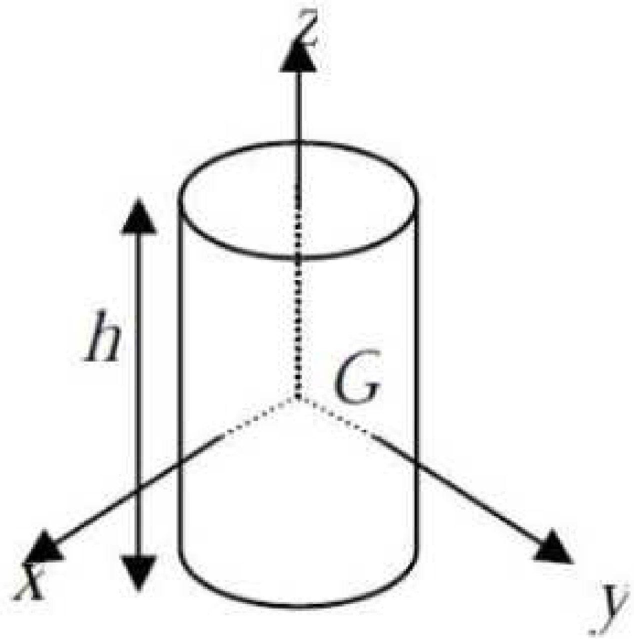
Energie cinétique

Rappel :

Cylindre de masse m , de hauteur h et de rayon R



$$I(G,S)=\begin{bmatrix} m\left(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\left(\frac{R^2}{2}\right) \end{bmatrix}_{(-,-,\vec{z})}$$

