

**DM**

**TOUSSAINT**

# Statique

## Système de positionnement de radar – Corrigé

Q.1. On utilise une fermeture géométrique.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AA} = \vec{0} \rightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \rightarrow \lambda \cdot \vec{x}_2 + -x \cdot \vec{x}_3 + +d \cdot \vec{y}_1 = \vec{0} \\ \begin{cases} \lambda \cdot \cos \theta - x \cdot \cos \gamma = 0 \\ \lambda \cdot \sin \theta - x \cdot \sin \gamma + d = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos \gamma = \frac{\lambda \cdot \cos \theta}{x} \\ \sin \gamma + d = \frac{\lambda \cdot \sin \theta}{x} \end{cases} \\ \left( \frac{\lambda \cdot \cos \theta}{x} \right)^2 + \left( \frac{\lambda \cdot \sin \theta + d}{x} \right)^2 = 1 \rightarrow \lambda^2 + d^2 + 2 \cdot d \cdot \lambda \cdot \sin \theta = x^2 \rightarrow \sin \theta = \frac{x^2 - \lambda^2 - d^2}{2 \cdot d \cdot \lambda} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{x^2 - \lambda^2 - d^2}{2 \cdot d \cdot \lambda} \end{aligned}$$

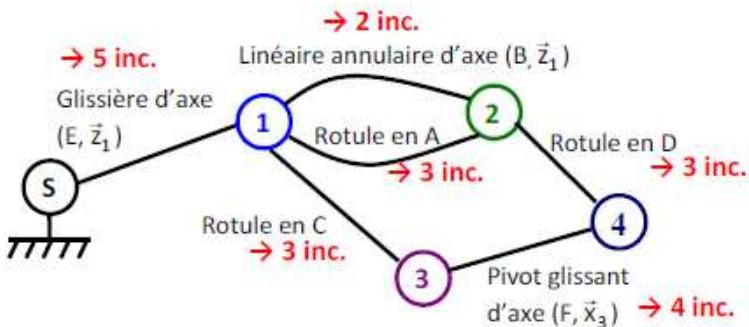
Q.2. A.N. :

$$\text{Pour } x = 500 \text{ mm} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{500^2 - 710^2 - 230^2}{2 \times 230 \times 710} = -70^\circ$$

$$\text{Pour } x = 920 \text{ mm} \rightarrow \theta = \arcsin \frac{920^2 - 710^2 - 230^2}{2 \times 230 \times 710} = +62^\circ$$

C.d.C.F. :  $-60^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \rightarrow$  C.d.C.F. respecté.

Q.3. Graphe de structure.



Q2bis.  $m = mu + mi$

2 mobilités utiles, translation de l'ensemble selon  $Z_1$  et déploiement du radar commandé par le vérin.

2 mobilités internes, rotation de 3 autour de l'axe défini par la droite (CD) et rotation de 4 autour de l'axe défini par la droite (CD)

$$h = m + 6\gamma - lc = 4 + 12 - 16 = 0$$

$$Q.4. \begin{cases} F_{1 \rightarrow 3} \end{cases} = \begin{cases} X_{13} & 0 \\ Y_{13} & 0 \\ Z_{13} & 0 \end{cases}_{(B3)} \quad \begin{cases} F_{3 \rightarrow 4} \end{cases} = \begin{cases} 0 & 0 \\ Y_{34} & M_{34} \\ Z_{34} & N_{34} \end{cases}_{(B3)} \quad \begin{cases} F_{2 \rightarrow 4} \end{cases} = \begin{cases} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ Z_{24} & 0 \end{cases}_{(B3)}$$

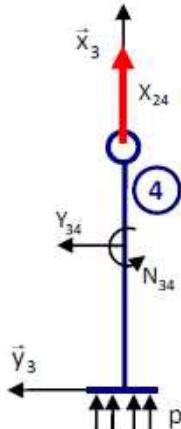
Q.5. On isole l'ensemble {3+4} et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME). Le système isolé est soumis à 2 forces  $\rightarrow$  ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées. Direction de  $\vec{R}_{1 \rightarrow 3}$  et de  $\vec{R}_{2 \rightarrow 4}$  :  $\vec{x}_3$ . Par conséquent on a :

$$\begin{cases} F_{1 \rightarrow 3} \end{cases} = \begin{cases} X_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{cases}_{(B3)} \quad \begin{cases} F_{2 \rightarrow 4} \end{cases} = \begin{cases} X_{24} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{cases}_{(B3)}$$

Q.6. On isole la tige 4 seule, on effectue le BAME et on applique le PFS. Hypothèse : la haute pression est dans la cavité inférieure du vérin.

$$X_{24} + p.S = 0 \rightarrow X_{24} = -p.S_p$$

$$\|\vec{R}_{2 \rightarrow 4}\| = p.S_p$$



Q.7. On isole le solide 2, on effectue le BAME et on applique le PFS.

