

NOM : **Corrigé UPSTI**

En lettres capitales

PRÉNOMS :

En écriture courante

Épreuve de : **PSI**

CENTRE D'ÉCRIT :

NE RIEN PORTER SUR CETTE FEUILLE AVANT D'AVOIR
REPLI COMPLÈTEMENT L'EN-TÊTE CI-DESSUS

CADRE RÉSERVÉ

AU CONCOURS

NE RIEN INSCRIRE

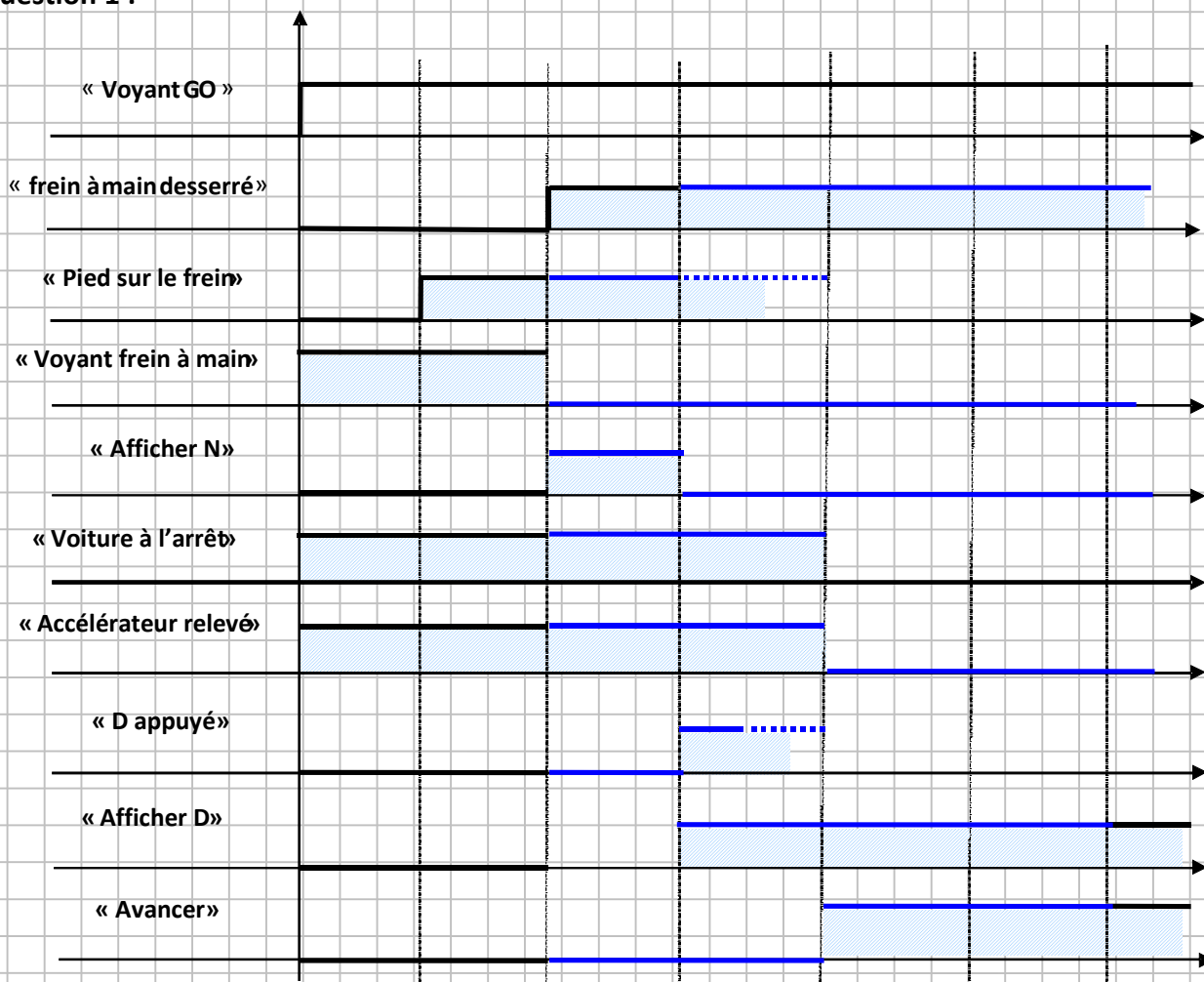
Épreuve de : Feuille n°

Epreuve de Sciences Industrielles FILIERE PSI

En dehors de l'espace réponse réservé à chaque partie l'espace libre page 16 peut être utilisé, mais le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond.

1. ETUDE DU CYCLE DE DEMARRAGE DU MOTEUR [Q1]

Question 1 :



