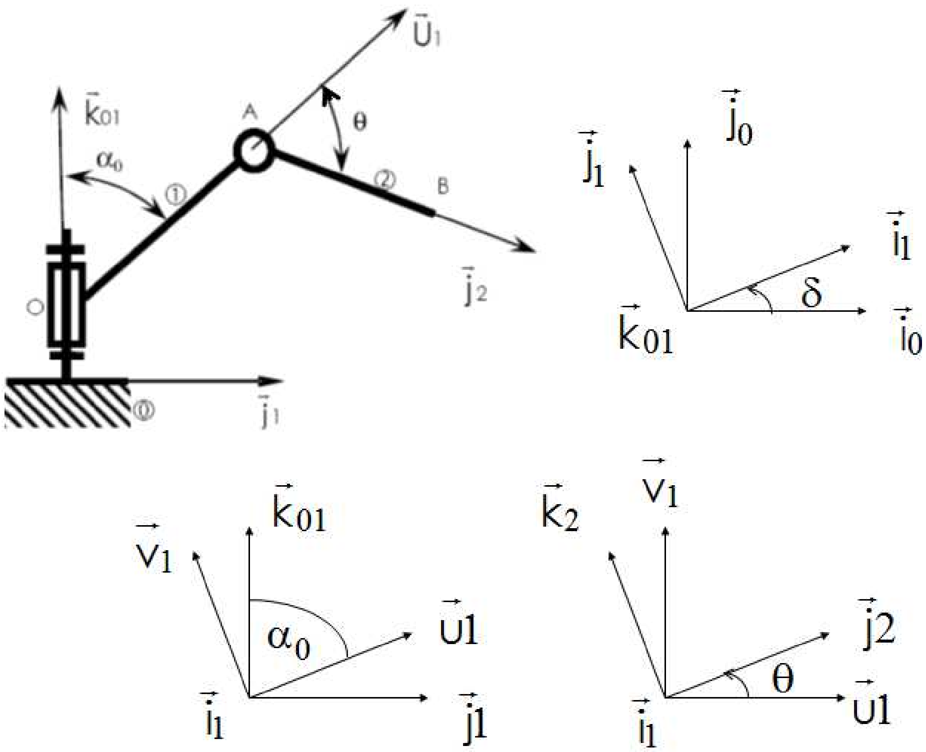
Caractéristiques géométriques, massiques et inertielles :

- Le bras **1** est assimilé à une tige de masse m1 et de longueur l1 et de centre de gravité G1.
- Le bras **2** est assimilé à une tige de masse m2 et de longueur l2 et de centre de gravité G2.



- Calculer $T(1+2/R) = T(1/R) + T(2/R)$

Cas 3 : robot vraiment moins simple …



$\overrightarrow{OA} = l_1.\vec{u}_1$

Le mécanisme que vous êtes invités à étudier est constitué d'un bâti **0**, d'un arbre**1** en liaison pivot avec le bâti en O.
Le solide **2** est en en liaison pivot avec **1** en A. Les solides **1** et **2** de masses respectives m_1 et m_2 sont assimilés à des barres homogènes de longueurs respectives l_1 et l_2. **L'angle α_0 est constant**, par contre l'angle θ varie en fonction du temps. On désigne par $\omega_{10}= \dot{\delta}$, la vitesse angulaire de rotation de **1** par rapport à 0.

- Calculer l'énergie cinétique 2T(2U1/0). Attention, il y a peut-être quelques pièges à déjouer !

