

DM

TOUSSAINT

Statique

Système de positionnement de radar – Corrigé

Q.1. On utilise une fermeture géométrique.

$$\vec{AA} = \vec{0} \rightarrow \vec{AD} + \vec{DC} + \vec{CA} = \vec{0} \rightarrow \lambda \cdot \vec{x}_2 + -x \cdot \vec{x}_3 + d \cdot \vec{y}_1 = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \lambda \cdot \cos \theta - x \cdot \cos \gamma = 0 \\ \lambda \cdot \sin \theta - x \cdot \sin \gamma + d = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos \gamma = \frac{\lambda \cdot \cos \theta}{x} \\ \sin \gamma + d = \frac{\lambda \cdot \sin \theta + d}{x} \end{cases}$$

$$\left(\frac{\lambda \cdot \cos \theta}{x} \right)^2 + \left(\frac{\lambda \cdot \sin \theta + d}{x} \right)^2 = 1 \rightarrow \lambda^2 + d^2 + 2 \cdot d \cdot \lambda \cdot \sin \theta = x^2 \rightarrow \sin \theta = \frac{x^2 - \lambda^2 - d^2}{2 \cdot d \cdot \lambda} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{x^2 - \lambda^2 - d^2}{2 \cdot d \cdot \lambda}$$

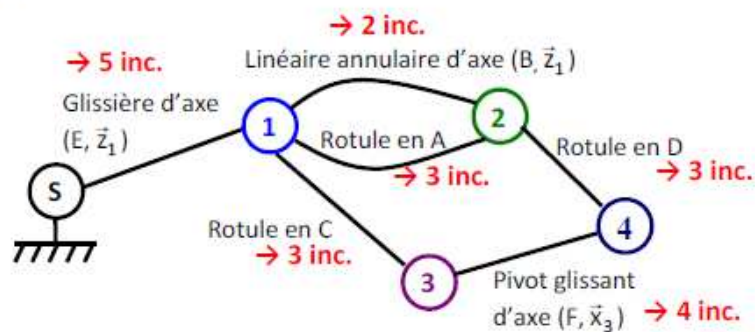
Q.2. A.N. :

$$\text{Pour } x = 500 \text{ mm} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{500^2 - 710^2 - 230^2}{2 \times 230 \times 710} = -70^\circ$$

$$\text{Pour } x = 920 \text{ mm} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{920^2 - 710^2 - 230^2}{2 \times 230 \times 710} = +62^\circ$$

C.d.C.F. : $-60^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \rightarrow$ C.d.C.F. respecté.

Q.3. Graphe de structure.



Q2bis. $m = m_u + m_i$

2 mobilités utiles, translation de l'ensemble selon Z_1 et déploiement du radar commandé par le vérin.

2 mobilités internes, rotation de 3 autour de l'axe défini par la droite (CD) et rotation de 4 autour de l'axe défini par la droite (CD)

$$h = m + 6\gamma - l_c = 4 + 12 - 16 = 0$$

$$\text{Q.4. } \{F_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{13} & 0 \\ Y_{13} & 0 \\ Z_{13} & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)} \quad \{F_{3 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{34} & M_{34} \\ Z_{34} & N_{34} \end{Bmatrix}_{(B3)} \quad \{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ Z_{24} & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$$

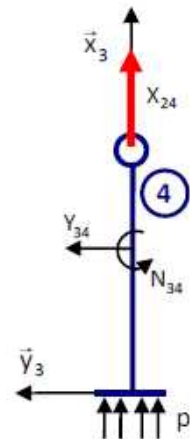
Q.5. On isole l'ensemble {3+4} et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME). Le système isolé est soumis à 2 forces \rightarrow ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de $\vec{R}_{1 \rightarrow 3}$ et de $\vec{R}_{2 \rightarrow 4}$: \vec{x}_3 . Par conséquent on a :

$$\{F_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)} \quad \{F_{2 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$$

Q.6. On isole la tige 4 seule, on effectue le BAME et on applique le PFS.
Hypothèse : la haute pression est dans la cavité inférieure du vérin.

$$X_{24} + p.S = 0 \rightarrow X_{24} = -p.S_p$$

$$\|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| = p.S_p$$



Q.7. On isole le solide 2, on effectue le BAME et on applique le PFS.

