

DS 1 : Problème 1

SLCI : Table basculante Industrielle

Calculatrice autorisée

Les résultats doivent être encadrés et mis sous forme simplifiée

Les copies seront numérotées

Soin et justifications devront être apportés dans les réponses

Présentation du système étudié :

Le schéma de la **figure 1** représente une table basculante pilotée par un vérin hydraulique. Le vérin permet d'entraîner la table en rotation autour du point A. L'angle α varie entre 0° et 110° . La **figure 1** présente le système dans deux positions distinctes α_1 et α_2 .

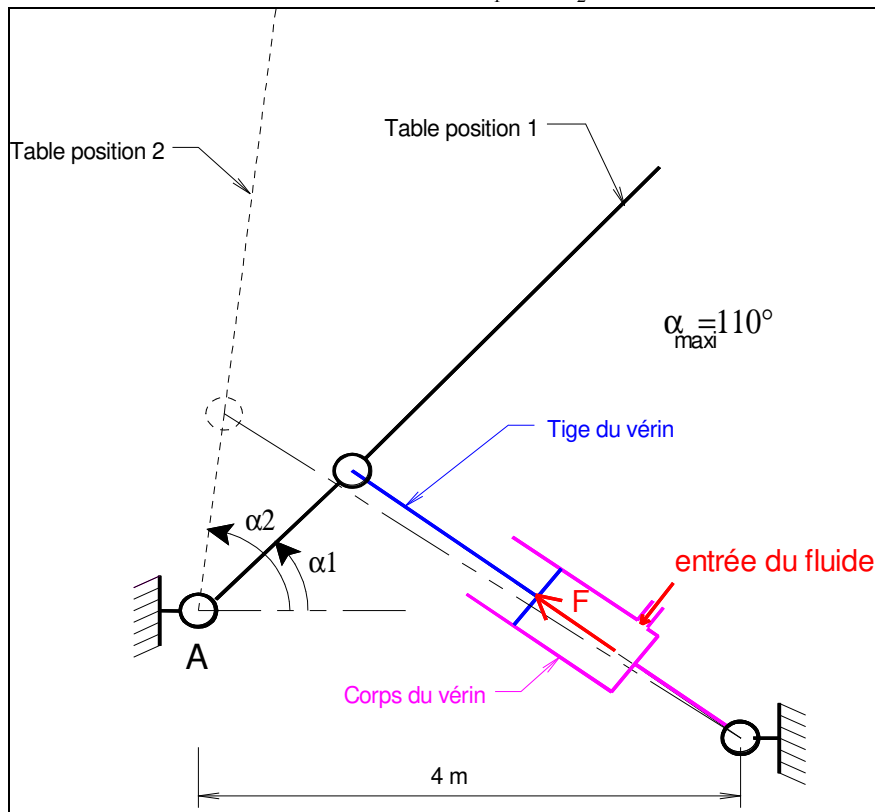


Figure 1

La **figure 2** représente en détail la description du vérin. La translation de la tige est créée par la poussée d'un fluide (huile) sur sa section circulaire S (mm^2). Le fluide amené sous un débit q (l/min) développe un effort F (N). La position de la tige est repérée par la distance x (mm) variable au cours du temps. A $t=0$, la distance x est nulle.

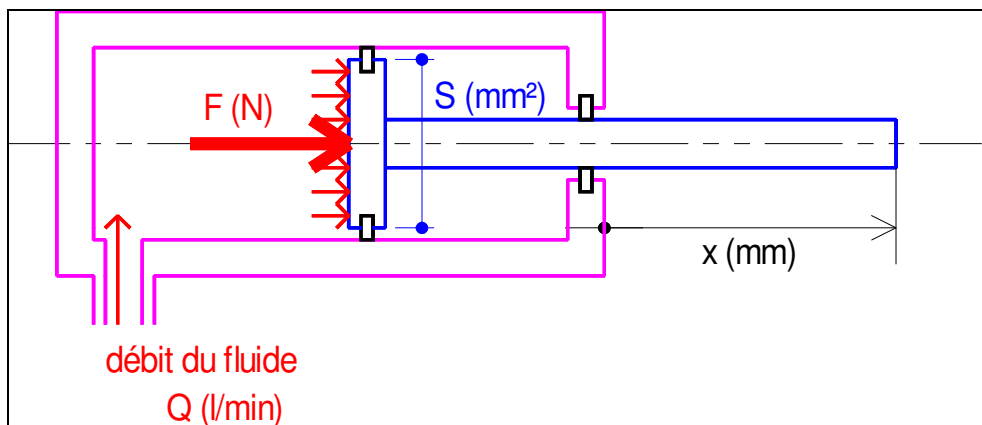


Figure 2

Asservissement en position du vérin :

On souhaite pouvoir contrôler à tout moment la position angulaire α de la table. Pour cela, nous allons asservir en position la tige du vérin, la position $x(t)$ sera la réponse du système. On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles à $t=0$.

- L'asservissement en position est réalisé par une carte électronique comprenant :
 - un comparateur calculant l'écart entre la mesure de la position $x(t)$ appelée $u_{mes}(t)$ et le signal issu de la consigne de position $x_c(t)$.
 - un amplificateur de gain pur K_A pour amplifier le signal d'écart faible.
- Le signal en sortie de cette carte électronique est un courant $i(t)$ (A) et le débit du fluide $q(t)$ est directement proportionnel à ce courant : $\frac{Q(p)}{I(p)} = K$ avec K une constante.
- Le capteur de gain K_B mesurant la position $x(t)$ de la tige délivre une tension $u_{mes}(t)$ proportionnelle à cette position.
- Le comportement du fluide dans le vérin peut se modéliser par cette relation :

$$q(t) = S \cdot \frac{dx}{dt}(t) + \frac{V}{2B} \cdot \frac{dF}{dt}(t)$$

avec :

- $q(t)$ le débit du fluide entrant dans le vérin,
- S la section de la tige,
- $x(t)$ la position de sortie de la tige,
- V le volume moyen de fluide,
- B le coefficient de compressibilité du fluide,
- $F(t)$ l'effort développé par le fluide sur le piston.

Hypothèse 1:

Une première étude simple suppose le fluide incompressible ($B \rightarrow \infty$).

1. Avec ces hypothèses, donner la relation entre $\frac{dx}{dt}(t)$ et le débit $q(t)$ du fluide entrant dans le vérin.

2. En déduire la fonction transfert du vérin $H(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$ en fonction de S .

Dans ce cas, déterminer $x(t)$ pour une entrée indicielle. On prendra un échelon $q(t) = Q_0 \cdot u(t)$. Tracer sur un même graphe l'entrée et la sortie.

La **figure 3** représente le schéma-bloc **incomplet** de l'asservissement de position du vérin. On travaille ensuite sur ce système asservi. L'écart ε doit être proportionnel à $X_c - X$ pour permettre au système d'atteindre la position souhaitée. Le gain T (constante) permet de modifier X_c en un signal comparable à la mesure de X (via le capteur).