2. Calcul d'énergie cinétique : application aux inerties équivalentes

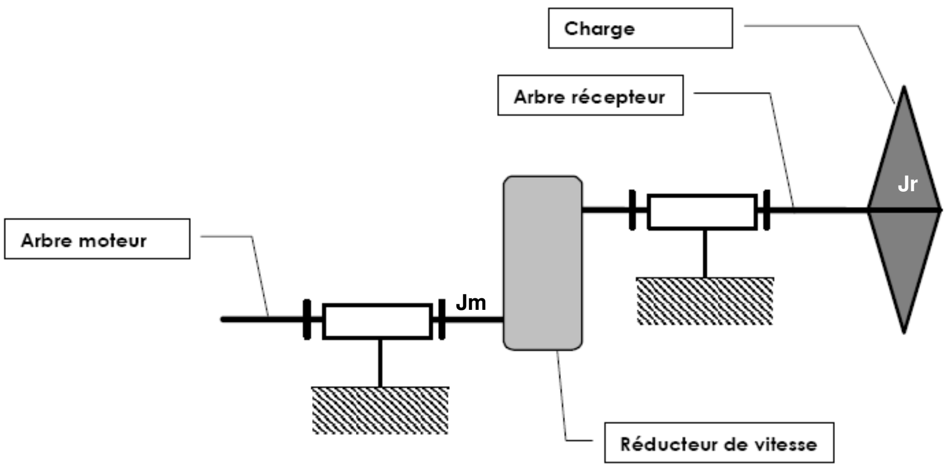
Cas 1 : réducteur

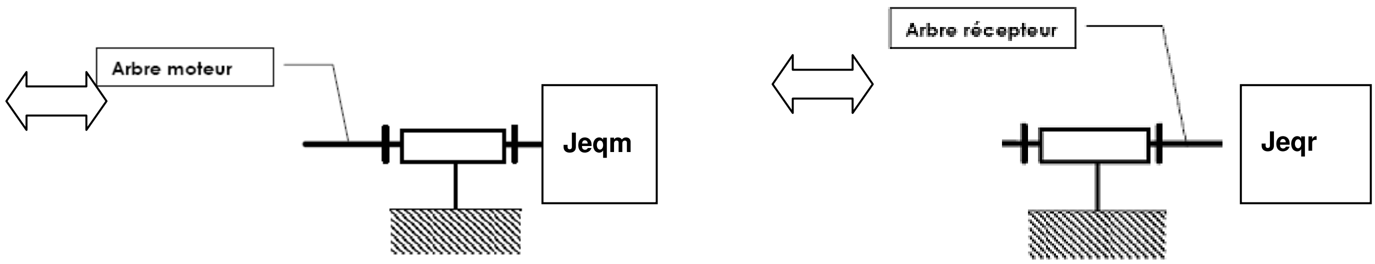
L'actionneur et tous les éléments qui sont solidaires de l'arbre moteur possèdent un moment d'inertie selon leur axe $\mathbf{J_m}$. L'arbre récepteur et la charge qu'il entraîne possèdent un moment d'inertie selon leur axe **Jr**.

Le système de réduction placé entre ces deux arbres a un rapport **k (|k|<1 et** $k = \dfrac{\omega_{rec/R}}{\omega_{mot/R}}$ **).** On définit l'inertie équivalente aux deux arbres et la charge ramenée sur l'arbre moteur, notée J_{eqm}.

→Cette inertie correspond à l'inertie qui serait placée directement sur l'arbre moteur et qui produirait pour la même vitesse angulaire de rotation la même énergie cinétique que le système réel.

On définit également l'inertie équivalente aux deux arbres et la charge ramenée sur l'arbre récepteur, notée $\mathbf{J_{eqr}}$.
Exprimer J_{eqm} et J_{eqr} en fonction de J_m, J_r et k.





Si $J_m = J_r = J$ et pour un rapport de réduction k> 3, donner l'inertie prépondérante.

Cas 2 : Vélo

Le vélo ci-contre est supposé se déplacer en translation sur le sol horizontal. La masse de l'ensemble vélo+cycliste est notée M. Chacun des solides **1**. **3** et **4** est en mouvement de rotation par rapport au cadre **2** selon un axe de direction perpendiculaire au plan de la figure. En mode pédalage, **2** et **3** sont encastrés. Le moment d'inertie de chacun d'eux par rapport à son axe de rotation est noté J_i, avec i ={1, 3, 4}. La masse de chacun d'eux M_i, avec i ={1, 2, 3, 4}. Le rayon de la roue est noté R et on définit le rapport de transmission k par : $k = \dfrac{\omega_{3/2}}{\omega_{1/2}}$ (k>1).