Barre : R→ 0

But : Calcul de l'énergie cinétique

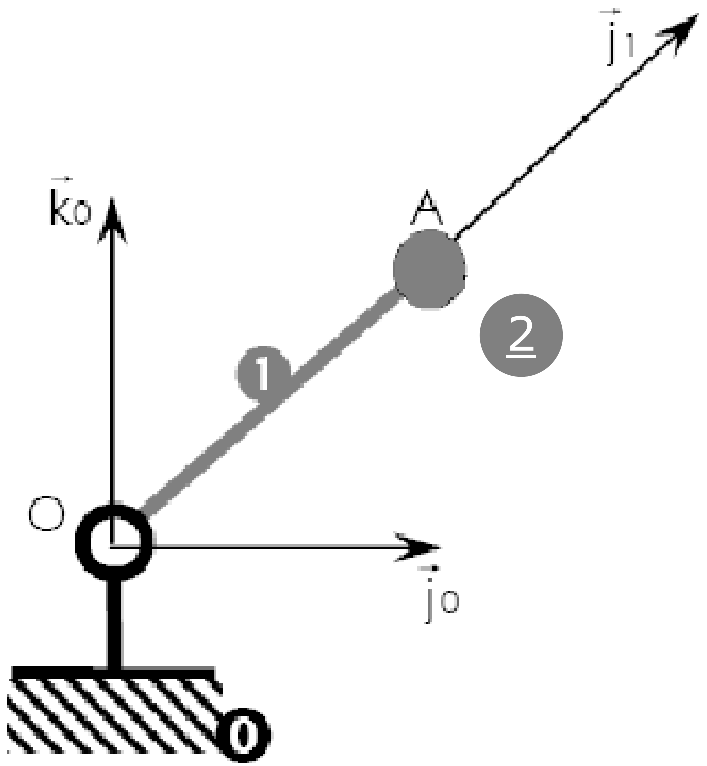
Tige 1 homogène : m_1, G_1

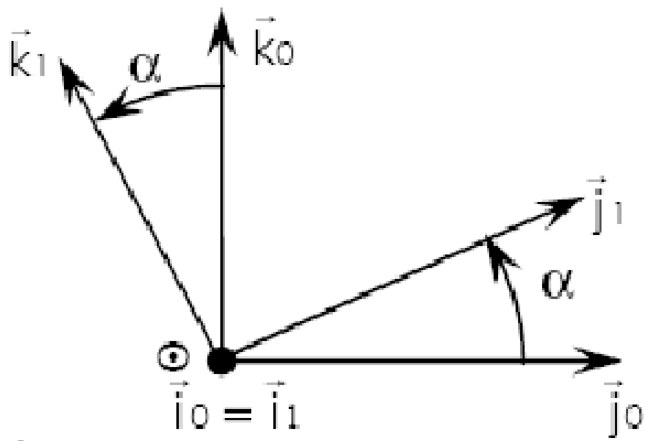
Masse ponctuelle 2 : m_2, G_2

$$\overrightarrow{OP} = x.\vec{j}_1$$

$$\overrightarrow{OG_2} = l_1.\vec{j}_1$$

$$\overrightarrow{OG_1} = \frac{l_1}{2}.\vec{j}_1$$





$$\{S_1 + S_2\} = \text{Classe d'équivalence}$$

But : Calcul de l'énergie cinétique

$$\mathrm{T}(1+2/\mathrm{R}) = \mathrm{T}(1/\mathrm{R}) + \mathrm{T}(2/\mathrm{R})$$

But : Calcul de l'énergie cinétique

$$T(1+2/R)=T(1/R)+T(2/R)$$

$$\downarrow$$

$$T(2/R)=\frac{1}{2}.m_2.\vec{V}(A,S/R)^2$$

$$T(2/R)=\frac{1}{2}.m_2.\left(l_1.\dot{\alpha}\right)^2$$

But : Calcul de l'énergie cinétique

$$T(1+2/R) = T(1/R) + T(2/R)$$

$$\downarrow$$

$$T(1/R) = \frac{1}{2}.m_1.\vec{V}(G_1,1/R)^2 + \frac{1}{2}.\vec{\Omega}_{1/0}.\left[I(G_1,1)\right].\vec{\Omega}_{1/0}$$

$$T(1/R)=\frac{1}{2}.m_{1}.\vec{V}(G_{1},1/R)^{2}+\frac{1}{2}.\vec{\Omega}_{1/0}.\left[I(G_{1},1)\right].\vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\vec{V}_{G_{1},1/0}=\frac{l_{1}}{2}.\dot{\alpha}.\vec{k}_{1} \qquad \overrightarrow{\Omega}_{1/0}=\dot{\alpha}.\vec{i}_{1}$$

$$T(1/R)=\frac{1}{2}.m_{1}.\left(\frac{l_{1}}{2}.\dot{\alpha}\right)^{2}+\frac{1}{2}.m_{1}.\frac{l_{1}^{2}}{12}.\dot{\alpha}^{2}$$

$$T(1/R)=\frac{1}{2}.m_{1}.\frac{l_{1}^{2}}{3}.\dot{\alpha}^{2}$$

OU

$$\cancel{T(1/R) = \frac{1}{2}.m_1.\vec{V}(G_1,1/R).\vec{V}(O,1/R)}$$

$$+\frac{1}{2}.\vec{\Omega}_{1/0}.\left[I(O,1)\right].\vec{\Omega}_{1/0}$$

$$\vec{V}_{G_1,1/0} = \frac{l_1}{2}.\dot{\alpha}.\vec{k}_1 \qquad \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha}.\vec{i}_1$$

$$T(1/R) = \frac{1}{2}.m_1.\frac{l_1^2}{3}.\dot{\alpha}^2$$

$$T(1+2/R) = T(1/R) + T(2/R)$$

$$T(1/R) = \frac{1}{2}.m_1.\frac{l_1^2}{3}.\dot{\alpha}^2$$

$$T(2/R) = \frac{1}{2}.m_2.(l_1.\dot{\alpha})^2$$

But : Calcul de l'énergie cinétique

Le dispositif étudié est un robot « 6 axes » utilisé pour des opérations de manutention. Il est étudié dans une **configuration où seuls deux axes sont actifs**, **les autres étant considérés comme bloqués**. Le schéma cinématique correspondant fait apparaître le bâti **0**, le bras **1** et le second bras **2**.

Repérage et architecture des liaisons :

• Le repère R_0 :$(O, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ est associé au solide **0**, considéré comme galiléen.

• Le repère R_1 :$(O, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$ est associé au solide **1** qui est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{i}_0)$ est associé avec le bâti **0**.