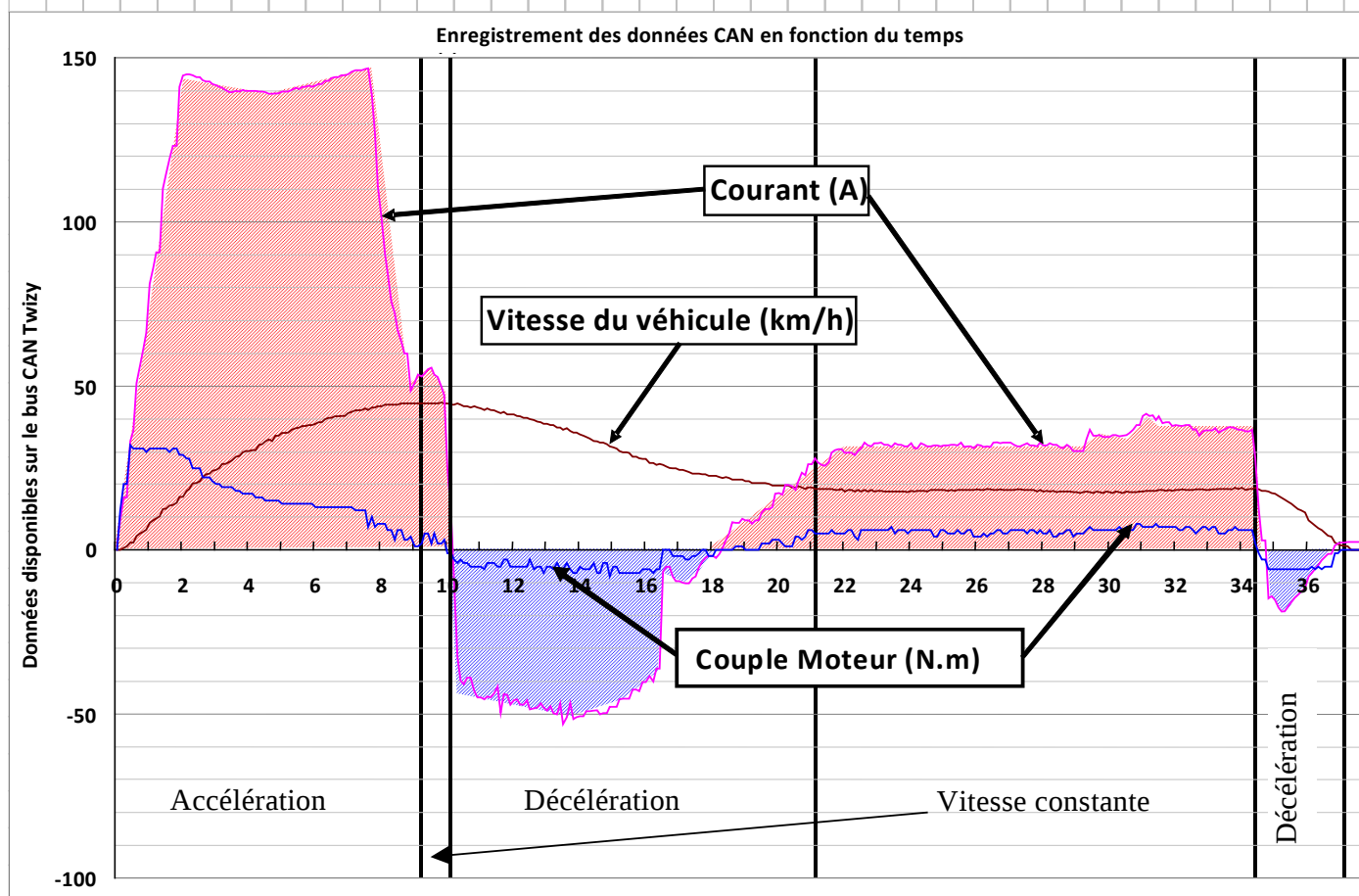
Ne rien écrire

dans la partie barrée

2. VERIFICATION DES PERFORMANCES ANNONCEES DU VEHICULE [Q2 à Q5]

2.1 Vérification des exigences de vitesse, d'accélération maxi et de couple maxi disponible du véhicule

Question 2 :



Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 3 :

Vitesse Maxi = 45 km/h

Conclusion : conforme CdCf (id 1.2.4)
vitesse maximale 45 km/h

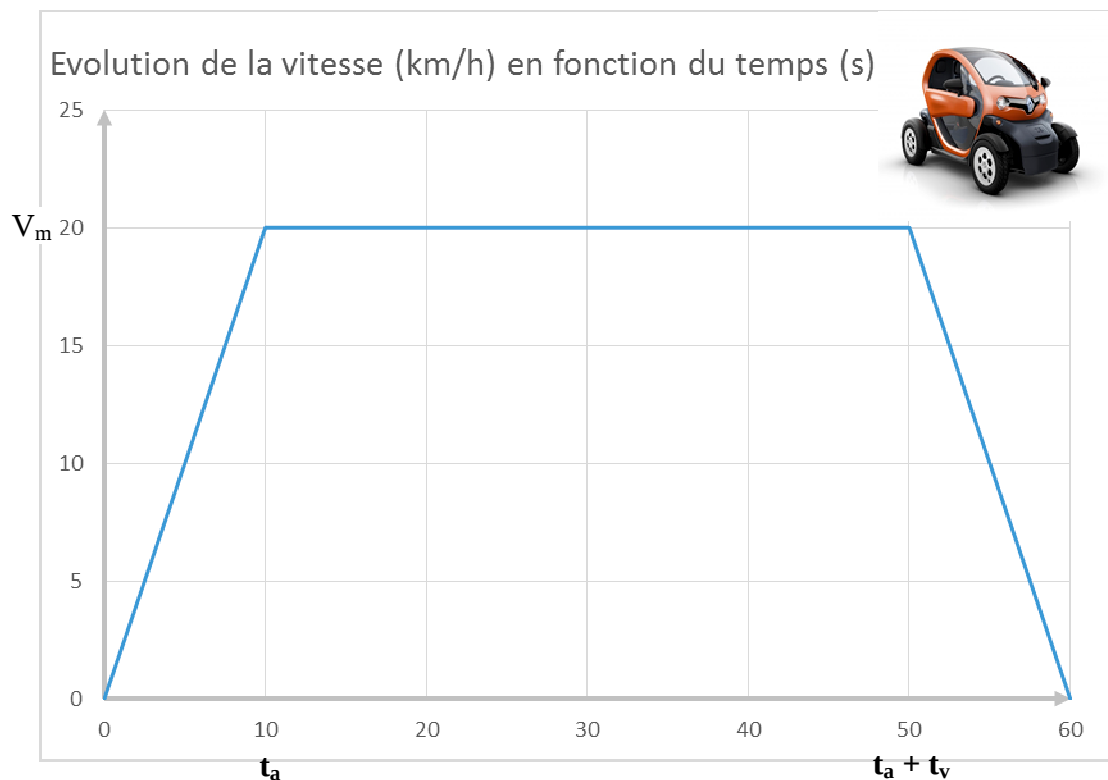
Temps d'accélération = 9 s

Conclusion : conforme CdCf car < 10 s
(id 1.2.4)