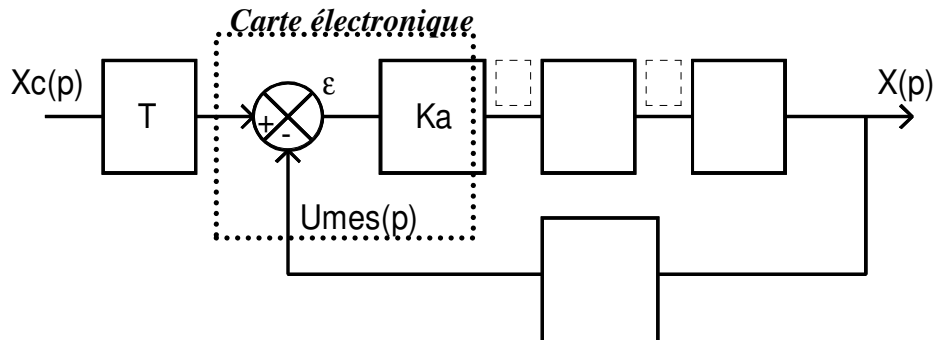


Figure 3

3. Indiquer en complétant le schéma-bloc les grandeurs physiques manquantes (cadres pointillés) ainsi que leurs unités.
4. Déterminer la fonction transfert du capteur permettant de mesurer la position X de la tige du vérin. Compléter le schéma-bloc en indiquant dans le bloc correspondant la fonction transfert du capteur. Déterminer l'unité du gain K_B .
5. Déterminer la valeur de l'écart $\varepsilon(p)$ en fonction de T , K_B , $X(p)$, $X_c(p)$.
En déduire T pour que l'écart soit proportionnel à $X_c(p) - X(p)$.
6. Définir et calculer la FTBF du système $H_1(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)}$.

Quel est l'ordre de ce système ? Mettre la FTBF du système sous forme canonique. Déterminer le gain statique et la constante de temps τ (en secondes) en fonction de S , K_A , K_B , K .

7. Faire l'application numérique avec $S = 78 \text{ cm}^2$; $K_A = 5 \text{ } \Omega^{-1}$, $K_B = 1 \text{ V.m}^{-1}$, $K = 40 \text{ l.min}^{-1}.\text{A}^{-1}$

On souhaite atteindre une position angulaire fixe pour la table basculante. Ainsi, l'asservissement est soumis à un échelon de position X_c de hauteur A (mm). **A partir d'ici, on suppose que :**

$$H_1(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{1}{2p+1}$$

8. Déterminer alors $x(t)$. Tracer l'allure de son évolution avec les points caractéristiques pour $A=1$.
9. Déterminer l'erreur du système $E(t)$, c'est-à-dire la différence entre la position atteinte par le système et la consigne. Donner l'erreur en régime permanent. Le système est-il précis ?
10. Quelle est l'influence de la section S de la tige du vérin sur la rapidité et la précision du système ? Déterminer S , en reprenant le résultat de 7 pour avoir un temps de réponse à 95% du système égal à 6 s.

Hypothèse 2:

Une deuxième étude suppose maintenant que le fluide est compressible : $B = \text{cste}$.

11. Déterminer la position $X(p)$ en fonction de $Q(p)$, $F(p)$, S , V et B .

12. Compléter alors le schéma-bloc de l'asservissement prenant en compte la compressibilité du fluide :

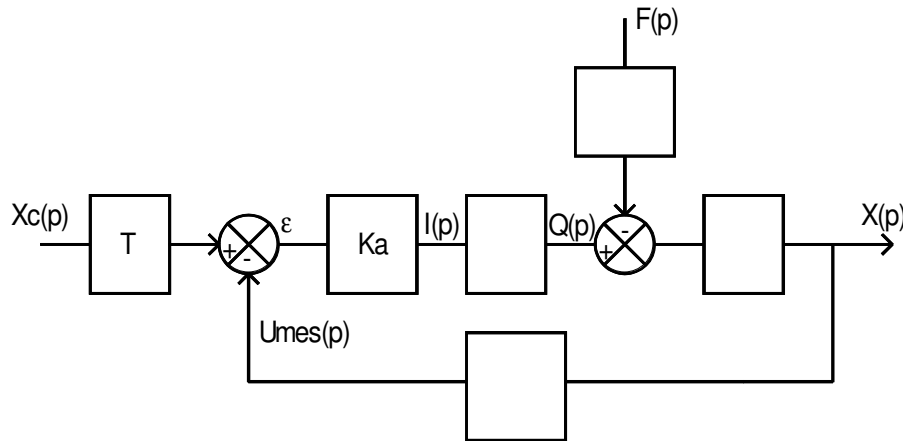


Figure 4

13. Déterminer la position $X(p)$ en fonction de $X_c(p)$, $F(p)$, S , K_A , K_B , K , V et B .

La mettre, à l'aide du théorème de superposition, sous la forme :

$$X(p) = \frac{1}{1 + C.p} X_c(p) - \frac{D.p}{1 + C.p} F(p) \text{ avec } D \text{ et } C \text{ deux constantes à déterminer. Faire l'AN avec}$$

$$S = 78 \text{ cm}^2 ; K_A = 5 \text{ } \Omega^{-1}, K_B = 1 \text{ V.m}^{-1}, K = 20 \text{ l.min}^{-1}.\text{A}^{-1}, V = 1500 \text{ cm}^3, B = 10 \text{ N.s}^{-1}.\text{m}^{-2}$$

A partir d'ici, on suppose que :

$$X(p) = \frac{1}{4p+1} X_c(p) - 0.05 \frac{p}{4p+1} F(p)$$

On soumet le système aux entrées suivantes :

- $t > 0$, $x_c(t) = A$ (échelon),
- $t > 0$, $F(t) = t$ (rampe) .

14. Déterminer l'expression de $x(t)$. Tracer l'allure de son évolution pour $A=1$.

15. Donner $x(\infty)$. Quelle est l'erreur $E(t)$ en régime permanent du système due à la compressibilité du fluide ?

ANNEXE 1 – formulaire des transformées de Laplace usuelles

$f(t)u(t)$	$F(p)$	$f(t)u(t)$	$F(p)$
$\delta(t)$	1	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
K	$\frac{K}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
Kt	$\frac{K}{p^2}$	$\text{sh} \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{p + a}$	$\text{ch} \omega t$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p + a)^2 + \omega^2}$
$1 - e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{p(1 + \tau p)}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{p + a}{(p + a)^2 + \omega^2}$
$e^{at} t^n$	$\frac{n!}{(p - a)^{n+1}}$		

$u(t)$, échelon

DS 1 : Problème 2

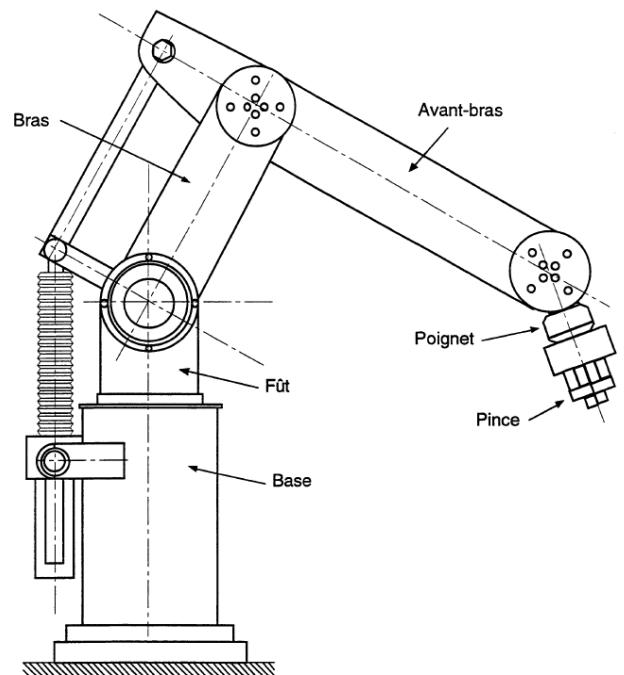
Etude de la commande d'un robot de manutention

Présentation

Le système considéré pour cette étude est un robot de manutention de pièces mécaniques. Son utilisation dans un système de production peut prendre deux formes. Une première est relative à l'alimentation d'un centre d'usinage à partir d'un système de palettisation. La seconde concerne l'assemblage de systèmes mécaniques.