BAME :

- $\begin{cases} F_{\text{pesanteur} \rightarrow 2} \end{cases} = \begin{cases} -P \cdot \vec{z}_g \\ \vec{0} \end{cases}$
- $\begin{cases} F_{\text{linannulaire } 1 \rightarrow 2} \end{cases} = \begin{cases} X'_{12} & 0 \\ Y'_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{cases}_{(B1)}$

- $\begin{cases} F_{4 \rightarrow 2} \end{cases} = \begin{cases} X_{42} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{cases}_{(B3)}$
- $\begin{cases} F_{\text{rotule } 1 \rightarrow 2} \end{cases} = \begin{cases} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{cases}_{(B1)}$

Théorème du moment statique au point A projetée sur  $\vec{z}_2$  :

$$(\vec{AG} \wedge -P \cdot \vec{z}_g + \vec{AD} \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3) \cdot \vec{z}_2 = 0$$

$$\text{Avec } \vec{z}_g = \sin \alpha \cdot \vec{y}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{z}_0 ; \vec{AG} = R_2 \cdot \vec{x}_2 - h_2 \cdot \vec{z}_2 ; \vec{AD} = \lambda \cdot \vec{x}_2 .$$

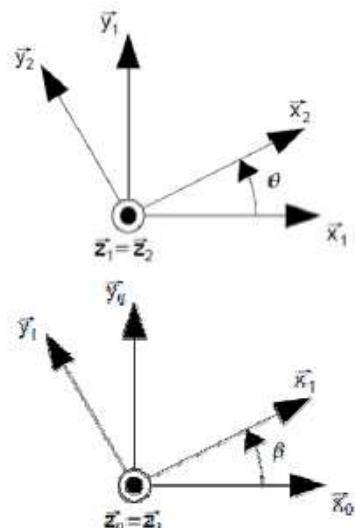
Calcul de  $(\vec{AG} \wedge -P \cdot \vec{z}_g) \cdot \vec{z}_2$  :

$$[(R_2 \cdot \vec{x}_2 - h_2 \cdot \vec{z}_2) \wedge -P \cdot (\sin \alpha \cdot \vec{y}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{z}_0)] \cdot \vec{z}_2 = -P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta + \theta)$$

Calcul de  $(\vec{AD} \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3) \cdot \vec{z}_2$  :  $(\lambda \cdot \vec{x}_2 \wedge X_{42} \cdot \vec{x}_3) \cdot \vec{z}_2 = \lambda \cdot X_{42} \cdot \sin(\gamma - \theta)$

$$\text{D'où : } -P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta + \theta) + \lambda \cdot X_{42} \cdot \sin(\gamma - \theta) = 0$$

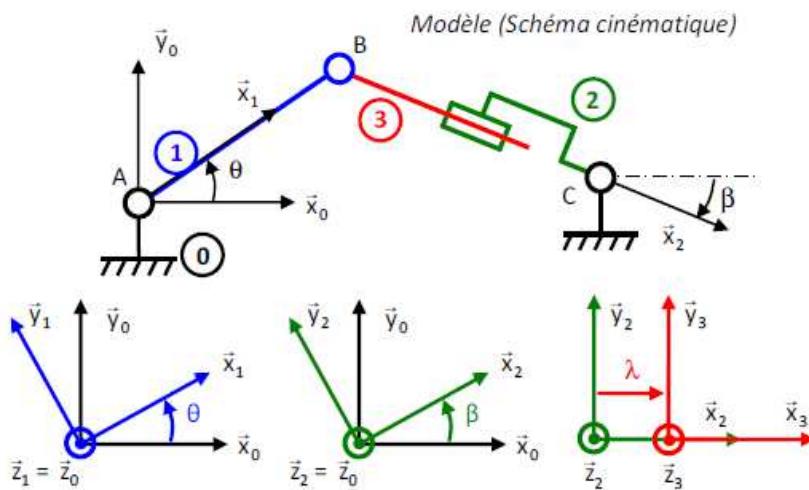
$$\rightarrow X_{42} = \frac{P \cdot R_2 \cdot \sin \alpha \cdot (\cos \beta + \theta)}{\lambda \cdot \sin(\gamma - \theta)}$$



Q.8. et Q.9. A.N. :  $X_{24} = -p \cdot S_p \rightarrow p = \frac{X_{42}}{c}$

Benne de camion - Corrigé

Q.1.