Couple Maxi = 30 Nm

2.2 Vérification de l'exigence sur l'autonomie du véhicule

Question 4 :



$d = a \cdot t_a^2 + V_m \cdot t_v$ avec $a = \frac{V_m}{t_a}$ soit $d = V_m \cdot (t_a + t_v) = \frac{20}{3,6} \times 50 = \frac{2500}{9} = 277\text{m}$ (aire sous la courbe)

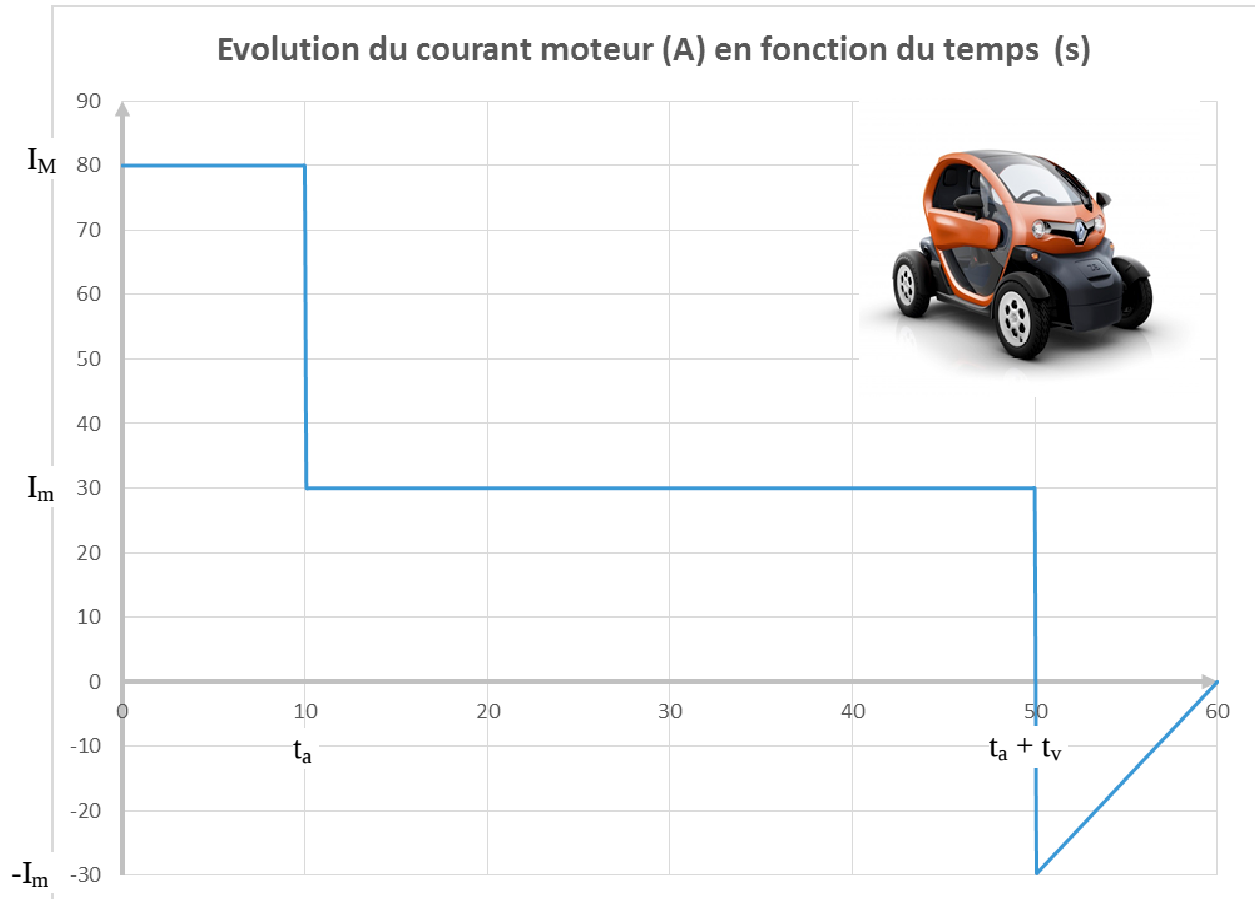
Distance parcourue $d = 277\text{ m}$

Copie PSI page 3/16
Tournez la page S.V.P.

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 5 :



La capacité utilisée sur ce cycle est

$$C = I_M \cdot t_a + I_m \cdot (t_v - t_a / 2) = 80 \times 10 + 30 \times 35 = 1850 \text{ A.s} = 0,514 \text{ A.h}$$

Rmq : la capacité juste nécessaire pour réaliser le cycle est de 2000 A.s (pas utile pour la suite).

Capacité nécessaire = 1850 A.s

La distance totale parcourue pour $C_t = 105 \text{ A.h}$ est

$$d_t = \frac{C_t}{C} \cdot d = \frac{105 \times 3600}{1850} \times \frac{1}{3,6} = \frac{210}{3,7} = 56,8 \text{ km}$$

Autonomie = 56,8 km

Conclusion :

Le résultat obtenu correspond à une conduite dans des **conditions sévères** d'utilisation

Ne rien écrire

dans la partie barrée

3. CHOIX DU MOTO-REDUCTEUR [Q6 à Q13]

Question 6 :

Théorème Energie-Puissance :

$$P_{\text{pes} \rightarrow E/0} + P_{s \rightarrow 1/0} + P_{s \rightarrow 2/0} + P_{\text{moteur } 3 \leftrightarrow 4} + \underbrace{P_{\text{int}}}_{=0} = \frac{d}{dt} E_{E/0} = \frac{d}{dt} (E_{\text{chassis}/0} + E_{\text{rotor moteur}/0} + E_{\text{roues}/0})$$