Ce robot présenté figure ci-contre est un robot anthropomorphe, c'est-à-dire, un robot articulaire dont la structure rappelle celle du bras humain. Pour permettre une utilisation de ce robot dans le cadre d'un système flexible de production, son organe de préhension (pince) a été conçu de telle manière qu'un changement automatique de doigts de la pince soit réalisable à partir d'un magasin de doigts accessible par le robot.

Le cahier des charges fonctionnel de ce robot fait en particulier apparaître une **masse maximale de 30 kg** pour les pièces manipulées.



Présentation du cahier des charges fonctionnel

EXIGENCES

Déplacer de manière asservie en position, un objet vers un poste de travail	Stabilité Précision Rapidité	- Marge de phase $> 45^\circ$ - Marge de gain $> 10 \text{ dB}$ - Écart statique nul à une entrée en échelon : $\varepsilon_\infty = 0$ Nota : écart statique : $\varepsilon_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t)$ - Temps de réponse à 5% pour la réponse à un échelon $< 0.5\text{s}$
---	------------------------------------	---

Asservissement en position du fût

Hypothèse de travail : Dans ce qui suit, on se place dans l'hypothèse de systèmes linéaires continus et invariants.

Principales notations utilisées :

p :	Variable de Laplace
K :	Différents gains
$J_m, J_R, J_{C\acute{e}q}$:	Inerties du moteur, du réducteur et de la charge
J_{me} :	Inertie globale équivalente sur l'arbre moteur
C_m :	Couple électromagnétique délivré par le moteur
C_r :	Couple résistant (couple de frottements secs)
C_{re} :	Couple résistant ramené sur l'arbre moteur
R, K_e, K_t :	Constantes électriques du moteur (résistance de l'induit, Constante de force contre-électromotrice et constante de couple)
N :	Rapport de réduction
ω_m, θ_m :	Vitesse et position angulaire du moteur
ω_c, θ_c :	Vitesse et position angulaire de la charge

MODELE DE LA MOTORISATION

Le moteur retenu à l'issue de l'étude dynamique du robot est un servo-moteur PARVEX de type AXEM-MC 19P à induit plat qui présente l'avantage de posséder une très faible inertie. Il s'agit d'un moteur à courant continu à excitation indépendante commandé par l'induit.

Le comportement électromécanique de ce type de moteur, dans l'hypothèse où l'inductance est négligeable, est donné par les équations suivantes :

$$U(t) = R.i(t) + e(t) \quad (1)$$

$$C_m(t) = K_t.i(t) \quad (2)$$

$$e(t) = K_e.\omega_m(t) \quad (3)$$

$$J_m \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) \quad (4)$$

Modèle du moteur seul

On se propose, tout d'abord, d'étudier le modèle du moteur à vide, c'est-à-dire, du moteur seul : dans un premier temps par le modèle théorique et dans un second temps par une étude expérimentale.

1. Après avoir appliqué la transformation de Laplace à chacune des équations ci-dessus [(1) à (4)] sous l'hypothèse de conditions initiales toutes nulles, calculer la transformée $\Omega_m(p)$ de la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ en fonction de la transformée $U(p)$ de la tension de commande $U(t)$.
2. Mettre le résultat sous la forme : $\Omega_m(p) = M(p).U(p)$ avec $M(p) = \frac{K_m}{1+T_m.p}$, en précisant K_m et T_m .

La documentation technique du constructeur fournit les renseignements suivants :

$$K_e = 25,5 \text{ V}/1000 \text{ tr.min}^{-1} = 0,244 \text{ V/rad.s}^{-1} ; K_t = 0,244 \text{ Nm/A} ; R = 0,46 \Omega.$$

Afin de valider le modèle construit en Q2 et de déterminer l'inertie du rotor du moteur, on effectue une étude expérimentale sous forme de l'observation de la réponse indicielle du moteur seul, soumis à un échelon de tension $U(t) = U_0.u(t)$ ($u(t)$ fonction de Heavyside : échelon unité) ; avec **$U_0 = 50 \text{ V}$** .

La figure 5 donne le résultat de cet essai.

3. Cette courbe correspond-elle bien au modèle proposé (1^{er} ordre) ? Justifier. Marquer sur ce même document, les éléments caractéristiques de cette réponse (constante de temps, comportement à l'origine, valeurs remarquables, ...).
4. Donner la valeur expérimentale de K_m et de T_m . En déduire la valeur de J_m .
5. Commenter la valeur expérimentale de K_m par rapport à la valeur théorique.

Indépendamment des valeurs théoriques et expérimentales trouvées aux questions précédentes, on prendra pour la suite du problème : $K_m = 4 \text{ rad.s}^{-1}/\text{V}$

Modèle de la motorisation complète

Le réducteur retenu pour cette motorisation est un réducteur Harmonic-Drive HDU 50-200. Ses caractéristiques sont : $N = 200$; $J_R = 4,35.10^{-3} \text{ kg.m}^2$ (sur l'arbre moteur).

L'étude dynamique menée dans la seconde partie complétée par les caractéristiques du réducteur et du moteur, permet d'aboutir au modèle donné figure 1.

Par application des théorèmes généraux on aboutit à une équation de la forme :

$$C_m(t) = J_{me} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + C_{re}(t) \quad (5)$$

De par la configuration du robot, l'inertie globale ramenée à l'arbre moteur J_{me} dépend de la configuration géométrique du robot et de la masse de la pièce manipulée.

Les résultats d'une étude cinétique donne $J_{me} \in [5,7 \cdot 10^{-3} ; 8,4 \cdot 10^{-3}] \text{ kg.m}^2$ et valeur "moyenne" $<J_{me} > = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$, définie pour la configuration moyenne :

$$\theta_2 = 0^\circ, \theta_3 = 0^\circ \text{ et } m' = 15 \text{ kg.}$$

6. A partir des équations électriques du moteur [(1), (2) et (3)] et de l'équation mécanique (5), exprimer la transformée $\Omega_m(p)$ en fonction de $U(p)$ et de $C_{re}(p)$ que l'on mettra sous la forme :

$$\Omega_m(p) = F_1(p) \cdot U(p) - F_2(p) \cdot C_{re}(p)$$

7. Montrer que le modèle du système [moteur + réducteur + charge] peut se mettre sous la forme du schéma fonctionnel donné figure 2, avec $G_1(p) = K_m$ et $G_3(p)$ de la forme :

$$G_3(p) = \frac{1}{1 + T_{me} \cdot p}. \text{ On ne demande pas } G_4(p).$$

8. En déduire la relation entre T_m , la constante de temps du moteur à vide, et T_{me} , la constante de temps du moteur en charge. Faire l'application numérique pour la valeur moyenne de J_{me} .

ASSERVISSEMENT DE POSITION

Pour assurer l'asservissement de position angulaire du fût du robot, on associe au moteur un variateur modélisé par un amplificateur pur de gain K_a et on met en place un capteur de position angulaire en bout du moteur de gain K_{RP} unitaire.

Le schéma fonctionnel de l'asservissement est proposé figure 3.

Etude en boucle ouverte

9. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte : $F(p) = \left(\frac{\Theta_{mes}(p)}{\epsilon(p)} \right)_{C_{re}(p)=0}$. Faire

l'application numérique avec $K_a = 15$.

10. Tracer sur le document réponse (figure 6) le diagramme asymptotique de Bode ainsi que l'allure des courbes réelles correspondant à la réponse fréquentielle en boucle ouverte.