BAME :

$$\bullet \{F_{\text{pesanteur} \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} -P.\vec{z}_g \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$$

$$\bullet \{F_{\text{linannulaire } 1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X'_{12} & 0 \\ Y'_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B1)}$$

$$\bullet \{F_{4 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{42} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(B3)}$$

$$\bullet \{F_{\text{rotule } 1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(B1)}$$

Théorème du moment statique au point A projetée sur \vec{z}_2 :

$$(\vec{AG} \wedge -P.\vec{z}_g + \vec{AD} \wedge X_{42}.\vec{x}_3) . \vec{z}_2 = 0$$

$$\text{Avec } \vec{z}_g = \sin\alpha.\vec{y}_0 + \cos\alpha.\vec{z}_0 ; \vec{AG} = R_2.\vec{x}_2 - h_2.\vec{z}_2 ; \vec{AD} = \lambda.\vec{x}_2 .$$

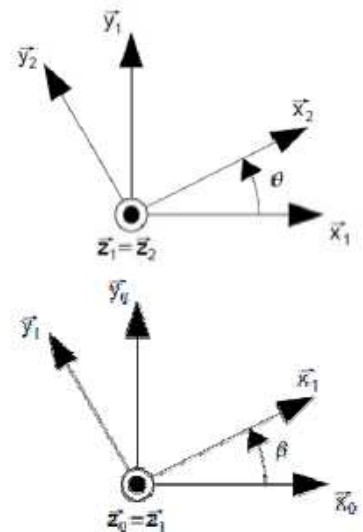
Calcul de $(\vec{AG} \wedge -P.\vec{z}_g) . \vec{z}_2$:

$$[(R_2.\vec{x}_2 - h_2.\vec{z}_2) \wedge -P.(\sin\alpha.\vec{y}_0 + \cos\alpha.\vec{z}_0)] . \vec{z}_2 = -P.R_2.\sin\alpha.\cos(\beta + \theta)$$

$$\text{Calcul de } (\vec{AD} \wedge X_{42}.\vec{x}_3) . \vec{z}_2 : (\lambda.\vec{x}_2 \wedge X_{42}.\vec{x}_3) . \vec{z}_2 = \lambda.X_{42}.\sin(\gamma - \theta)$$

$$\text{D'où : } -P.R_2.\sin\alpha.\cos(\beta + \theta) + \lambda.X_{42}.\sin(\gamma - \theta) = 0$$

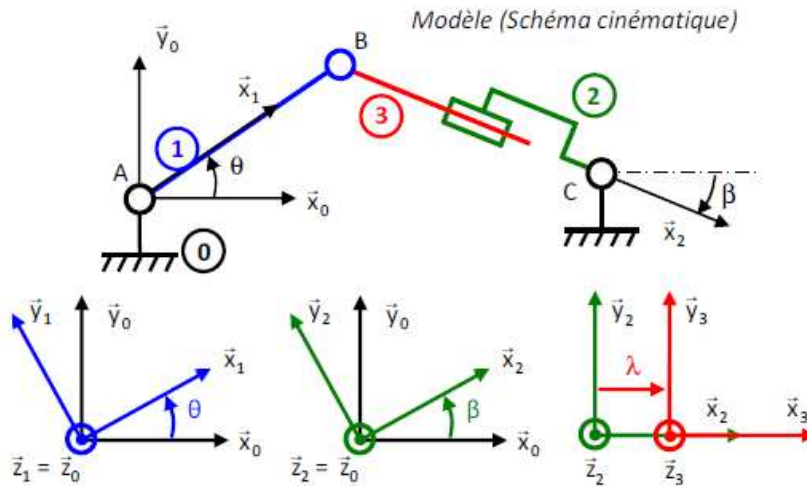
$$\rightarrow X_{42} = \frac{P.R_2.\sin\alpha.\cos(\beta + \theta)}{\lambda.\sin(\gamma - \theta)}$$



Q.8. et Q.9. A.N. : $x_{24} = -p.S_p \rightarrow p = \frac{x_{42}}{c}$

Benne de camion - Corrigé

Q.1.