Puissances extérieures :

$$P_{\text{pes} \rightarrow E/0} = \vec{R}_{\text{pes} \rightarrow E} \cdot \vec{V}_{G,E/0} = -mg \vec{z}_0 \cdot \vec{v} \vec{x}_s = -mgv \sin \alpha$$

$$P_{s \rightarrow 1/0} = \vec{M}_{I_{s \rightarrow 1}} \cdot \vec{\Omega}_{1/0} = (I_1 \vec{J}_1 \wedge N_1 \vec{z}_s) \cdot \omega_{10} \vec{y}_s = (\mu \vec{x}_s \wedge N_1 \vec{z}_s) \cdot \omega_{10} \vec{y}_s = -\mu \cdot N_1 \cdot \omega_{10}$$

$$\text{de même : } P_{s \rightarrow 2/0} = -\mu \cdot N_2 \cdot \omega_{20}$$

Puissances intérieures :

$$P_{\text{moteur } 3 \leftrightarrow 4} = C_{34} \cdot \omega_{43} = C_m \cdot \omega_m$$

Les autres puissances intérieures sont nulles car les liaisons sont supposées parfaites.

Energies Cinétiques :

$$E_{\text{chassis}/0} = \frac{1}{2} m_c v^2$$

$$E_{\text{rotor moteur}/0} = \frac{1}{2} m_r v^2 + \frac{1}{2} J_m \omega_m^2$$

$$E_{4 \text{ roues}/0} = 2m_R v^2 + 2J_R \omega_{10}^2 \quad (\text{le roulement sans glissement impose } \omega_{10} = \omega_{20})$$

$$\text{Avec } m = m_c + m_r + 4m_R \text{ on a : } E_{E/0} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + 2J_R \omega_{10}^2$$

Equation :

On trouve alors :

$$C_m \cdot \omega_m - mgv \sin \alpha - \mu \cdot (N_1 + N_2) \cdot \omega_{10} = m \cdot v \dot{v} + J_m \omega_m \dot{\omega}_m + 4J_R \omega_{10} \dot{\omega}_{10}$$

L'équation trouvée n'est pas une équation de mouvement car elle comporte les actions de liaison N_1 et N_2

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 7 :

On isole l'ensemble véhicule et on écrit le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\vec{z}_s$:

$$\vec{R}_{\text{pes} \rightarrow E} \cdot \vec{z}_s + \vec{R}_{s \rightarrow E} \cdot \vec{z}_s = m \cdot \vec{\Gamma}_{G,E/0} \cdot \vec{z}_s = 0$$

$$\text{On a donc : } -mg \vec{z}_0 \cdot \vec{z}_s + N_1 + N_2 = -mg \cos \alpha + N_1 + N_2 = 0$$

$$\text{Equation obtenue : } C_m \cdot \omega_m - mgv \sin \alpha - \mu \cdot mg \cos \alpha \cdot \omega_{10} = mv \dot{v} + J_m \omega_m \dot{\omega}_m + 4J_R \omega_{10} \dot{\omega}_{10}$$

Question 8 :

D'autre part le roulement **sans glissement** des roues sur le sol

permet d'écrire $\vec{V}_{I,i/0} = \vec{0}$ soit

$$\vec{V}_{I,i/0} = \underbrace{\vec{V}_{O_i,i/0}}_{v \vec{y}_s} + \underbrace{\vec{I}_i \cdot \vec{\Omega}_i}_{R \vec{z}_s} \wedge \underbrace{\vec{\Omega}_{i/0}}_{\omega_{10} \vec{y}_0} = (v - R \cdot \omega_{10}) \vec{y}_s = \vec{0} \text{ et}$$

finalement $v = R \cdot \omega_{10}$

$$\text{Relation entre (V et } \omega_{10}) : v = R \cdot \omega_{10}$$

$$\text{Relation entre (V et } \omega_{20}) : v = R \cdot \omega_{20}$$

On sait que : $\omega_m = r \omega_{13}$ et $\omega_{13} = \omega_{10} - \omega_{30} = \omega_{10}$ donc $\omega_m = r \omega_{10}$

$$\text{Relation entre (} \omega_m \text{ et } \omega_{10}) : \omega_m = r \omega_{10}$$

$$\text{L'équation de la Q7 devient : } C_m \cdot \frac{r \cdot v}{R} - mgv \sin \alpha - \mu \cdot mg \cos \alpha \cdot \frac{v}{R} = (m + \frac{r^2}{R^2} J_m + \frac{4}{R^2} J_R) v \dot{v}$$

$$\text{d'où pour } v \neq 0 \text{ l'équation de mouvement sous la forme } \frac{r \cdot C_m}{R} - F_r = M_{eq} \cdot \frac{dv}{dt}$$

$$F_r = mg \left(\sin \alpha + \frac{\mu \cdot \cos \alpha}{R} \right)$$

$$M_{eq} = m + \frac{r^2 \cdot J_m}{R^2} + 4 \frac{J_R}{R^2}$$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 9 :

Phase utilisée et justification :

On se place dans la situation où le véhicule se déplace à **vitesse constante sur sol horizontal**

On a alors $\frac{r.C_m}{R} - F_r = 0$

Variable mesurée :

On mesure le **couple moteur**

Hypothèses nécessaires :

Il faut que la **résistance de l'air** soit négligeable (vitesse assez faible ≈ 20 km/h) et que les **liaisons internes** au véhicule ne dissipent pas d'énergie.