Après avoir calculé la pulsation au gain unité ω_u , telle que : $|F(j\omega_u)| = 1$, donner la marge de gain et la marge de phase. Conclure quant à la stabilité de l'asservissement de position.

Pour la suite du problème, on étudiera le système en tant que système suiveur, c'est-à-dire, sous la seule influence de la consigne $\theta_{dés}(t)$. On considèrera donc le couple résistant $C_{re}(t)$ nul.

Etude en boucle fermée

11. Calculer $\Theta_m(p)$ en fonction de $\Theta_{dés}(p)$. Montrer que : $H(p) = \frac{\Theta_m(p)}{\Theta_{dés}(p)}$ peut se mettre sous la forme

$$H(p) = \frac{K_s}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

où l'on précisera les expressions de K_s , ξ et ω_n .

12. Calculer les valeurs limites de K_s , ξ et ω_n , en fonction des variations de J_{me} . Justifier que K_s soit indépendant de J_{me} . Conclure quant à l'influence des variations de J_{me} , et plus précisément de l'inertie équivalente de la charge $J_{cég}$.
13. Tracer l'allure de la réponse indicielle pour une consigne $\theta_{dés}(t) = \theta_0.u(t)$, avec $\theta_0 = 100$ pour la valeur moyenne de J_{me} . Conclure quant à la qualité du comportement de l'asservissement.

Précision statique

14. Calculer l'erreur permanente (erreur statique) ε_s consécutive à une consigne en échelon $\theta_{dés}(t) = \theta_0.u(t)$, avec $\theta_0 = 100$.
15. Justifier que le résultat est indépendant de la valeur de l'inertie globale J_{me} .

