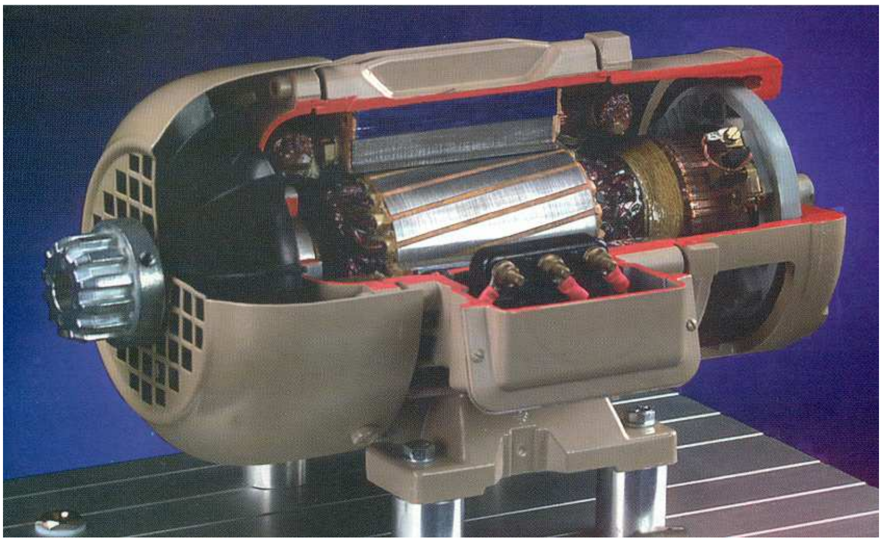
COEFFICIENT DE FROTTEMENT VISQUEUX D'UN MOTEUR D'ASSERVISSEMENT

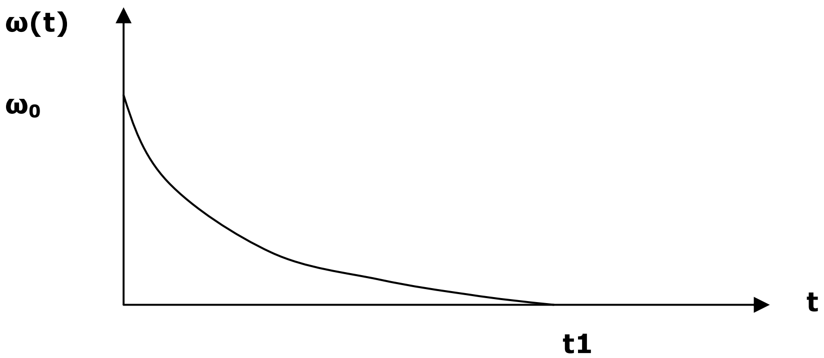
PRESENTATION



La documentation des moteurs d'asservissement ne donne pas toujours le coefficient de frottement visqueux noté généralement **f** en mNs/radian. **Le problème proposé est la détermination expérimentale du coefficient de frottement d'un moteur.** Néanmoins d'autres données proposées, notamment le moment d'inertie du moteur et la valeur du moment dû au frottement sec, permettent de le calculer à partir de l'application du principe fondamental de la dynamique appliqué au moteur.

Pour cela, on procède à l'essai suivant : le moteur est alimenté à sa tension nominale et lorsque sa vitesse de rotation est stabilisée à la valeur ω_0 en radians par seconde, on supprime l'alimentation du moteur. La vitesse du moteur va décroître jusqu'à la vitesse nulle.

On mesure le temps t_1 mis par le moteur pour passer de la vitesse initiale ω_0 à la vitesse nulle.



Hypothèses (doc. constructeur) :

- Le couple de frottement sec **Cf** est supposé constant.
- Le coefficient de frottement visqueux **f** est supposé constant.
- Le moment d'inertie du moteur noté **Jm** en kg.m2

Application numérique :

Temps t_1 mesuré pour atteindre la vitesse nulle : 11,6 secondes.