Equation(s) utilisée(s) :

$$\frac{r.C_m}{R} - F_r = 0 \text{ avec } F_r = mg \left(\sin \alpha + \frac{\mu \cdot \cos \alpha}{R} \right) = \frac{mg \cdot \mu}{R} \text{ car } \alpha = 0$$

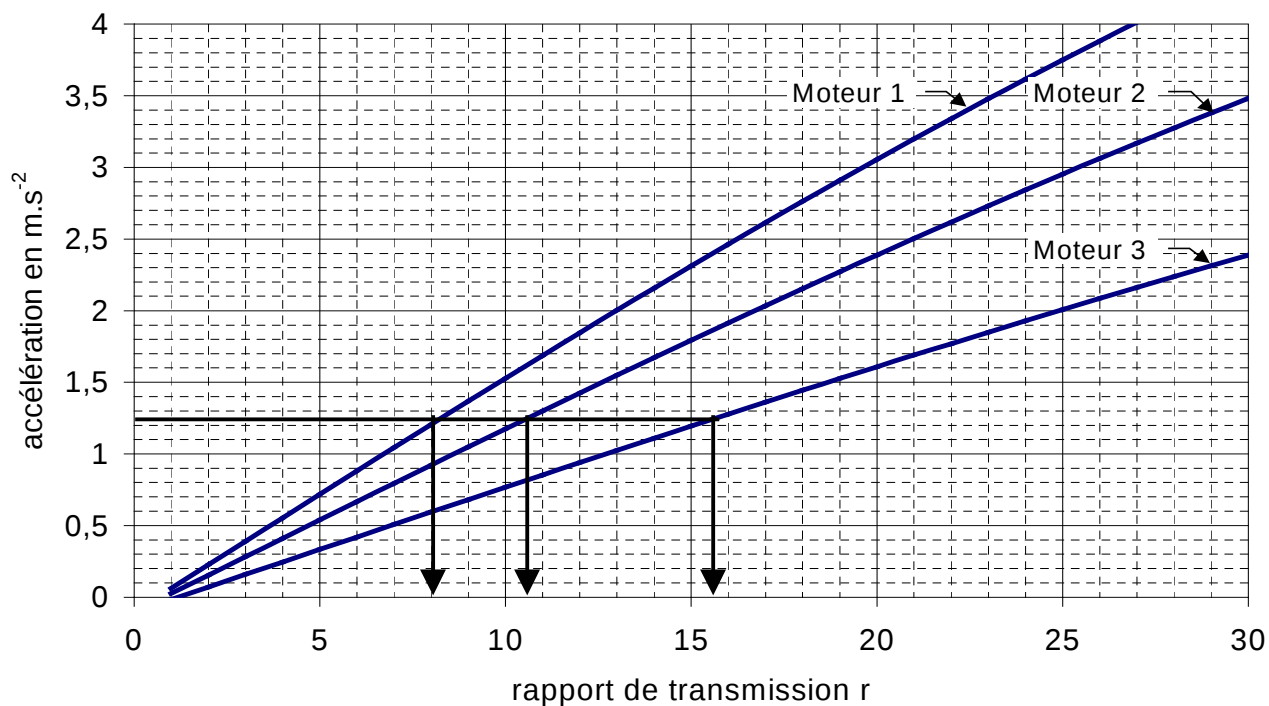
$$\text{d'où } \frac{mg \cdot \mu}{R} = \frac{r.C_m}{R} \text{ soit } \mu = \frac{r.C_m}{mg}$$

$$\mu = \frac{r.C_m}{mg}$$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 10 :



Id 1.2.4 : Accélération de 0 à 45 km/h en 10 s

$$\text{soit } a = \frac{45}{10 \times 3,6} = 1,25 \text{ m.s}^{-2}$$

Accélération souhaitée = $1,25 \text{ m.s}^{-2}$

Moteur 1	Moteur 2	Moteur 3
$r_{\text{mini}} = 8$	$r_{\text{mini}} = 10,5$	$r_{\text{mini}} = 15,5$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 11 :

$$(v_{\max})_{\min} = \frac{R}{r_{\max}} \cdot \omega_{m \max} \text{ soit}$$

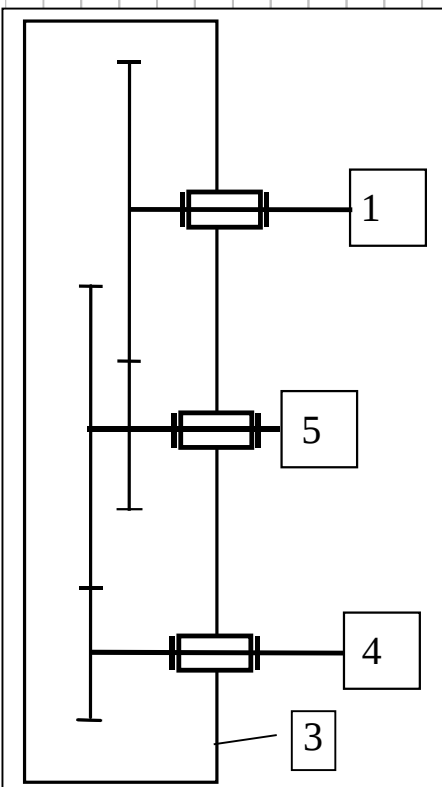
$$r_{\max} = \frac{R}{(v_{\max})_{\min}} \cdot \omega_{m \max} = \frac{0,28 \times 2\pi \times 7000 \times 60}{45 \times 1000} = \frac{2,8 \times 42 \times 6,28}{5 \times 9} \approx \frac{42 \times 2}{5} \approx 4,2 \times 4 \approx 16$$

$$r_{\max} = 16$$

Question 12 :

Moteur 1 avec un rapport de transmission $8 < r < 16$ permet une plage d'optimisation de r plus importante

Question 13 :



$$r = \frac{Z_{5a} \times Z_1}{Z_4 \times Z_{5b}} = \frac{57 \times 68}{17 \times 17} = \frac{4 \times 57}{17} = 4 \times 3,35 = 13,4$$

$$r = \frac{\omega_{43}}{\omega_{13}} = 13,4$$

Conclusion :

Ce rapport est dans la plage donnée à la question précédente.