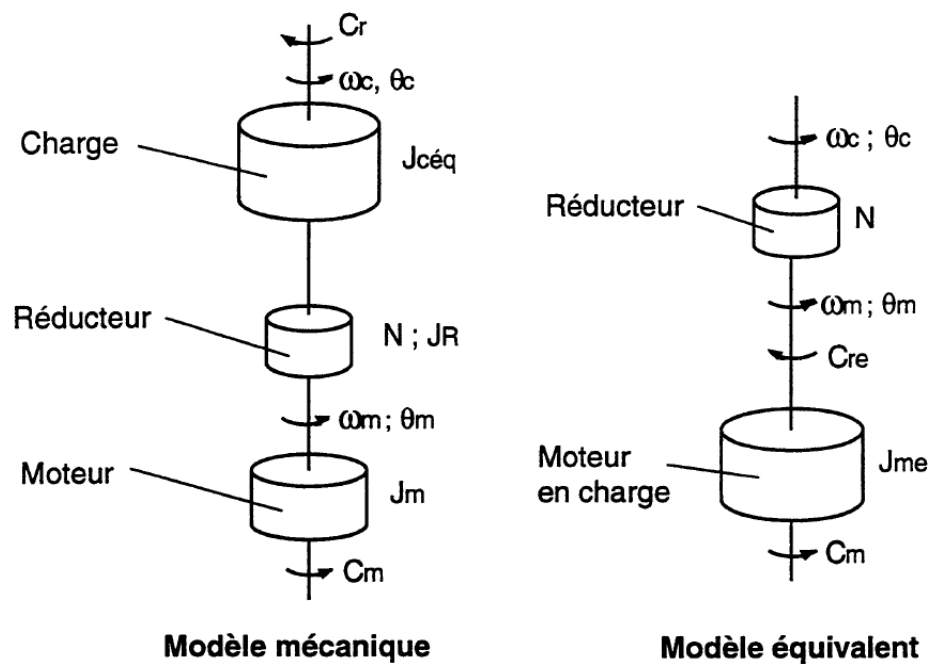


FIGURE 1

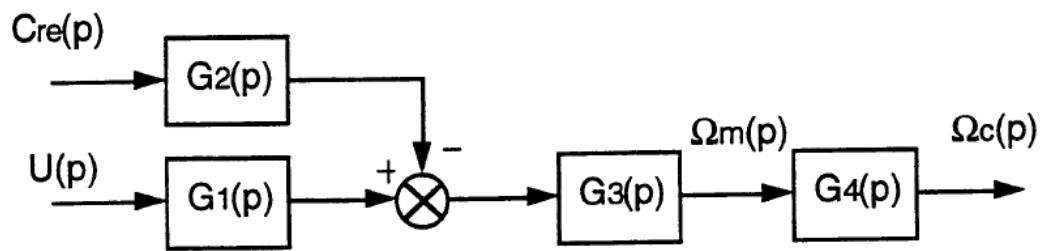


FIGURE 2 : Schéma fonctionnel de la motorisation

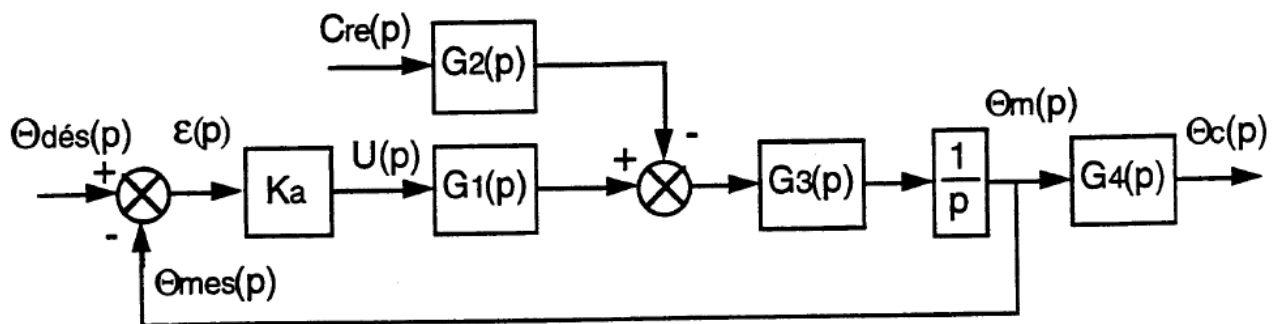


FIGURE 3 : Schéma fonctionnel de l'asservissement

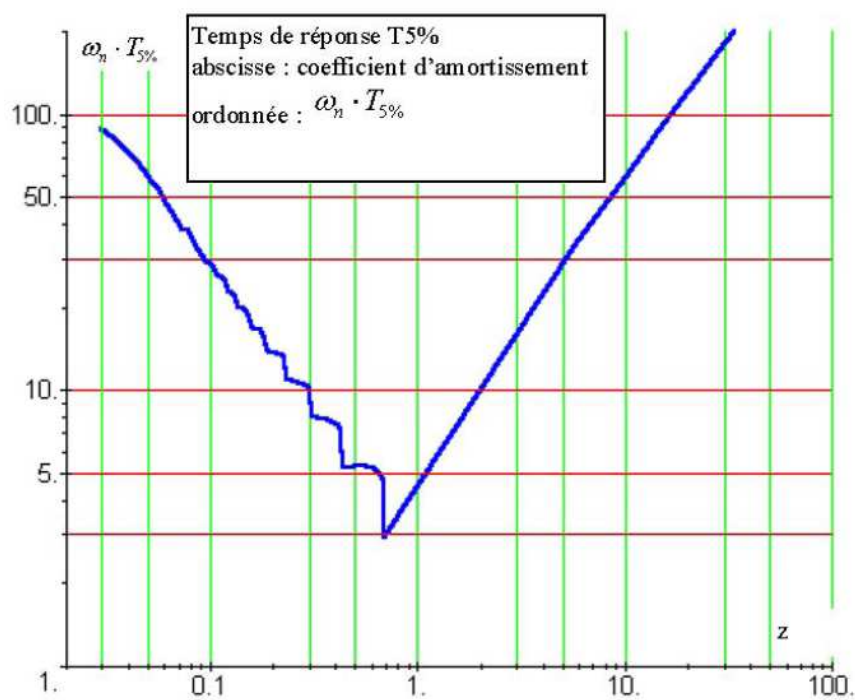


FIGURE 4

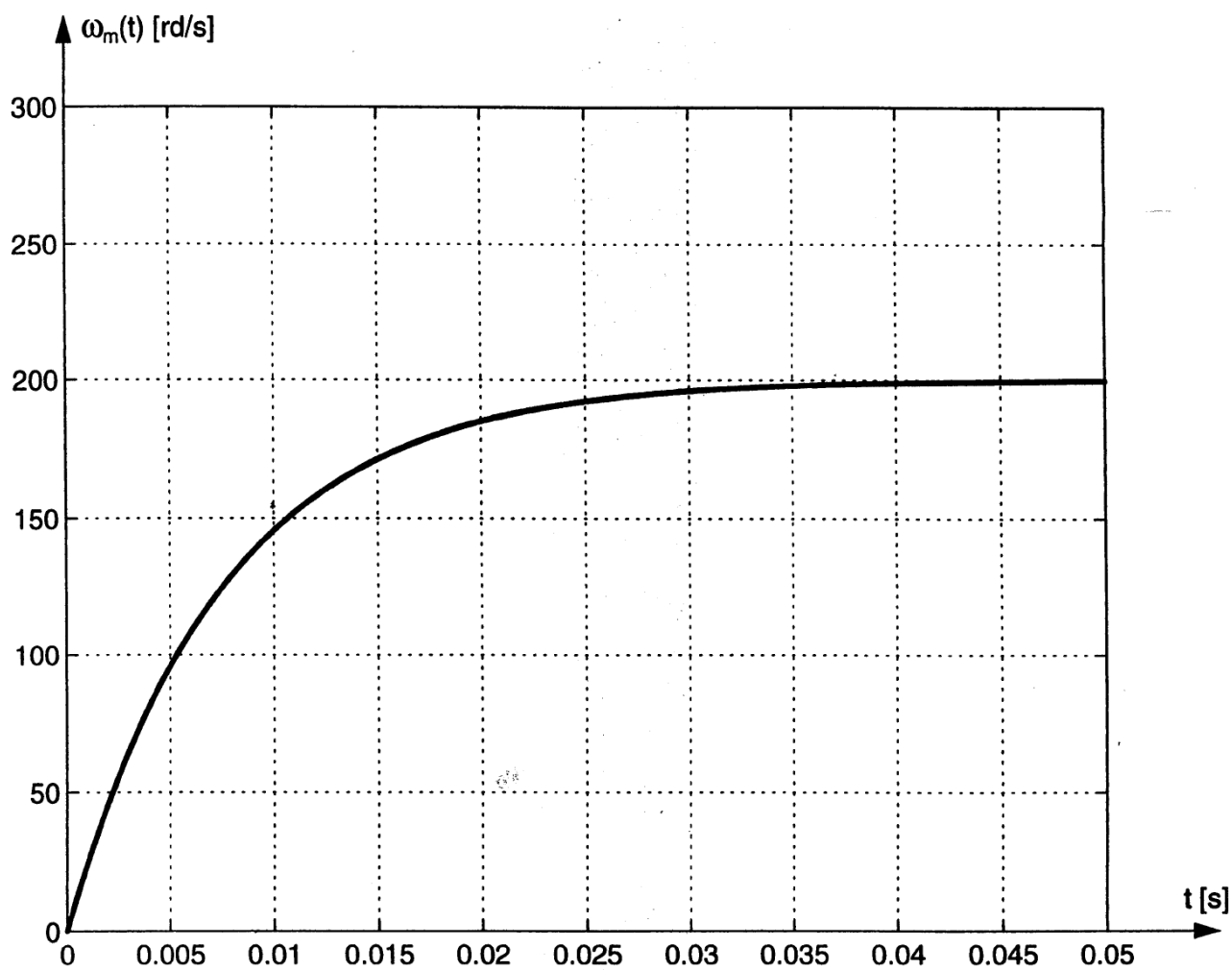
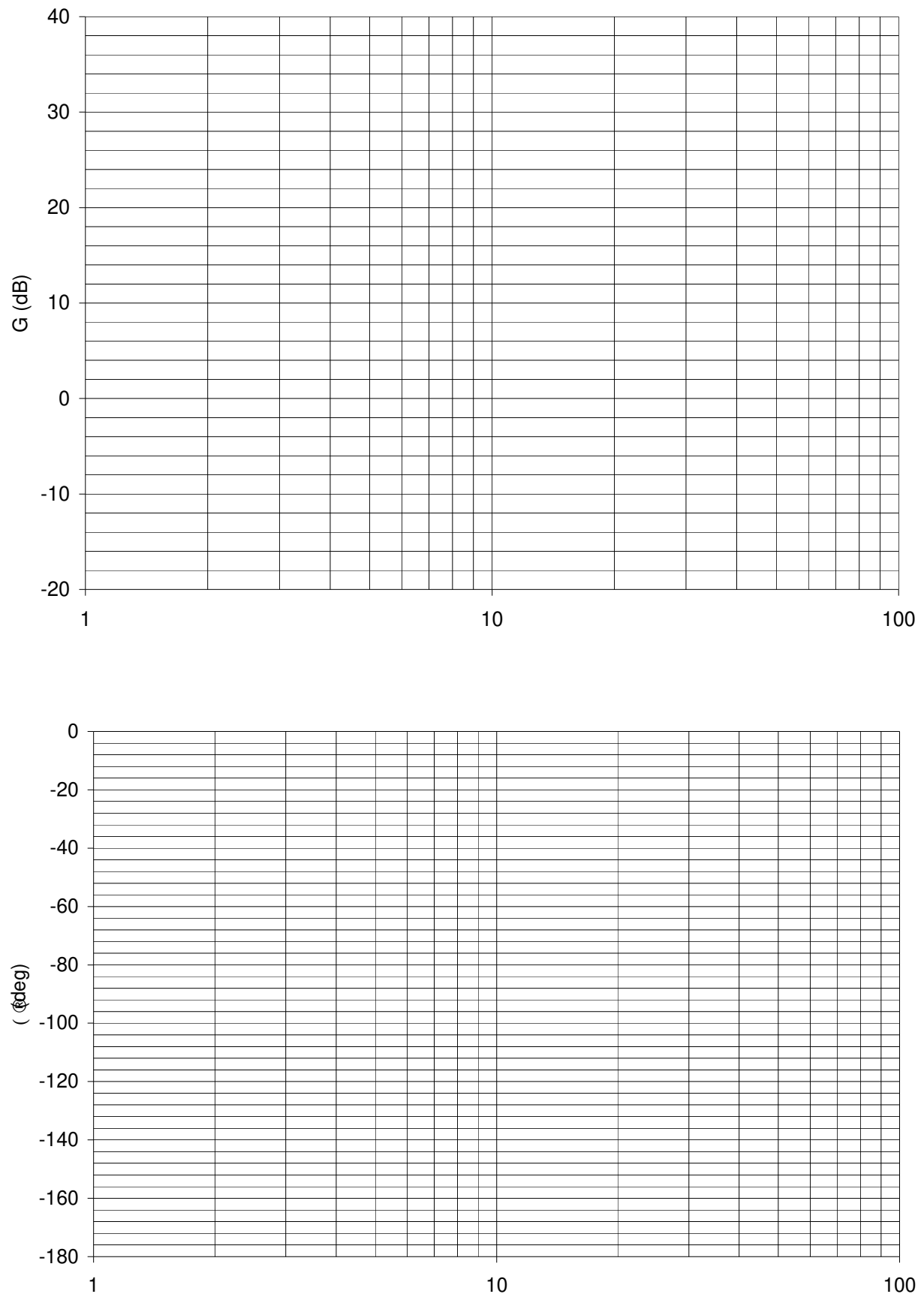