Q.2. $Q = V.S$ avec S surface du piston telle que $S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$ (d : diamètre du piston)

Q.3. $\vec{AA} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0} \rightarrow L.\vec{x}_1 + \lambda.\vec{x}_2 - x_c.\vec{x}_0 - y_c.\vec{y}_0 = \vec{0}$

En projection dans la base 0 $\rightarrow \begin{cases} L.\cos\theta + \lambda.\cos\beta - x_c = 0 \\ L.\sin\theta + \lambda.\sin\beta - y_c = 0 \end{cases}$

Q1bis : paramètres variables : θ, β, λ , les autres sont constants

Q.4. $\begin{cases} L.\cos\theta + \lambda.\cos\beta - x_c = 0 \\ L.\sin\theta + \lambda.\sin\beta - y_c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos\beta = \frac{x_c - L.\cos\theta}{\lambda} \\ \sin\beta = \frac{y_c - L.\sin\theta}{\lambda} \end{cases}$

$\rightarrow \left(\frac{x_c - L.\cos\theta}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{y_c - L.\sin\theta}{\lambda}\right)^2 = 1 \rightarrow \lambda = \sqrt{(x_c - L.\cos\theta)^2 + (y_c - L.\sin\theta)^2}$

Q.5. $\lambda = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + L^2 - 2.L.(x_c.\cos\theta + y_c.\sin\theta)} \rightarrow \dot{\lambda} = \frac{-\frac{1}{2}.2.L.(-x_c.\dot{\theta}.\sin\theta + y_c.\dot{\theta}.\cos\theta)}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2 + L^2 - 2.L.(x_c.\cos\theta + y_c.\sin\theta)}}$

On a $\dot{\lambda} = V \rightarrow Q = S. \frac{-L.(-x_c.\dot{\theta}.\sin\theta + y_c.\dot{\theta}.\cos\theta)}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2 + L^2 - 2.L.(x_c.\cos\theta + y_c.\sin\theta)}}$

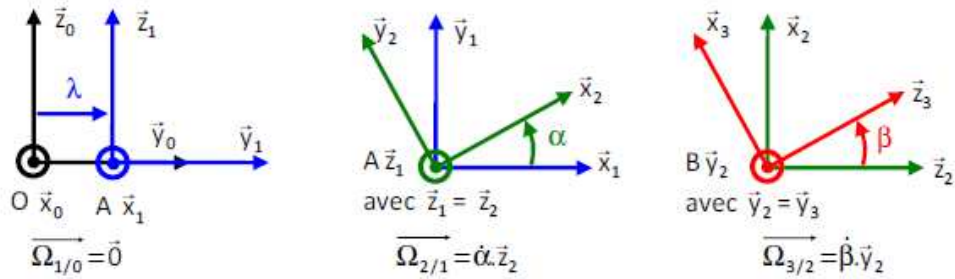
Q.6. $\dot{\theta}_{\max} = 70.Q$ et $Q = 0,4 \text{ L/s} \rightarrow Q = 0,4.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

$\rightarrow \dot{\theta}_{\max} = 70 \times 0,4.10^{-3} = 0,028 \text{ rad/s} \rightarrow \dot{\theta}_{\max} = 0,27 \text{ tr/min} < 0,5 \text{ tr/min} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

Cinématique

Robot de peinture - Corrigé

Q.1.