Ne rien écrire

dans la partie barrée

4. MODELISATION DE LA MISE EN MOUVEMENT DU VEHICULE [Q14 à Q22]

Question 14 :

$$\frac{r.C_m}{R} - F_r = M_{eq} \cdot \frac{dv}{dt} \text{ devient } \frac{r}{R} C_m(p) - F_r(p) = M_{eq} \cdot p \cdot V(p)$$

$$A(p) = \frac{r}{R}$$

$$B(p) = \frac{1}{M_{eq} \cdot p}$$

Question 15 :

En remarquant que $I(p) \rightarrow V(p)$ est le retour de $\varepsilon_v(p) \rightarrow I(p)$ on a directement :

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{C(p).H(p)}{C(p).H(p) + R_m + L_m p + K_m^2 \cdot A^2 B} = \frac{R_m (R_m + L_m p) M_{eq} p}{R_m (R_m + L_m p) M_{eq} p + ((R_m + L_m p) M_{eq} p + K_m^2 \cdot (r/R)^2) L_m p}$$

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{R_m (R_m + L_m p) M_{eq}}{R_m (R_m + L_m p) M_{eq} + ((R_m + L_m p) M_{eq} p + K_m^2 \cdot (r/R)^2) L_m}$$

Question 16 :

$$I(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p I(p) = \frac{R_m^2 M_{eq} I_0}{R_m^2 M_{eq} + L_m K_m^2 \cdot (r/R)^2} = \frac{I_0}{1 + \frac{L_m K_m^2 \cdot (r/R)^2}{R_m^2 M_{eq}}} \text{ et comme } \frac{L_m K_m^2 \cdot (r/R)^2}{R_m^2 M_{eq}} \ll 1$$

alors $I(\infty) \approx I_0$.

Question 17 :

$$V(p) = \frac{(K_m \cdot (r/R) \cdot I_c(p) - F_r(p))}{M_{eq} \cdot p} \text{ D'où si } i_c(t) \text{ et } F_r(t) \text{ sont des échelons respectivement}$$

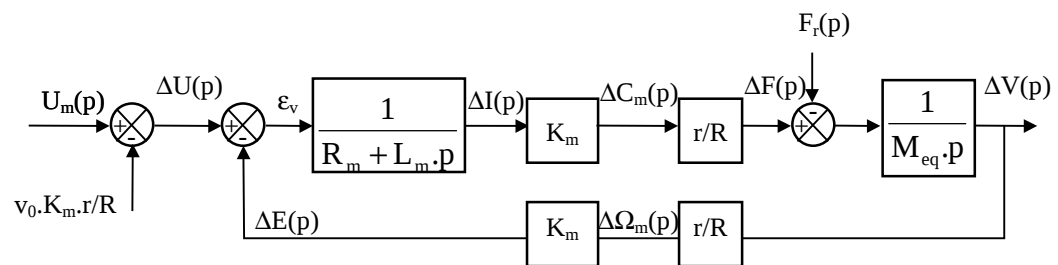
$$\text{d'amplitude } I_0 \text{ et } F_0 : V(p) = \frac{(K_m \cdot (r/R) \cdot I_0 - F_0)}{M_{eq} \cdot p^2} \text{ et finalement}$$

$$v(t) = \frac{(K_m \cdot (r/R) \cdot I_0 - F_0)}{M_{eq}} \cdot t$$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 18 :



Question 19 :

Fonction de transfert du premier ordre donc le temps de réponse à 5% du modèle est

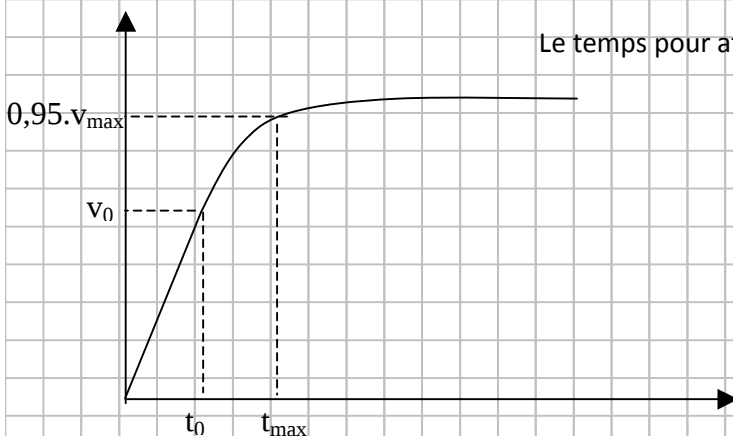
$$t_{R5\%} = 3 \cdot \frac{R_m \cdot M_{eq}}{(K_m \cdot r / R)^2}$$

$$t_{r5\%} = 3 \cdot \frac{R_m \cdot M_{eq}}{(K_m \cdot r / R)^2}$$

Question 20 :

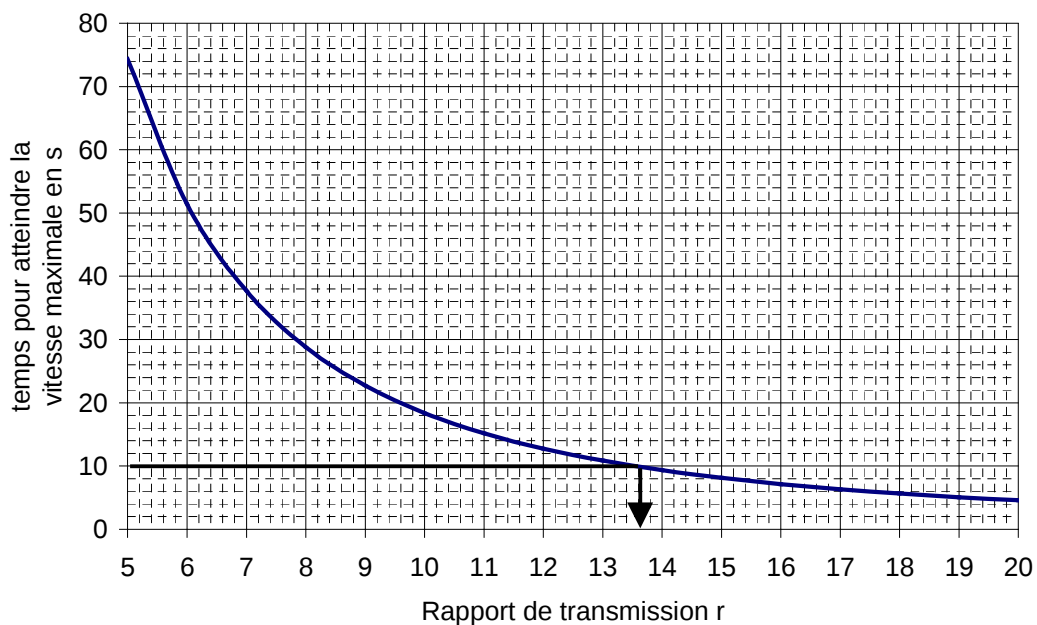
Le temps pour atteindre v_0 est : $t_0 = \frac{M_{eq} \cdot v_0}{(K_m \cdot r / R \cdot I_0 - F_0)}$