. $\boldsymbol{\omega_0}$**=2500 tr /min**

. Jm=0.02 kg.m^2

. Cf= 0.2 Nm

QUESTION

1. *Etablir l'équation dont la résolution permet le calcul de **f** par le principe fondamental de la dynamique ainsi que par le théorème de l'énergie cinétique.*

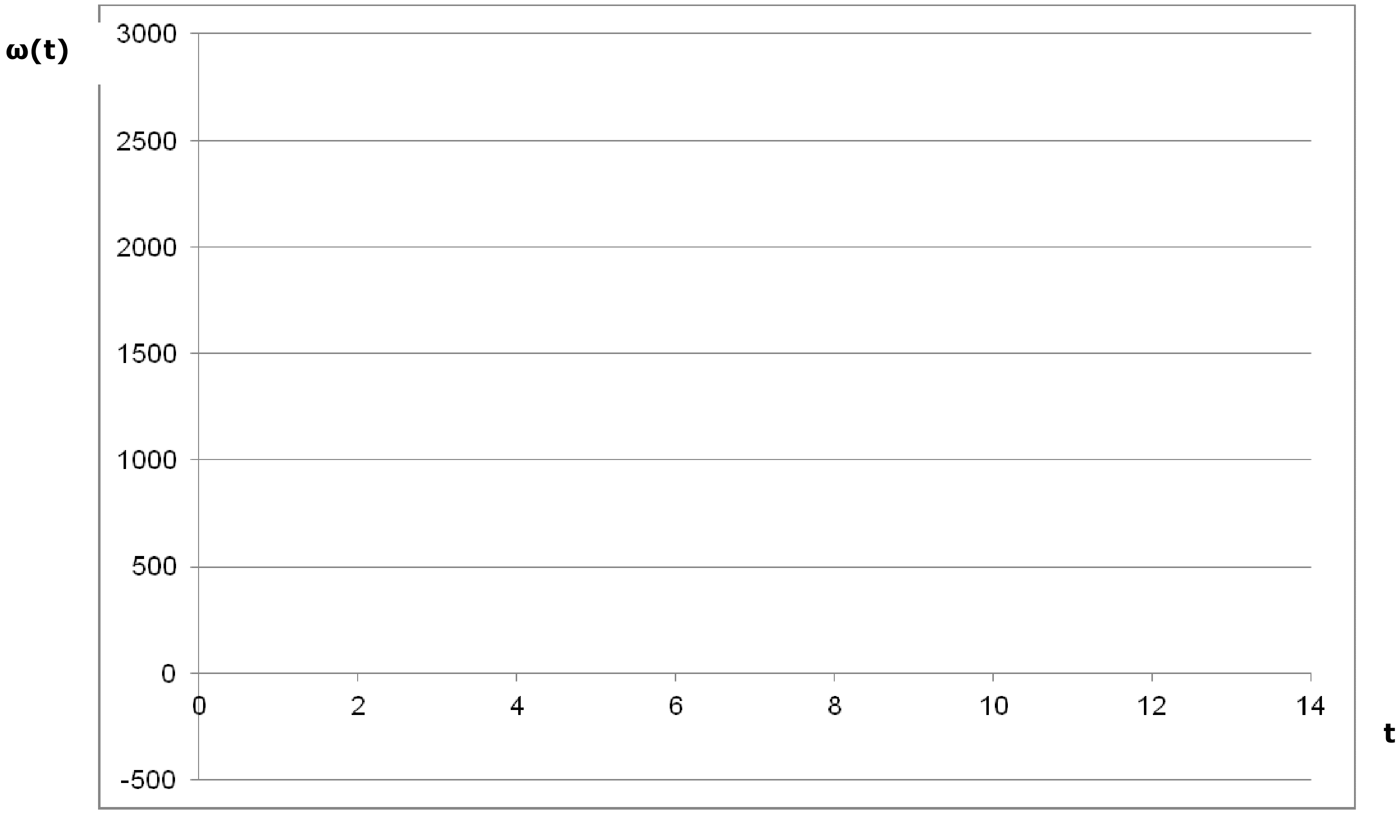
2. *Déterminer* $\omega(t)$

3. *Connaissant* $\mathbf{t_1}$ *, déterminer la valeur de **f** pour les valeurs numériques ci-dessus.*

4. *Compléter le tableau suivant.*

T	*0*	*2*	*4*	*6*	*8*	*10*	*11,6*
ω(t)en tr/min							

5. *Tracer la courbe représentative ω(t) sur le graphe vierge suivant :*



6. *Justifier simplement dans le cas général que le frottement visqueux introduit un comportement exponentielle alors que le frottement sec un comportement linéaire dans la décroissance de vitesse dans ce type d'expérimentation (essai de lâcher).*