• Le repère R_2 :$(A, \vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2)$ est associé au solide **2**. Le solide 2 est en en liaison pivot d'axe $(A, \vec{i}_0)$ avec **1**.

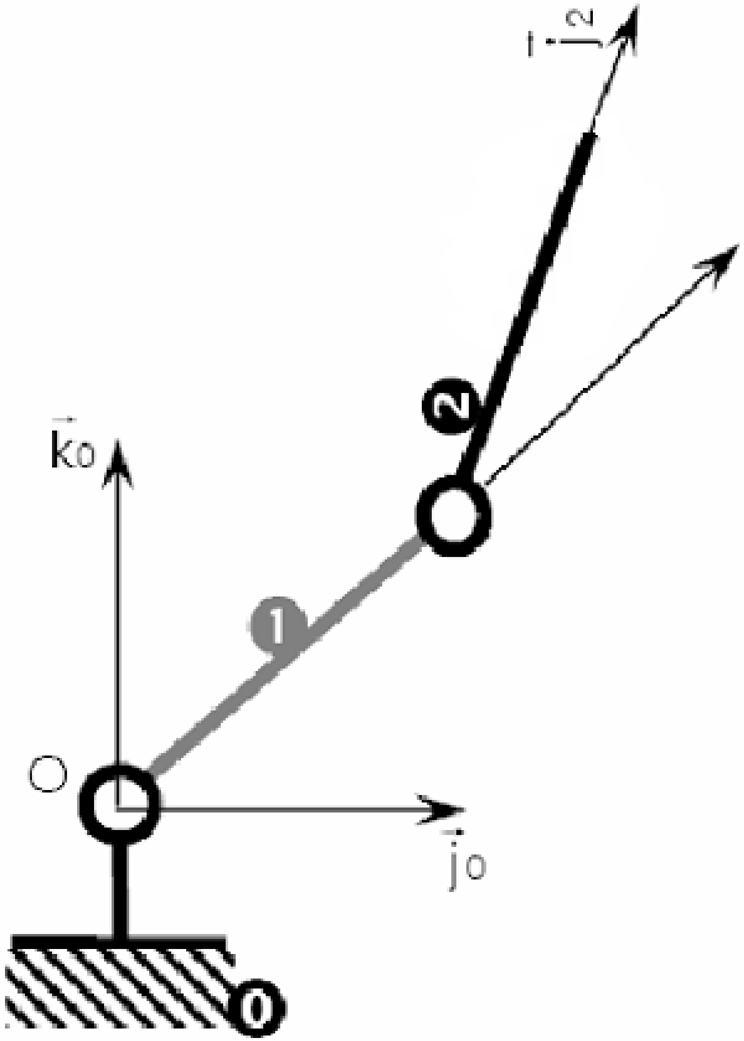
Caractéristiques géométriques, massiques et inertielles :

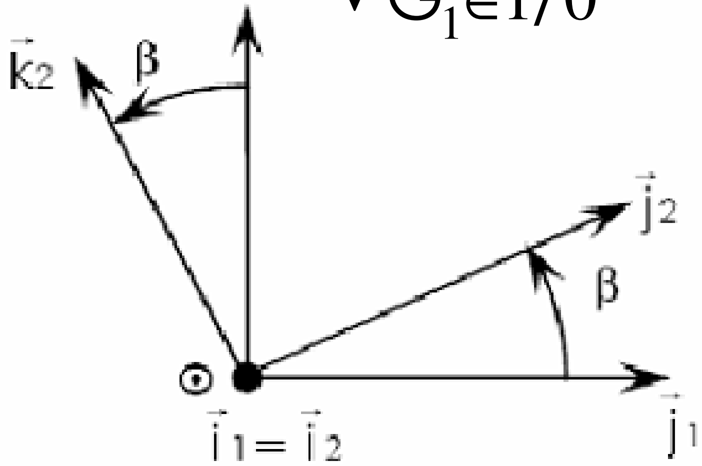
- Le bras **1** est assimilé à une tige de masse $m1$ et de longueur $l1$.