Q.2. $\vec{V}_{A,1/0} = \vec{V}_{A/0} = \frac{d}{dt} \vec{OA} \Big|_0 = \frac{d}{dt} \lambda \vec{y}_1 \Big|_0 = \dot{\lambda} \vec{y}_1 \rightarrow \boxed{\vec{V}_{A,1/0} = \dot{\lambda} \vec{y}_1}$

Q.3. $\vec{V}_{B,2/0} = \vec{V}_{B/0} = \frac{d}{dt} \vec{OB} \Big|_0 = \frac{d}{dt} \lambda \vec{y}_1 + H \vec{z}_1 \Big|_0 = \dot{\lambda} \vec{y}_1 \rightarrow \boxed{\vec{V}_{B,2/0} = \dot{\lambda} \vec{y}_1}$

Q.4. $\vec{V}_{P,3/0} = \vec{V}_{P/0} = \frac{d}{dt} \vec{OP} \Big|_0 = \frac{d}{dt} \lambda \vec{y}_1 + H \vec{z}_1 + L \vec{z}_3 \Big|_0 = \dot{\lambda} \vec{y}_1 + L \frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_0$

Avec : $\frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_0 = \frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_3 + \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \vec{z}_3 = (\dot{\alpha} \vec{z}_2 + \dot{\beta} \vec{y}_2) \wedge \vec{z}_3 = \dot{\alpha} \vec{z}_2 \wedge \vec{z}_3 + \dot{\beta} \vec{y}_3 \wedge \vec{z}_3 = \dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 + \dot{\beta} \vec{x}_3$

D'où : $\boxed{\vec{V}_{P,3/0} = \dot{\lambda} \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 + \dot{\beta} \vec{x}_3)}$

Q0 : paramètres variables : α, β, λ , les autres sont constants (H et L)

Q2bis : $\vec{V}_{P,3/0} = \dot{\lambda} \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 - \dot{\beta} \vec{x}_3)$

Hypothèse $\dot{\beta} = 0$

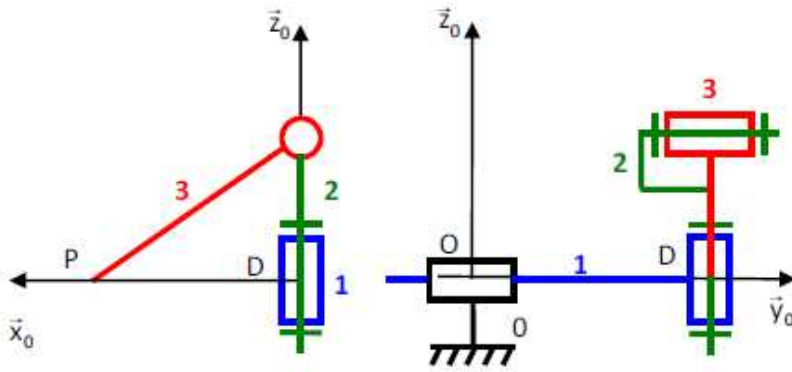
$$\vec{\Gamma}_{P,3/0} = \left(\frac{d(\dot{\lambda} \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2))}{dt} \right)_0 = \left(\frac{d(\dot{\lambda} \vec{y}_1)}{dt} \right)_0 + \left(\frac{d(L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2))}{dt} \right)_0$$

$$\vec{\Gamma}_{P,3/0} = \ddot{\lambda} \vec{y}_1 + \dot{\lambda} \left(\frac{d(\vec{y}_1)}{dt} \right)_0 + L \ddot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 + L(\dot{\alpha} \sin \beta) \left(\frac{d(\vec{y}_2)}{dt} \right)_0$$

$$\left(\frac{d(\vec{y}_1)}{dt} \right)_0 = \vec{0} \quad \left(\frac{d(\vec{y}_2)}{dt} \right)_0 = \left(\frac{d(\vec{y}_2)}{dt} \right)_2 + \vec{\Omega}_{2/1} \wedge \vec{y}_2 = \dot{\alpha} \vec{z}_2 \wedge \vec{y}_2 = -\dot{\alpha} \vec{x}_2$$

$$\vec{\Gamma}_{P,3/0} = \ddot{\lambda} \vec{y}_1 + L \ddot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 - L(\dot{\alpha}^2 \sin \beta) \vec{x}_2$$

Q.5.



Q.6. il faut projeter $\vec{V}_{P,3/0} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1 + L \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_2 - \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3)$ dans le repère R_0 .