On définit également $\vec{\Omega}_{1/2} = \omega_{12}\vec{x}0$ et $V = \left\|\vec{V}(P,2/0)\right\|$

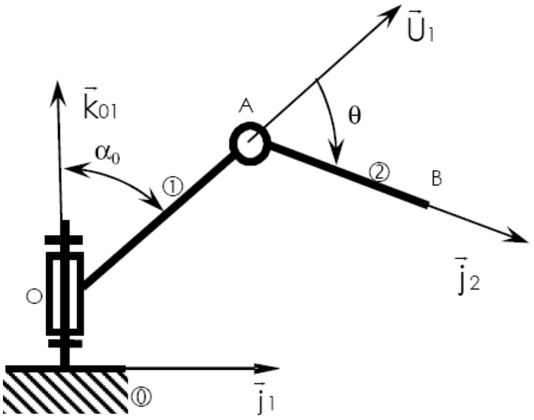
- En supposant que la roue arrière roule sans glisser sur le sol en O, exprimer la relation liant V et $\omega_{1/2}$.

- Exprimer l'inertie équivalente de l'ensemble vélo+cycliste ramené sur l'axe du pédalier et notée Jeq en fonction de J_1, J_3, J_4, $M = M_1 + M_2 + M_3 + 2M_4$, R et k.

- En quoi et dans quelles circonstances, les roues de haute technologie (fibre de carbone) plus légères (750 g env.)que les roues traditionnelles en alliage léger (960g env.) sont elles parfois plus intéressantes pour les compétiteurs ?

3. Calculs de puissance

Cas 1 : robot vraiment moins simple



Les liaisons sont parfaites.

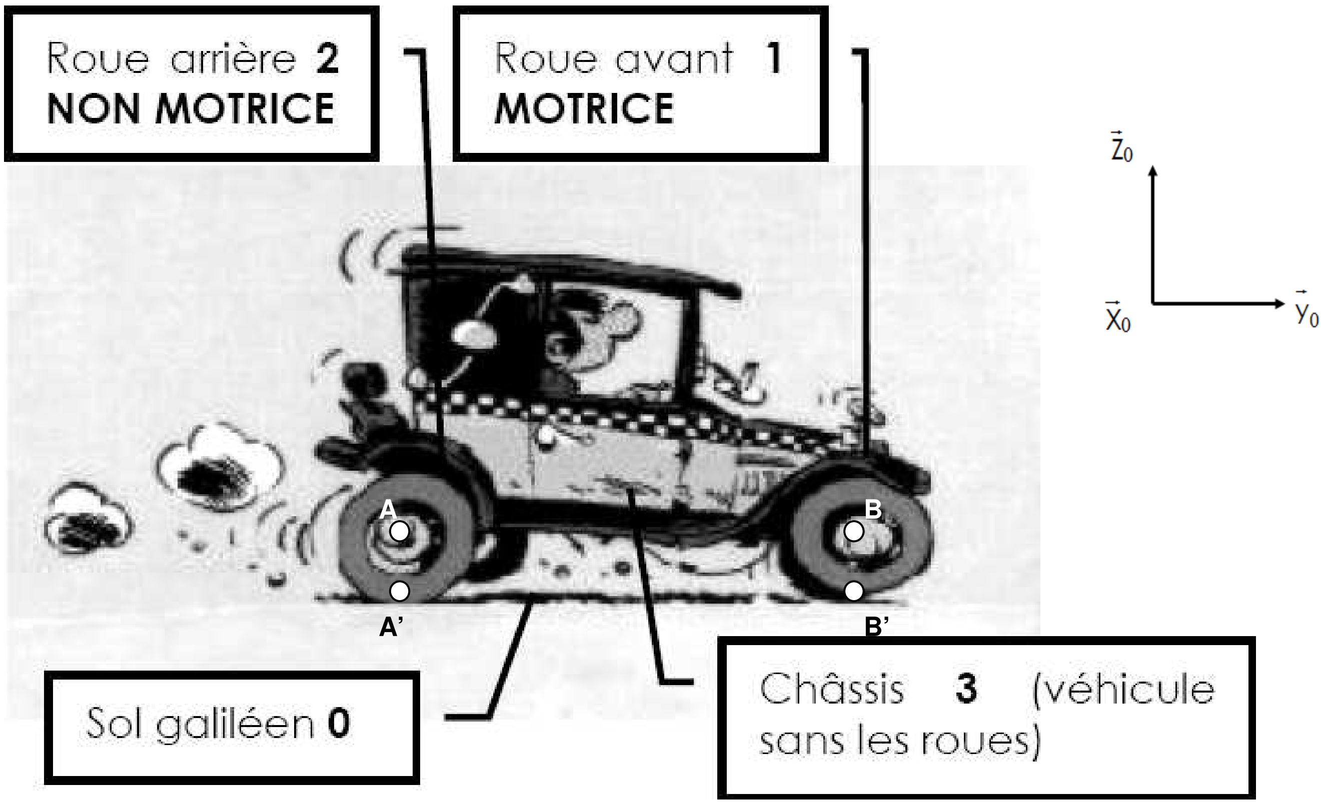
On note $\{2 \rightarrow 1\}_A = \begin{Bmatrix} X_{21}.\vec{i}_1 + Y_{21}.\vec{j}_1 + Z_{21}.\vec{k}_{01} \\ M_{21}.\vec{j}_1 + N_{21}.\vec{k}_{01} \end{Bmatrix}_A$