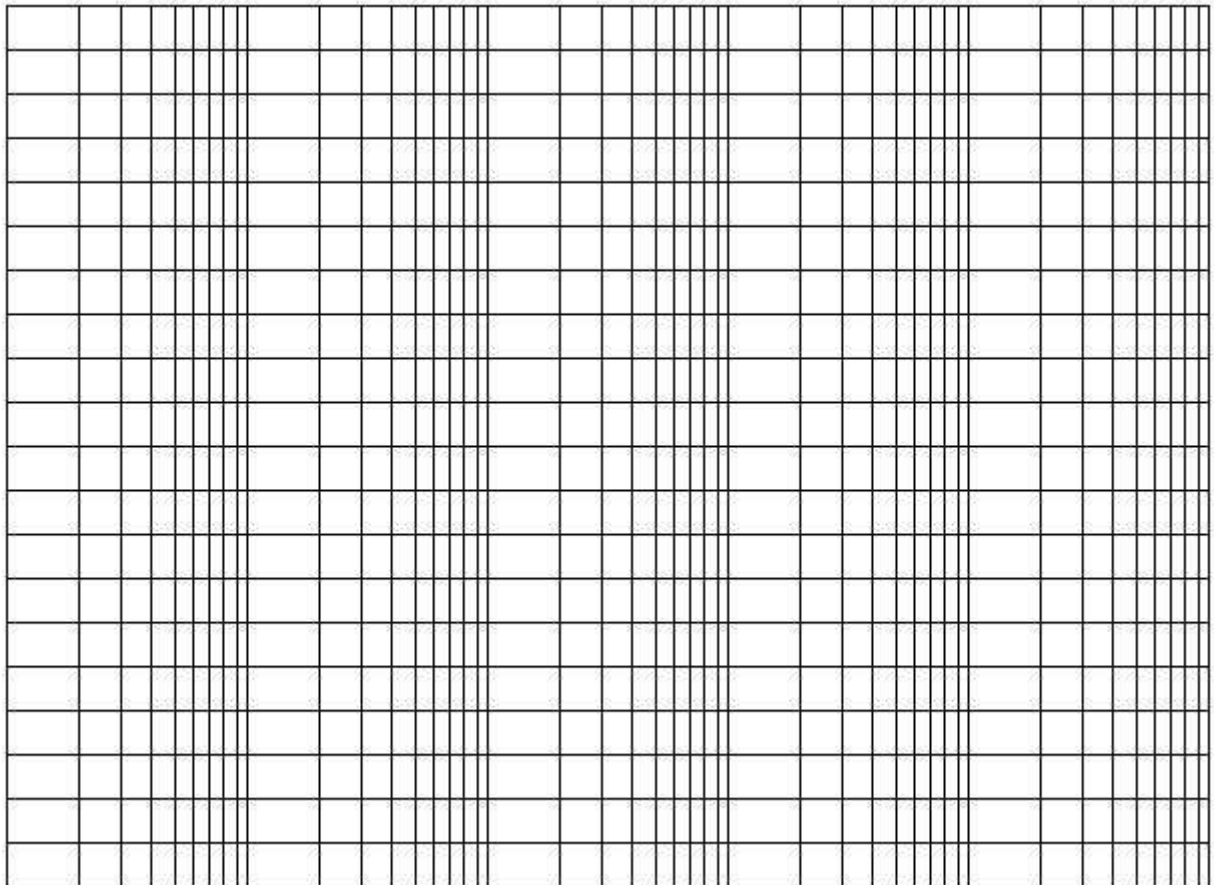
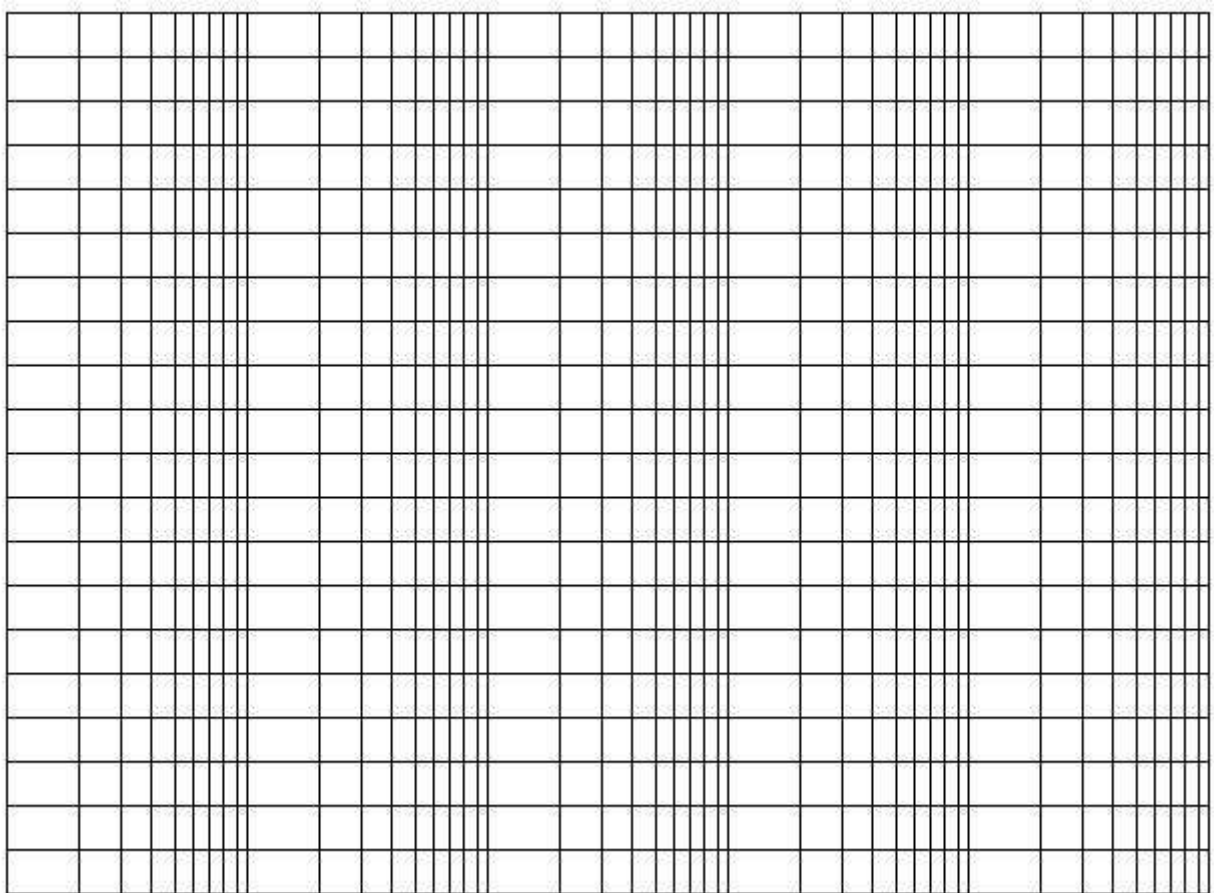
FIGURE 5