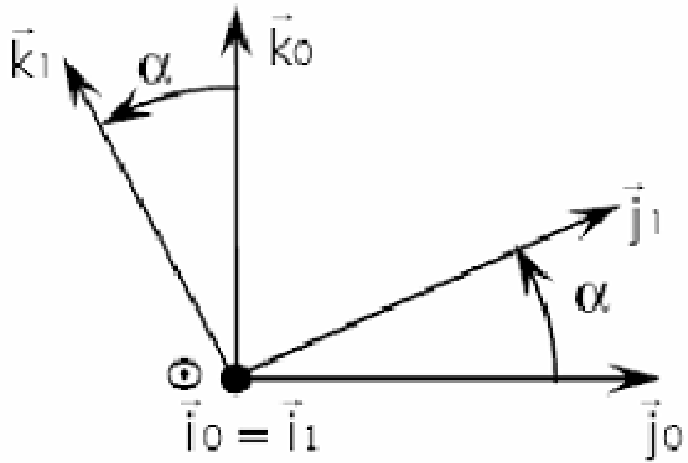
- Le bras **2** est assimilé à une tige de masse $m2$ et de longueur $l2$.

$$\vec{V}_{A\in 1/0} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{k}_1$$

$$\vec{V}_{G_1\in 1/0} = \frac{l_1}{2}.\dot{\alpha}.\vec{k}_1$$







$$T(1+2/R) = T(1/R) + T(2/R)$$

$$\downarrow$$

$$T(1/R) = \frac{1}{2}.m_1.\frac{l_1^2}{3}.\dot{\alpha}^2$$

$$T(1+2/R) = T(1/R) + T(2/R)$$

$$T(2/R) = \frac{1}{2}.m_2.\vec{V}(G_2, 2/R)^2 + \frac{1}{2}.\vec{\Omega}_{2/R}.[I(G_2, 2)].\vec{\Omega}_{2/R}$$

TORSEUR CINEMATIQUE

$$\begin{pmatrix} \vec{\Omega}_{2/0} = \left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{i} \\ \vec{V}_{G_2 \in 2/0} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{k}_1 + \frac{l_2}{2}.\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{k}_2 \end{pmatrix}_{G_2}$$

$$T(1+2/R)=T(1/R)+T(2/R)$$

$$T(2/R)=\frac{1}{2}.m_2.\vec{V}(G_2,2/R)^2+\frac{1}{2}.\vec{\Omega}_{2/R}.\left[I(G_2,2)\right].\vec{\Omega}_{2/R}$$

TORSEUR CINETIQUE

$$\begin{Bmatrix} m_2\vec{V}_{G_2\in 2/0}=m_2 l_1.\dot{\alpha}.\vec{k}_1+m_2\frac{l_2}{2}.\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{k}_2 \\ \vec{\sigma}_{G_2\in 2/0}=m_2\frac{{l_2}^2}{12}\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\vec{i} \end{Bmatrix}_{G_2}$$

TORSEUR CINEMATIQUE

$$\left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}_{2/0} = \left(\dot{\alpha} + \dot{\beta}\right).\vec{i} \\ \overrightarrow{V}_{G_2 \in 2/0} = l_1.\dot{\alpha}.\vec{k}_1 + \frac{l_2}{2}.\left(\dot{\alpha} + \dot{\beta}\right).\vec{k}_2 \end{array}\right\}_{G_2}$$