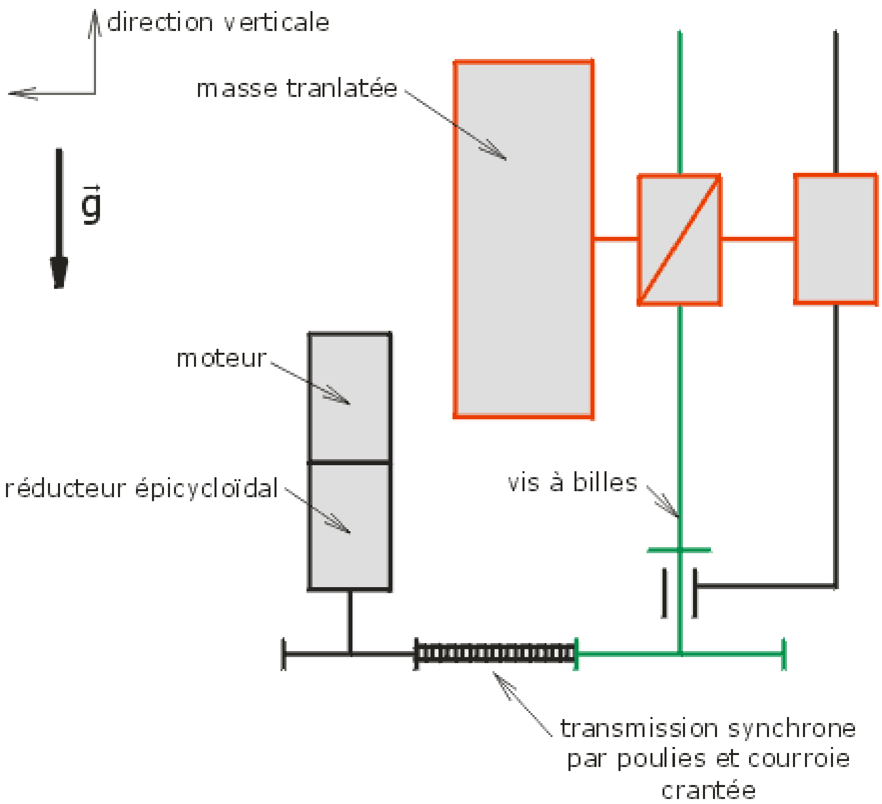
7. *A partir de quel temps t2, le frottement sec va l'emporter sur le frottement visqueux dans notre expérience ?*

OPTIMISATION DES RAPPORT DE REDUCTION D'UN AXE MOTORISE

PRESENTATION

On considère une chaîne fonctionnelle présentée figure 1 et composée de :

- Un moteur d'asservissement de type BRUSHLESS.
- Un réducteur épicycloïdal.
- Une transmission synchrone par poulies et courroies crantées.
- Un système de vis et écrou à billes.
- Une masse entraînée en translation verticale.



Ce problème est fondamental dans l'étude de la motorisation d'axes. Il permet de montrer que dans une chaîne fonctionnelle comportant un transmetteur de type réducteur, la valeur du rapport de ce dernier ne doit pas être prise au hasard si l'on souhaite un comportement dynamique optimal durant les régimes transitoires.

Le problème proposé est la recherche du rapport optimal du rapport de réduction du réducteur épicycloïdal qui présentera la meilleure performance dynamique du système.

Données du problème.

Masses et inerties :

	Désignation	**Symbole**
1	moment d'inertie du rotor et de tout ce qui lui est lié par encastrement, notamment l'entrée du réducteur	**Jm**
2	moment d'inertie de la poulie crantée montée à la sortie du réducteur et de tout ce qui lui est lié par encastrement, notamment la sortie du réducteur	**Jp**
3	masse de la courroie crantée	**Mc**
4	moment d'inertie de la vis à bille et de tout ce qui lui est lié par encastrement, notamment la poulie réceptrice de la transmission par courroie synchrone du réducteur	**Jv**
5	masse mobile en translation et de tout ce qui est lié par encastrement, notamment l'écrou à billes	**M**

Paramétrages position, vitesse, accélération :

Rotor moteur	$\theta_m, \dot{\theta}_m, \ddot{\theta}_m$
Sortie réducteur	$\theta_p, \dot{\theta}_p, \ddot{\theta}_p$
Vis à billes	$\theta_v, \dot{\theta}_v, \ddot{\theta}_v$
Masse translatée	$x, \dot{x}, \ddot{x}$

On notera **Rp** et **Rv** les rayons primitifs respectifs des poulies motrice et réceptrice.