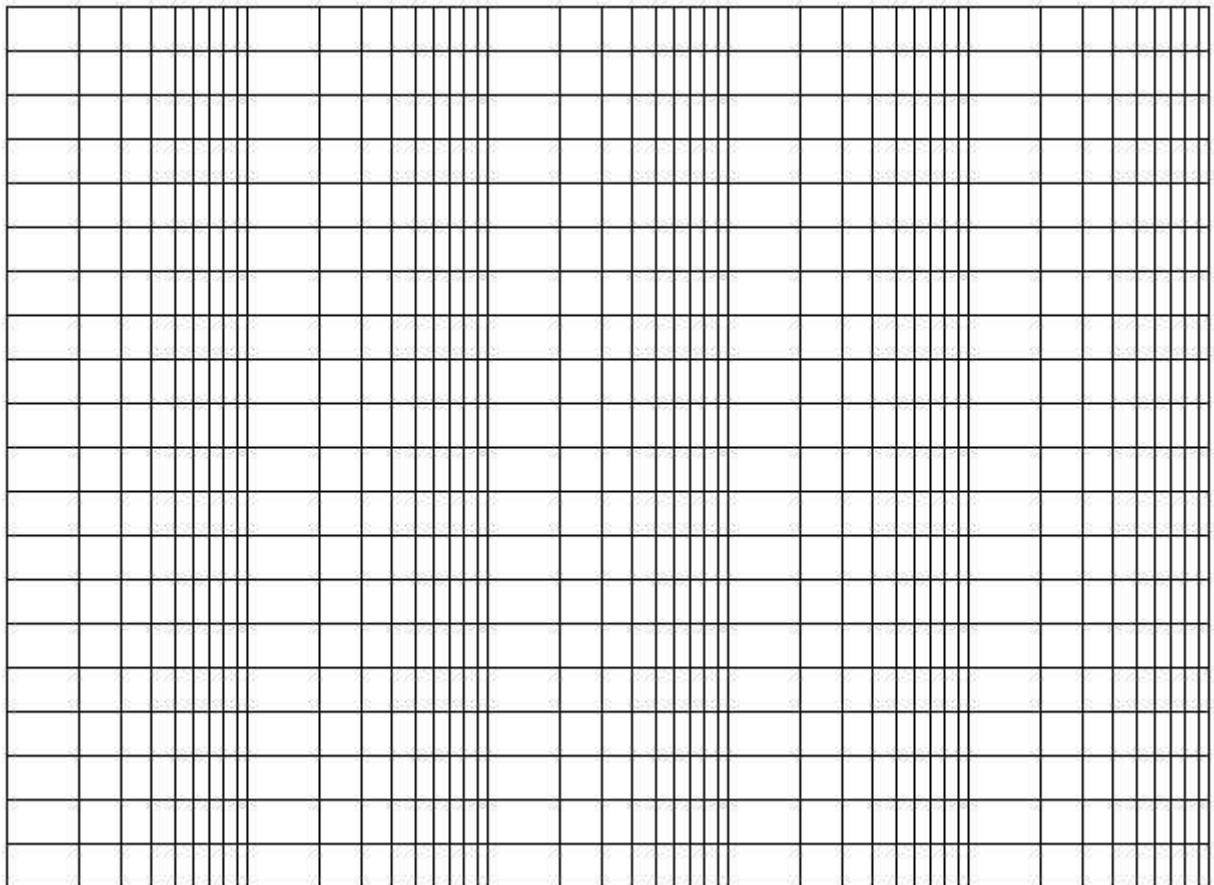
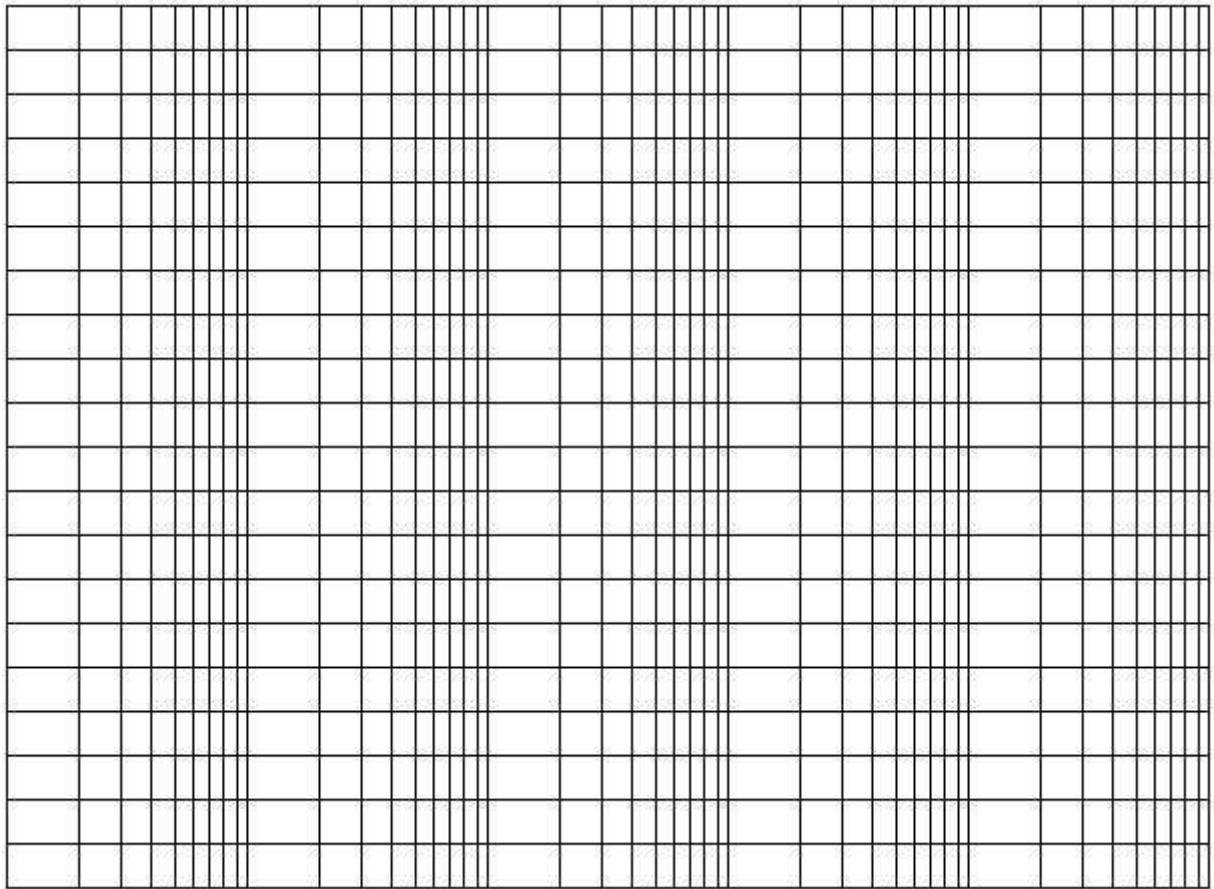
**FIGURE 6**