Le temps pour atteindre la vitesse maximale est donc :



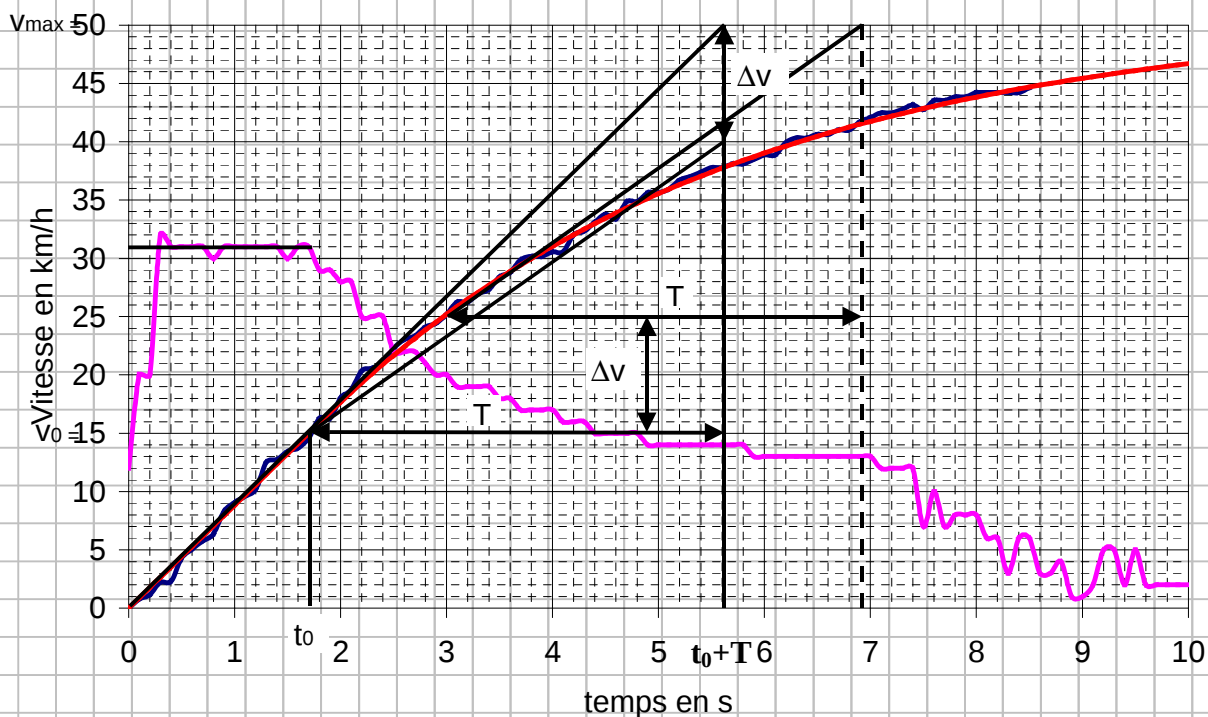
$$t_{max} = 0,95 \cdot \frac{M_{eq} \cdot v_0}{(K_m \cdot r / R \cdot I_0 - F_0)} + 3 \cdot \frac{R_m \cdot M_{eq}}{(K_m \cdot r / R)^2}$$

dans la partie barrée

[illegible]

Proposition et conclusion : d'après id 1.2.4 le temps pour atteindre $v_{\max}$ est de 10s. Il faut $r > 13,6$
Le rapport de transmission du constructeur de 13,4 convient (calculé en Q13)

Question 22 :



Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 22 : (suite)

Zone 1

Modélisable par une droite $v(t) = a.t$

$$\text{avec } a = \frac{v_0}{t_0} = \frac{15}{1,7 \times 3,6} \approx \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m.s}^{-2}$$

$$v(t) = a.t \quad \text{avec } a = 2,45 \text{ m.s}^{-2} = 8,8 \text{ km.h}^{-2}$$

Zone 2

Modélisable par un ordre un car la pente à l'origine est non nulle et il n'y a pas d'oscillations

$$v(t) = v_0 + (v_{\max} - v_0) \left(1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{T}} \right)$$

avec $T = 5,6 - 1,7 = 3,9 \text{ s}$, $v_0 = 15 \text{ km/h}$, $t_0 = 1,7 \text{ s}$
et $v_{\max} = 50 \text{ km/h}$.

$$v(t) = v_0 + (v_{\max} - v_0) \left(1 - e^{-\frac{(t-t_0)}{T}} \right) \quad \text{avec}$$

Justification du choix de la zone 1 :

$T = 3,9 \text{ s}$, $v_0 = 15 \text{ km/h}$, $t_0 = 1,7 \text{ s}$ et $v_{\max} = 50 \text{ km/h}$.

Sur la zone 1 le couple est quasi constant à sa valeur maximale (sauf pour les 0,2 s du début dus à la constante de temps électrique) d'où une accélération constante et une vitesse en rampe.