A l'aide des figures planes on obtient :

$$\vec{y}_1 = \vec{y}_0$$

$$\vec{y}_2 = -\sin \alpha \cdot \vec{x}_1 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_1 = -\sin \alpha \cdot \vec{x}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_0$$

$$\vec{x}_3 = -\sin \beta \cdot \vec{z}_2 + \cos \beta \cdot \vec{x}_2 = -\sin \beta \cdot \vec{z}_1 + \cos \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x}_1 + \sin \alpha \cdot \vec{y}_1) = -\sin \beta \cdot \vec{z}_0 + \cos \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x}_0 + \sin \alpha \cdot \vec{y}_0)$$

$$\text{D'où : } \vec{V}_{P,3/0} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_0 + L \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot (-\sin \alpha \cdot \vec{x}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_0) + \dot{\beta} \cdot (-\sin \beta \cdot \vec{z}_0 + \cos \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x}_0 + \sin \alpha \cdot \vec{y}_0)))$$

$$\rightarrow V = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + L \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha$$

$$\text{Q.7. } \dot{\beta} = 0 \text{ et } \beta = \beta_0 \rightarrow \vec{V}_{P,3/0} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_0 + L \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot (-\sin \alpha \cdot \vec{x}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_0))$$

$$\rightarrow V = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \sin \alpha$$

$$\rightarrow \dot{\lambda} + L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha = 0$$

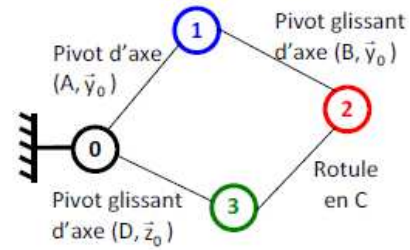
$$\text{D'où : } \dot{\alpha} = -\frac{V}{L \cdot \sin \beta_0 \cdot \sin \alpha} \text{ et } \dot{\lambda} = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha \rightarrow \dot{\lambda} = L \cdot \frac{V}{L \cdot \sin \beta_0 \cdot \sin \alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha \rightarrow \dot{\lambda} = \frac{V}{\tan \alpha}$$

$$\text{Q.8. } \sin(\pi - \beta_0) = \sin \beta_0 = \frac{b}{L}$$

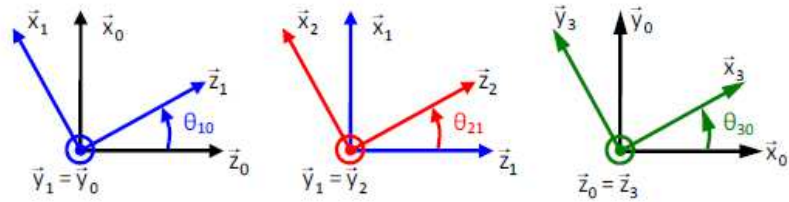
$$\text{Q.9. } \dot{\alpha} = -\frac{V}{b \cdot \sin \alpha} \text{ et } \dot{\lambda} = \frac{V}{\tan \alpha} \text{ après intégration on obtient les lois du mouvement.}$$

Broyeur - Corrigé

Q.1. Graphe des liaisons du système :



Q.2. Figures géométrales :



Q0. $m = m_u + m_i$

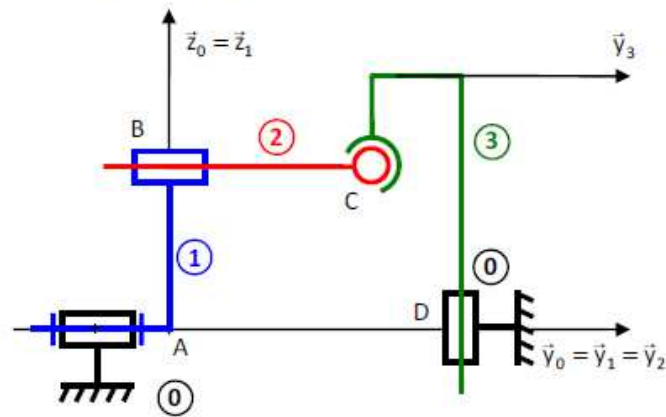
1 mobilités utiles, fonction principale du système, rotation de 1 impliquant rotation alternative et translation alternative de 3.