DS 1 : Exercices

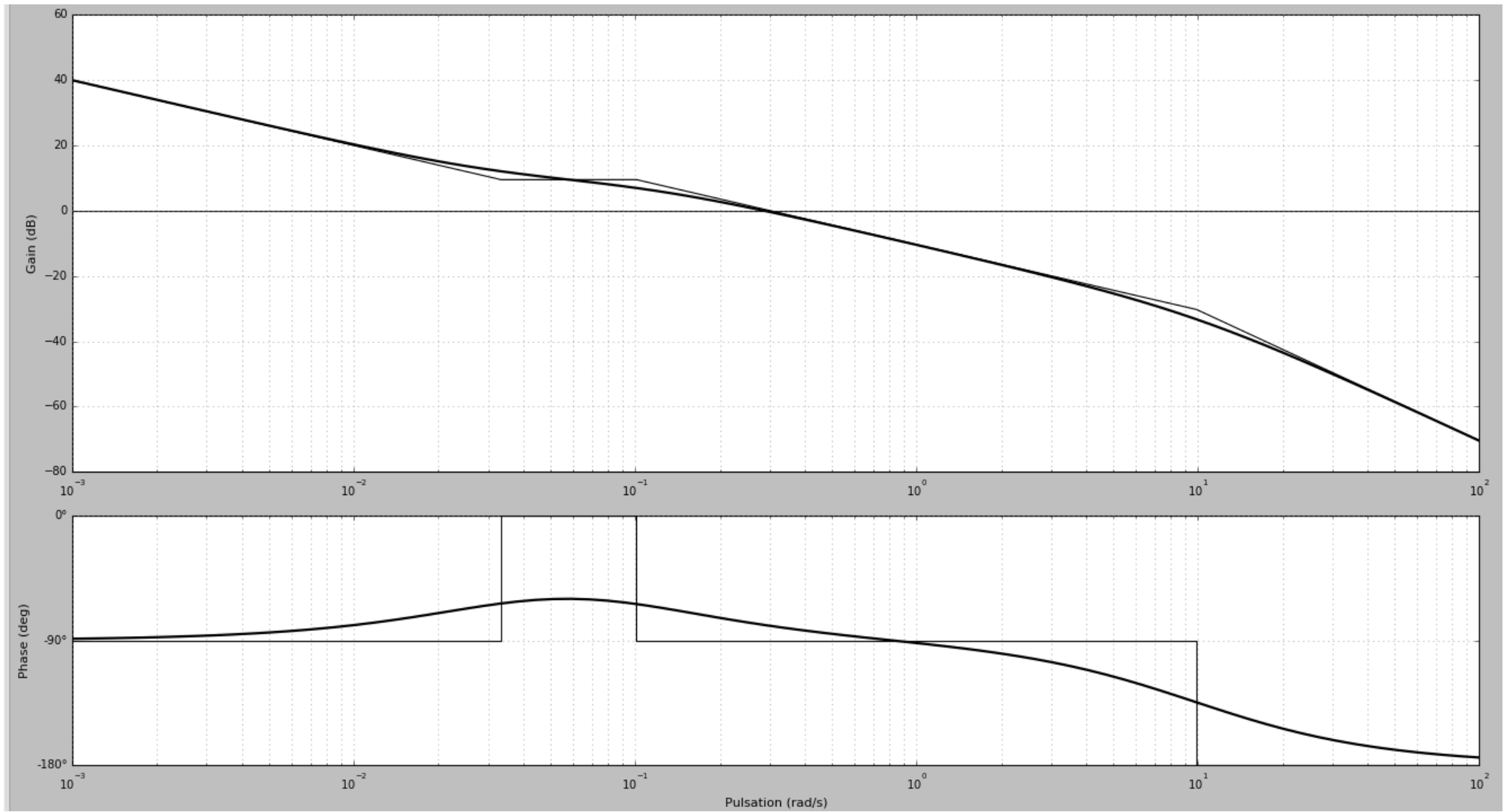
Exercice 1 : Tracer précisément les diagrammes de bode asymptotique de la fonction : $H(p) = \frac{3(1/30 + p)}{2p(1/2 + p)}$

Donner l'allure des diagrammes réels

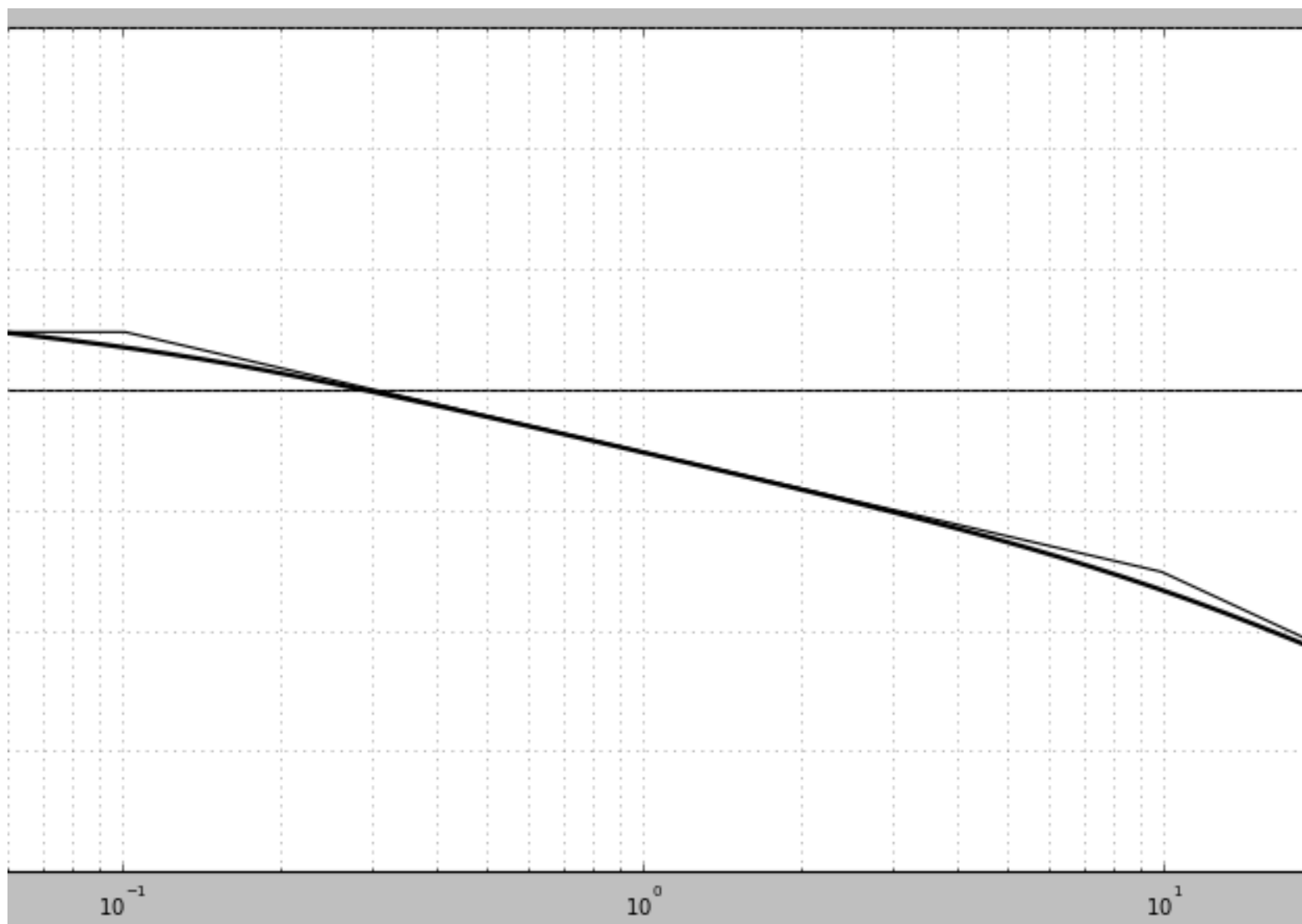




Exercice 2 : identifier la fonction de transfert suivante



ZOOM :



Exercice 3 : identifier la fonction de transfert suivante