Rapport de réduction du réducteur épicycloïdal:

Le rapport entre la vitesse de rotation du moteur et la vitesse de rotation de la poulie crantée motrice est :

$$r_1 = \frac{\dot{\theta}_m}{\dot{\theta}_p} > 0$$

Transmission par courroie synchrone:

Le rapport entre la vitesse de rotation de la poulie crantée motrice et la vitesse de rotation de la vis à bille est :

$$r_2 = \frac{\dot{\theta}_p}{\dot{\theta}_v} = \frac{Rv}{Rp}$$

Pas de la vis à billes : **p**

Hypothèses et notations :

- Les accélérations en régime transitoire sont supposées constantes.
- Les masses des éléments internes au réducteur épicycloïdal autres que les solides liés à son entrée et à sa sortie sont négligées.
- Rendements : seul le rendement du réducteur épicycloïdal est différent de 1. Ce rendement est noté **η**.
- Le couple électromagnétique du moteur est noté **Cm**.
- Le couple disponible à la sortie du moteur, donc à l'entrée du réducteur sera noté **Ca**.
- Le couple disponible à la sortie du réducteur sera noté **Cp**.
- Tous les frottements visqueux sont négligés.

La pesanteur est prise en compte seulement pour la masse M translatée et notée $\vec{g} = -g\,\vec{x}$

On appellera actionneur tout ce qui est situé en amont du réducteur, soit ici seulement le moteur.
On appellera charge tout ce qui est situé en aval du réducteur, soit ici :

- La poulie crantée motrice.
- La courroie.
- La poulie réceptrice et la vis à billes.
- La masse en translation.

*1. Déterminer, durant le régime transitoire, le couple disponible, en sortie de l'actionneur c'est à dire du moteur, **Ca** en fonction de :* **Cm, Jm ,** $\ddot{\theta}_m$.

2. a On isole l'ensemble : arbre de sortie du réducteur, la vis, l'écrou et la masse mobile. Calculer son énergie cinétique. On utilisera et justifiera pour la courroie $Ec = \frac{1}{2} M_c \left(R_p \dot{\theta}_p \right)^2$ *. Définir la masse équivalente* M_{eq} *ramenée sur l'axe du mouvement de la masse M.*

*2. b Déterminer, durant le régime transitoire, le couple **Cp** nécessaire à la sortie du réducteur pour l'entraînement de la charge en fonction de : **M, g, Jv, Jp, Mc, Rp, p, r2,*** $\ddot{x}$***.***

*3. Compte tenu des hypothèses (inertie négligées) donner la relation entre **Ca** et **Cp**. Justifier. En déduire, à l'aide de 1 également, la relation* $C_p = \left(C_m - J_m r_2 r_1 \frac{2\pi}{p} \ddot{x} \right) \eta r_1$.

*4. Déduire de tout ce qui précède l'équation donnant l'accélération linéaire de la masse translatée **M** en fonction de :* **Cm, M, g, Jm, Jv, Jp, Mc, Rp, p, r1, r2, η.**

*5. Donner la fonction accélération de la masse en fonction de : **r1, A, B , C, D.***

On posera :

$$A = C_m r_2 \frac{2\pi}{p} \eta \qquad B = -Mg$$

$$C = J_m \left(r_2 \frac{2\pi}{p} \right)^2 \eta \qquad D = M_{eq} = M + J_v \left(\frac{2\pi}{p} \right)^2 + \left(J_p + M_c R_p^{\ 2} \right) \left(r_2 \frac{2\pi}{p} \right)^2$$

*6. En déduire la valeur minimum du rapport **r1**. C'est à dire la valeur de **r1** pour laquelle le système ne pourrait démarrer, en fonction de :* **M, g, Cm, r2 , p, η.**

*7. Etudier la fonction accélération déterminée ci dessus et en déduire la valeur optimale du rapport **r1**, qui donne l'accélération maximale de la masse en fonction de **A, B, C, D.***

On considère la masse de la courroie négligeable. On adopte les valeurs numériques suivantes :

- **Cm=0.608 mN**.
- Rapport de transmission poulies courroie synchrone **r2=1**:
- Pas de la vis à billes **p= 20 mm**.
- Masse translatée **M = 150 kg**.
- Inertie moteur **Jm = 0.696 .10^{-5} kg.m^2**.
- Inertie poulie motrice **Jp = 0.325 .10^{-5} kg.m^2**.
- Inertie vis et poulie réceptrice **Jv = 9 .10^{-5} kg.m^2**.
- Rendement du réducteur **η = 0.8**.

-Accélération de la pesanteur **g =10 m/s^2**.

8. *Tracer l'allure de la fonction accélération*
*9. Déterminer la valeur numérique optimale du rapport **r1** du réducteur qui correspond à l'accélération maximale de la masse translatée.*