1 mobilités internes, rotation de 2 autour de l'axe défini par la droite (BC)

$$h = m + 6\gamma - l_c = 2 + 6 - 8 = 0$$

Q2bis : paramètres variables : $\theta_{21}, \theta_{30}, \theta_{10}, h, \lambda$, les autres sont constants (R, d et L)

Q.3. Pour la position particulière $\theta_{10} = 0^\circ$ et $\theta_{30} = 0^\circ$:



Q.4. Fermeture géométrique : $\vec{AA} = \vec{0} \rightarrow \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CE} + \vec{ED} + \vec{DA} = R \cdot \vec{z}_1 + \lambda(t) \cdot \vec{y}_1 - h(t) \cdot \vec{z}_0 + L \cdot \vec{y}_3 - d \cdot \vec{y}_1$

En projection dans R_0 :

$$\begin{cases} R \cdot \sin \theta_{10} - L \cdot \sin \theta_{30} = 0 \\ \lambda(t) + L \cdot \cos \theta_{30} - d = 0 \\ R \cdot \cos \theta_{10} - h(t) = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{h(t) = R \cdot \cos \theta_{10}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L \cdot \cos \theta_{30} = d - \lambda(t) \\ L \cdot \sin \theta_{30} = R \cdot \sin \theta_{10} \end{cases} \rightarrow L^2 = (d - \lambda(t))^2 + R^2 \cdot \sin^2 \theta_{10} \rightarrow \boxed{\lambda(t) = d - \sqrt{L^2 - R^2 \cdot \sin^2 \theta_{10}}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L \cdot \sin \theta_{30} = R \cdot \sin \theta_{10} \\ L \cdot \cos \theta_{30} = d - \lambda(t) \end{cases} \rightarrow \tan \theta_{30} = \frac{R \cdot \sin \theta_{10}}{d - \lambda(t)} \rightarrow \boxed{\tan \theta_{30} = \frac{R \cdot \sin \theta_{10}}{d - \lambda(t) = \sqrt{L^2 - R^2 \cdot \sin^2 \theta_{10}}}}$$

Q.5. Liaison 0-1 : Pivot d'axe (A, \vec{y}_0)

$$\rightarrow \{F_{0 \rightarrow 1}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & 0 \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_{B_0}$$

Q.7. Liaison 3-2 : Rotule en C $\rightarrow \{F_{3 \rightarrow 2}\}_C = \begin{Bmatrix} X_{32} & 0 \\ Y_{32} & 0 \\ Z_{32} & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$

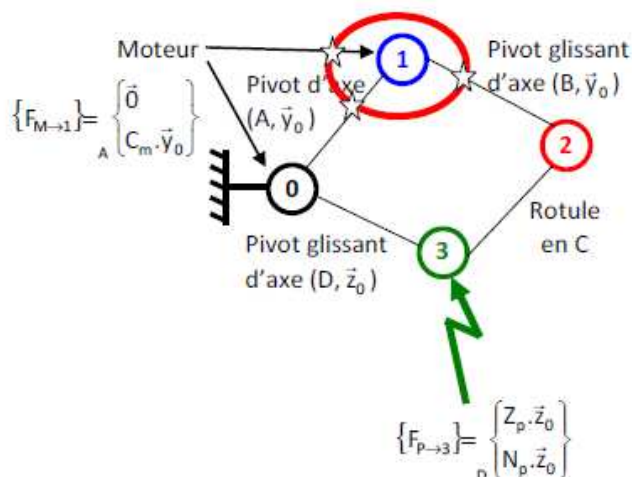
Q.6. Liaison 2-1 : Pivot glissant d'axe (B, \vec{y}_0) \rightarrow

$$\{F_{2 \rightarrow 1}\}_B = \begin{Bmatrix} X_{21} & L_{21} \\ 0 & 0 \\ Z_{21} & N_{21} \end{Bmatrix}_{B_0}$$