TORSEUR CINETIQUE

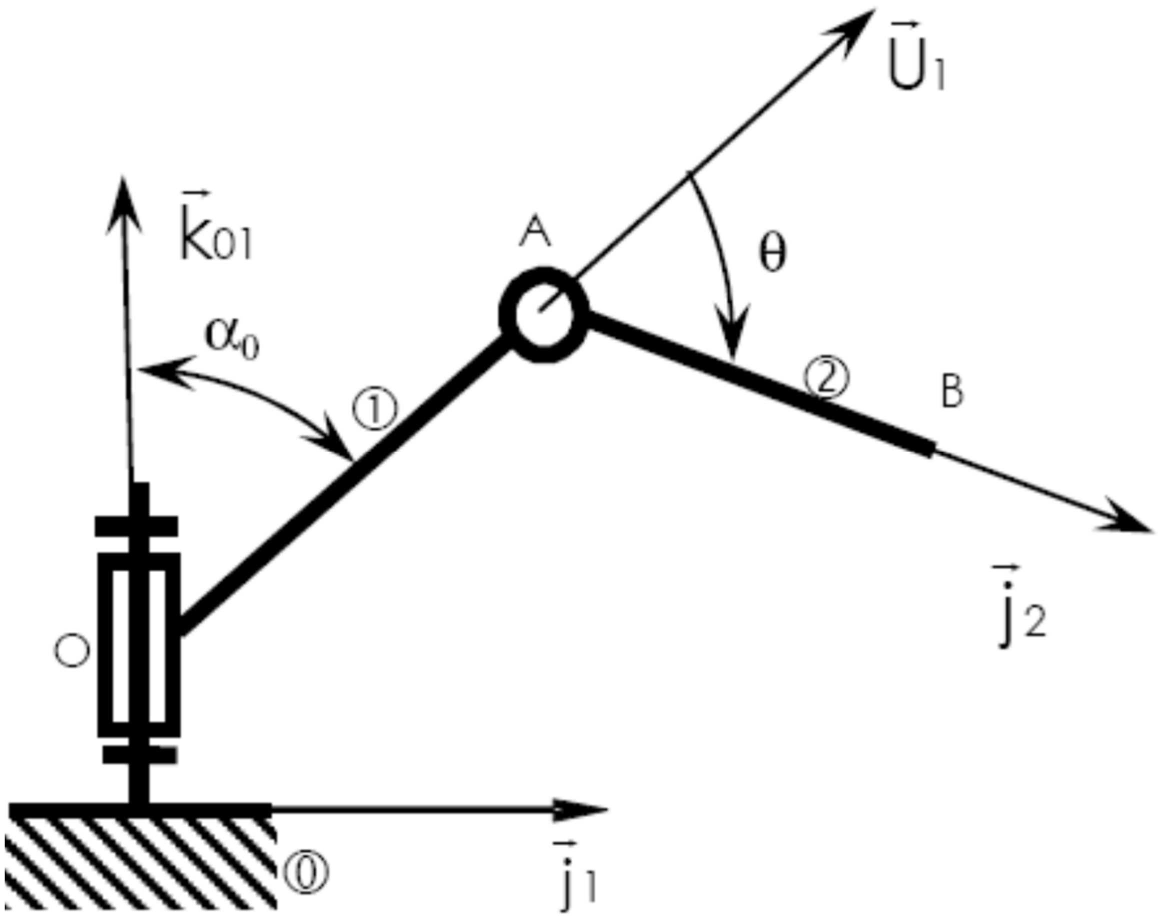
$$\left\{\begin{array}{c} m_2 \overrightarrow{V}_{G_2 \in 2/0} = m_2 l_1.\dot{\alpha}.\vec{k}_1 + m_2 \frac{l_2}{2}.\left(\dot{\alpha} + \dot{\beta}\right).\vec{k}_2 \\ \vec{\sigma}_{G_2 \in 2/0} = m_2 \frac{l_2^{\ 2}}{12}\left(\dot{\alpha} + \dot{\beta}\right).\vec{i} \end{array}\right\}_{G_2}$$

$$2T(2/R) = m_2 \frac{l_2^2}{3}\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right)^2 + m_2\left(l_1.\dot{\alpha}\right)^2$$

$$+m_2 l_1.l_2.\left(\dot{\alpha}+\dot{\beta}\right).\dot{\alpha}.\cos\beta$$

$$2T(1/R) = m_1.\frac{l_1^2}{3}.\dot{\alpha}^2$$

But : Calcul de l'énergie cinétique



ENERGIE CINETIQUE

$$2T(S2/R) = m_2 \frac{l_2{}^2}{3}\dot{\theta}^2 + m_2 \frac{l_2{}^2}{12}\omega_{10}{}^2 \sin(\alpha_0 - \theta)^2 +$$

$$m_2\left(\omega_{10}\left(l_1.\sin\alpha_0\right) + \omega_{10}\left(\frac{l_2}{2}.\sin\left(\alpha_0 - \theta\right)\right)\right)^2$$

$$2T(S1/R) = \frac{m_1 l_1{}^2 \omega_{10}{}^2 (\sin\alpha_0)^2}{3}$$