5. RECUPERATION D'ENERGIE [Q23 à Q28]

Question 23 :

Justification du bloc $\frac{1}{R_m + L_m.p}$:

$e = u_a + R_m.i + L_m \frac{di}{dt}$ devient dans le domaine de

Laplace $E(p) - U_a(p) = (R_m + L_m.p)I(p)$ soit

$$\frac{I(p)}{E(p) - U_a(p)} = \frac{1}{R_m + L_m.p}$$

Justification du bloc $\frac{1}{C.p}$:

Pour le condensateur $i = C \frac{du_a}{dt}$ et dans le

domaine de Laplace $I(p) = C.p U_a(p)$ soit

$$\frac{U_a(p)}{I(p)} = \frac{1}{C.p}$$

Question 24 :

$$\frac{I(p)}{E(p)} = \frac{C.p}{(R_m + L_m.p)C.p + 1} \quad \text{et}$$

$$H_4(p) = - \frac{1}{M_{eq}.p + \frac{(K_m.r/R)^2.C.p}{(R_m + L_m.p)C.p + 1}}$$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 25 :

$v(t) = v_0 + \int a \cdot dt$ soit dans le domaine de Laplace $V(p) = \frac{v_0}{p} + \frac{A(p)}{p}$ d'où $A(p) = p \cdot V(p) - v_0$

On applique le théorème de la valeur initiale :

$$a_0 = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot (p \cdot V(p) - v_0) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \left(p \cdot H_3(p) \cdot \frac{v_0}{p} + p \cdot H_4(p) \cdot \frac{F_0}{p} - v_0 \right) = -\frac{(K_m \cdot r / R)^2 v_0}{R_m \cdot M_{eq}} - \frac{F_0}{M_{eq}}$$

(On remarque que a_0 ne dépend pas de C)

$$\text{décélération } a_0 = -\frac{(K_m \cdot r / R)^2 v_0}{R_m \cdot M_{eq}} - \frac{F_0}{M_{eq}}$$

Question 26 :

En supposant le modèle stable, on peut utiliser le théorème de la valeur finale :

$$v_\infty = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot V(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot H_3(p) \cdot \frac{v_0}{p} = \frac{M_{eq} \cdot v_0}{M_{eq} + (K_m \cdot r / R)^2 \cdot C}$$

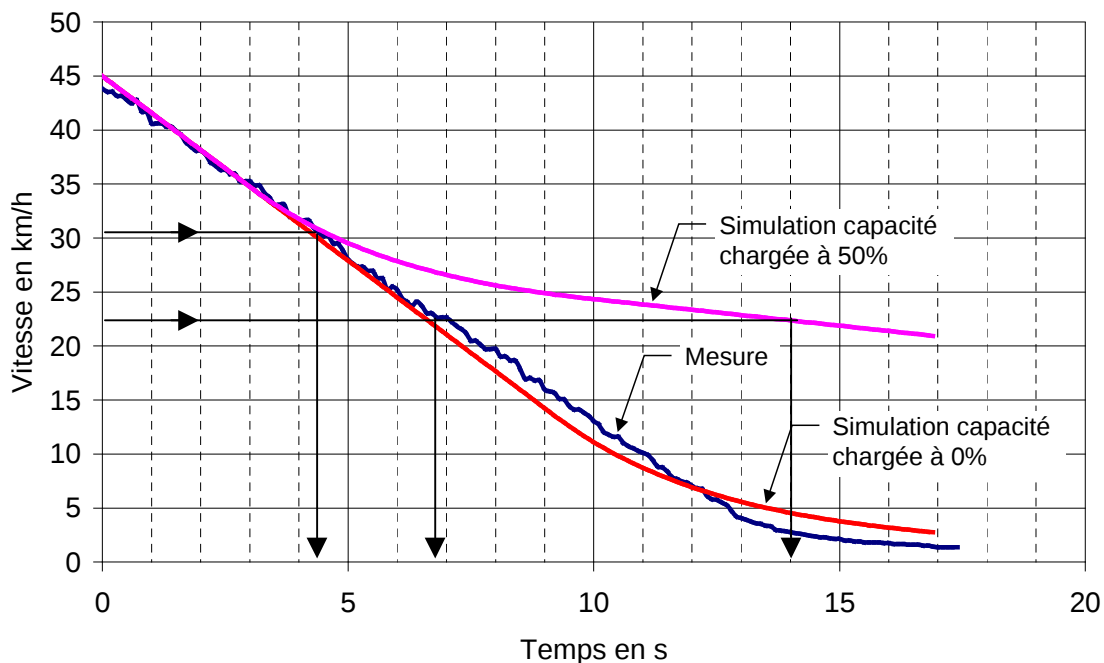
On remarque que la vitesse sera d'autant plus faible que la capacité disponible C sera grande.

$$v_\infty = \frac{M_{eq} \cdot v_0}{M_{eq} + (K_m \cdot r / R)^2 \cdot C}$$

Ne rien écrire

dans la partie barrée

Question 27 :



Réduction de vitesse de 30%

Temps_{30%} (simulation 0%) = 4,3 s

Temps_{30%} (simulation 50%) = 4,5 s

Temps_{30%} (mesure) = 4,3 s

Réduction de vitesse de 50%

Temps_{50%} (simulation 0%) = 6,7 s

Temps_{50%} (simulation 50%) = 14 s

Temps_{50%} (mesure) = 6,7 s

Conclusion sur le modèle utilisé :

Le modèle avec la capacité non chargée **correspond à la mesure**.

Par contre le modèle montre une **perte d'efficacité** quand la capacité est en partie chargée.

Une dissipation d'énergie par résistance de freinage permet certainement de conserver le frein moteur quand la batterie est complètement chargée.

La mesure peut avoir été réalisée avec une batterie peu chargée.

Question 28 :

De l'ordre de 15s pour passer au-dessous de 5km/h sans atteindre l'arrêt total. **Insuffisant pour un freinage d'urgence** (Id1.2.4 Arrêt d'urgence : 45 à 0 km.h⁻¹ en 2s) d'où la nécessité d'un **frein mécanique** (dissipation d'énergie par frottement sec). La récupération d'énergie nécessite d'anticiper les freinages.

Ne rien écrire

dans la partie barrée