Q.8. Liaison 0-3 : Pivot glissant d'axe (D, \vec{z}_0)

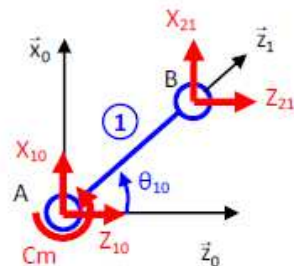
$$\rightarrow \{F_{0 \rightarrow 3}\}_D = \begin{Bmatrix} X_{03} & L_{03} \\ Y_{03} & M_{03} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

Q.9. On isole le solide 1 + BAME :



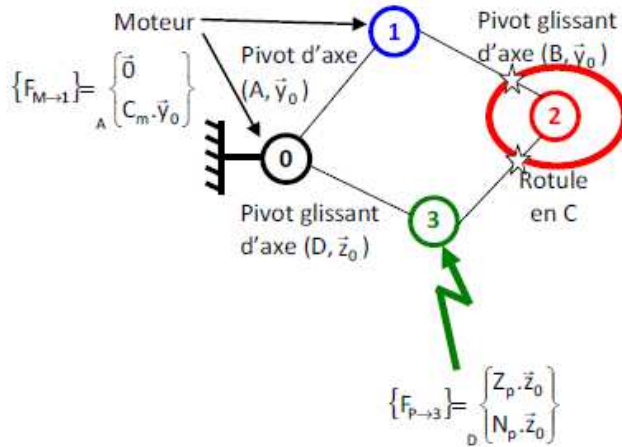
On applique le PFS sur le solide 1 :

\rightarrow Théorème du moment statique au point A et en projection sur l'axe \vec{y}_0 :



$$\begin{aligned} (\vec{AB} \wedge \vec{R}_{2 \rightarrow 1}) \cdot \vec{y}_0 + C_m &= 0 \\ (R \cdot \vec{z}_1 \wedge (X_{21} \cdot \vec{x}_0 + Z_{21} \cdot \vec{z}_0)) \cdot \vec{y}_0 + C_m &= 0 \\ \boxed{R \cdot X_{21} \cdot \cos \theta_{10} - R \cdot Z_{21} \cdot \sin \theta_{10} + C_m} &= 0 \end{aligned}$$

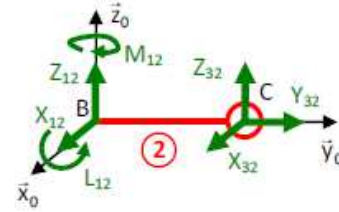
Q.10. On isole le solide 2 + BAME :



Attention le système est soumis à 2 actions mécaniques mais l'action mécanique du solide 2 sur le solide 2 n'est pas un glisseur !

On applique le PFS sur le solide 2 :

→ Théorème de la résultante statique :

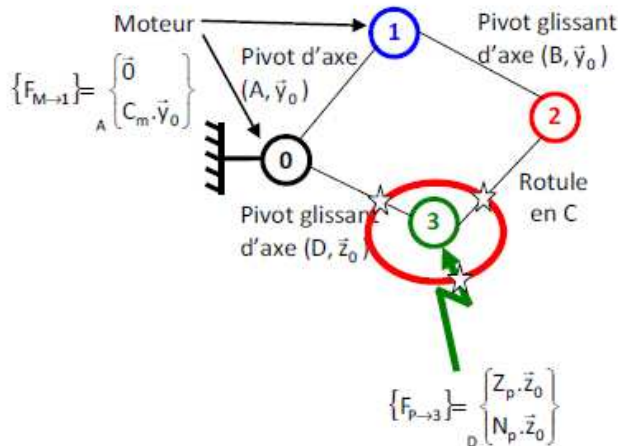


En projection dans R_0 :