$\overrightarrow{OA} = l_1.\vec{u}_1$

$\vec{\Omega}_{10} = \omega_{10}\vec{k}_{01} = \dot{\delta}\,\vec{k}_{01}$

- Calcul de $P(1 \leftrightarrow 2)$
- Calcul de $P(2 \rightarrow 1/0)$
- $P(0 \leftrightarrow 1)$

Cas 2 : puissance dans un véhicule



- Les roues de rayon R sont supposées être uniquement en liaison pivot (parfaites) de direction $\vec{x}$ avec le châssis **3.** Le moteur (actionneur : act) exerce sur la roue motrice **1** des actions mécaniques représentées par le torseur couple de moment $C_{31}\ \vec{x}$. On fera l'hypothèse de **roulement sans glissement** des roues au sol en A' et B'. On considère les liaisons parfaites. On note : $\vec{\Omega}_{23} = \dot{\theta}\vec{x}_0$ avec $\dot{\theta}$ négatif si la voiture avance.

On donne :

$$\{0 \to 2\}_{A'} = \begin{Bmatrix} Z_{02}.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{A'} \quad \{0 \to 1\}_{B'} = \begin{Bmatrix} Z_{01}.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{B'} \quad \Big\{\underbrace{3 \to 1}_{act}\Big\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{31}.\vec{x}_0 \end{Bmatrix}_B$$

$$\Big\{\underbrace{3 \to 1}_{pivot}\Big\}_B = \begin{Bmatrix} X_{31}.\vec{x}_0 + Y_{31}.\vec{y}_0 + Z_{31}.\vec{z}_0 \\ M_{31}.\vec{y}_0 + N_{31}.\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_B \quad \Big\{\underbrace{3 \to 2}_{pivot}\Big\}_A = \begin{Bmatrix} X_{32}.\vec{x}_0 + Y_{32}.\vec{y}_0 + Z_{32}.\vec{z}_0 \\ M_{32}.\vec{y}_0 + N_{32}.\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_A$$

- Donner les torseurs cinématiques suivants suivantes :

$\{V2/0\}_A$, $\{V3/0\}_A$, $\{V2/3\}_A$, $\{V1/0\}_B$, $\{V3/0\}_B$, $\{V1/3\}_B$

- Calculer les puissances suivantes :

$P(\underbrace{3 \leftrightarrow 1}_{pivot}), P(\underbrace{3 \leftrightarrow 1}_{act}), P(3 \leftrightarrow 2), P(1 \leftrightarrow 0), P(2 \leftrightarrow 0), P(0 \to 1/0), P(0 \to 2/0), P(\underbrace{3 \to 1}_{act}/0), P(\underbrace{3 \to 1}_{act}/3), P(3 \to 1/0), P(3 \to 2/0)...$