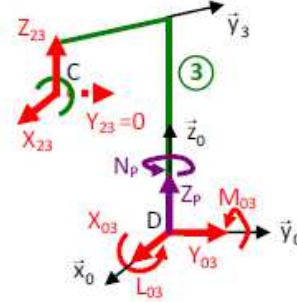
$$\begin{cases} X_{32} + X_{12} = 0 \\ Y_{32} = 0 \\ Z_{32} + Z_{12} = 0 \end{cases}$$

→ $\boxed{Y_{32} = 0}$

Q.11. On isole le solide 3 + BAME :



On applique le PFS sur le solide 3 :



→ Théorème de la résultante statique :

$$X_{03} \cdot \vec{x}_0 + Y_{03} \cdot \vec{y}_0 + Z_p \cdot \vec{z}_0 + X_{23} \cdot \vec{x}_0 + Z_{23} \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$$

→ Théorème du moment statique au point D :

$$\overrightarrow{DC} \wedge \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}} + L_{03} \cdot \vec{x}_0 + M_{03} \cdot \vec{y}_0 + N_p \cdot \vec{z}_0 = \vec{0}$$

→ Théorème de la résultante statique en projection dans R_0 :

$$\begin{cases} X_{03} + X_{23} = 0 \\ Y_{03} = 0 \\ Z_p + Z_{23} = 0 \end{cases}$$

→ Théorème du moment statique au point D :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DC} \wedge \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}} &= (-L \cdot \vec{y}_3 + h(t) \cdot \vec{z}_0) \wedge (X_{23} \cdot \vec{x}_0 + Z_{23} \cdot \vec{z}_0) = -L \cdot \vec{y}_3 \wedge X_{23} \cdot \vec{x}_0 - L(t) \cdot \vec{y}_3 \wedge Z_{23} \cdot \vec{z}_0 + h(t) \cdot \vec{z}_0 \wedge X_{23} \cdot \vec{x}_0 \\ &= L \cdot X_{23} \cdot \cos \theta_{30} \cdot \vec{z}_0 - L \cdot Z_{23} \cdot \vec{x}_3 + h(t) \cdot X_{23} \cdot \vec{y}_0 \end{aligned}$$

En projection dans R_0 :

$$\begin{cases} L_{03} - L \cdot Z_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0 \\ M_{03} - L \cdot Z_{23} \cdot \sin \theta_{30} + h(t) \cdot X_{23} = 0 \\ N_p + L \cdot X_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0 \end{cases}$$

$\boxed{Z_p + Z_{23} = 0}$ $\boxed{L_{03} - L \cdot Z_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0}$ $\boxed{N_p + L \cdot X_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0}$

Q.12. De la question 9, on a : $R \cdot X_{21} \cdot \cos \theta_{10} - R \cdot Z_{21} \cdot \sin \theta_{10} + C_m = 0$.

De la question 10, on a : $\begin{cases} X_{32} = -X_{12} = X_{21} \\ Z_{32} = -Z_{12} = Z_{21} \end{cases}$.

De la question 11 on a : $-Z_p = Z_{23} \rightarrow Z_p = Z_{32}$ et $X_{23} = -\frac{N_p}{L \cdot \cos \theta_{30}} \rightarrow X_{32} = \frac{N_p}{L \cdot \cos \theta_{30}}$

$$R \cdot \frac{N_p}{L \cdot \cos \theta_{30}} \cdot \cos \theta_{10} - R \cdot Z_p \cdot \sin \theta_{10} + C_m = 0 \rightarrow \boxed{C_m = -R \cdot \frac{N_p}{L \cdot \cos \theta_{30}} \cdot \cos \theta_{10} + R \cdot Z_p \cdot \sin \theta_{10}}$$

Q.13. En considérant que le couple de broyage nul, on a : $C_m = R \cdot Z_p \cdot \sin \theta_{10} \rightarrow \boxed{Z_{p,mini} = \frac{C_m}{R}}$

A.N. : $Z_{p,max} = \frac{0,16}{3 \cdot 10^{-2}} = 5,33 \text{ N} > 5 \text{ N} \rightarrow$ Le critère effort minimal du cahier des charges est respecté.