Q.2.  $Q = V \cdot S$  avec  $S$  surface du piston telle que  $S = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$  ( $d$  : diamètre du piston)

Q.3.  $\vec{AA} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0} \rightarrow L \cdot \vec{x}_1 + \lambda \cdot \vec{x}_2 - x_c \cdot \vec{x}_0 - y_c \cdot \vec{y}_0 = \vec{0}$

En projection dans la base 0  $\rightarrow \begin{cases} L \cdot \cos \theta + \lambda \cdot \cos \beta - x_c = 0 \\ L \cdot \sin \theta + \lambda \cdot \sin \beta - y_c = 0 \end{cases}$

Q1bis : paramètres variables :  $\theta, \beta, \lambda$ , les autres sont constants

Q.4.  $\begin{cases} L \cdot \cos \theta + \lambda \cdot \cos \beta - x_c = 0 \\ L \cdot \sin \theta + \lambda \cdot \sin \beta - y_c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cos \beta = \frac{x_c - L \cdot \cos \theta}{\lambda} \\ \sin \beta = \frac{y_c - L \cdot \sin \theta}{\lambda} \end{cases}$   
 $\rightarrow \left( \frac{x_c - L \cdot \cos \theta}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{y_c - L \cdot \sin \theta}{\lambda} \right)^2 = 1 \rightarrow \lambda = \sqrt{(x_c - L \cdot \cos \theta)^2 + (y_c - L \cdot \sin \theta)^2}$

Q.5.  $\lambda = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + L^2 - 2 \cdot L \cdot (x_c \cdot \cos \theta + y_c \cdot \sin \theta)} \rightarrow \lambda = \frac{-\frac{1}{2} 2 \cdot L \cdot (-x_c \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta + y_c \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta)}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2 + L^2 - 2 \cdot L \cdot (x_c \cdot \cos \theta + y_c \cdot \sin \theta)}}$

On a  $\lambda = V \rightarrow Q = S \cdot \frac{-L \cdot (-x_c \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \theta + y_c \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta)}{\sqrt{x_c^2 + y_c^2 + L^2 - 2 \cdot L \cdot (x_c \cdot \cos \theta + y_c \cdot \sin \theta)}}$

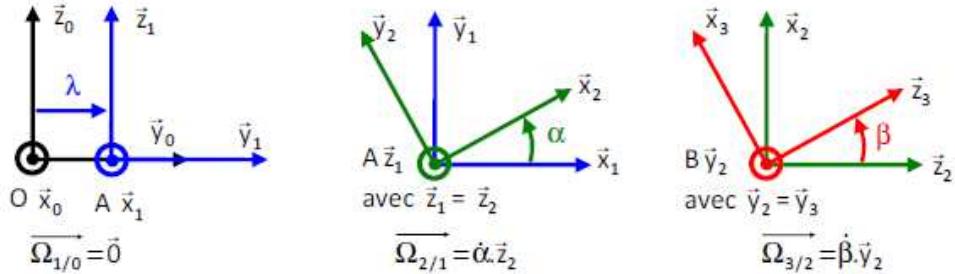
Q.6.  $\dot{\theta}_{\max} = 70 \cdot Q$  et  $Q = 0,4 \text{ L/s} \rightarrow Q = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

$\rightarrow \dot{\theta}_{\max} = 70 \times 0,4 \cdot 10^{-3} = 0,028 \text{ rad/s} \rightarrow \dot{\theta}_{\max} = 0,27 \text{ tr/min} < 0,5 \text{ tr/min} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

# Cinématique

## Robot de peinture - Corrigé

Q.1.



$$Q.2. \overrightarrow{V_{A,1/0}} = \overrightarrow{V_{A/0}} = \frac{d \overrightarrow{OA}}{dt} \Big|_0 = \frac{d}{dt} \lambda \cdot \vec{y}_1 \Big|_0 = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1 \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{A,1/0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1}$$

$$Q.3. \overrightarrow{V_{B,2/0}} = \overrightarrow{V_{B/0}} = \frac{d \overrightarrow{OB}}{dt} \Big|_0 = \frac{d}{dt} \lambda \cdot \vec{y}_1 + H \cdot \vec{z}_1 \Big|_0 = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1 \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{B,2/0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1}$$

$$Q.4. \overrightarrow{V_{P,3/0}} = \overrightarrow{V_{P/0}} = \frac{d \overrightarrow{OP}}{dt} \Big|_0 = \frac{d}{dt} \lambda \cdot \vec{y}_1 + H \cdot \vec{z}_1 + L \cdot \frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_0 = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1 + L \cdot \frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_0$$

$$\text{Avec : } \frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_0 = \frac{d}{dt} \vec{z}_3 \Big|_3 + \overrightarrow{\Omega_{3/0}} \wedge \vec{z}_3 = (\dot{\alpha} \cdot \vec{z}_2 + \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2) \wedge \vec{z}_3 = \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_2 \wedge \vec{z}_3 + \dot{\beta} \cdot \vec{y}_2 \wedge \vec{z}_3 = \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_2 + \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3$$

$$\text{D'où : } \boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_2 + \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3)}$$

Q0 : paramètres variables : α, β, λ , les autres sont constants (H et L)

$$Q2bis : \overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda} \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 - \dot{\beta} \vec{x}_3)$$

Hypothèse  $\dot{\beta} = 0$

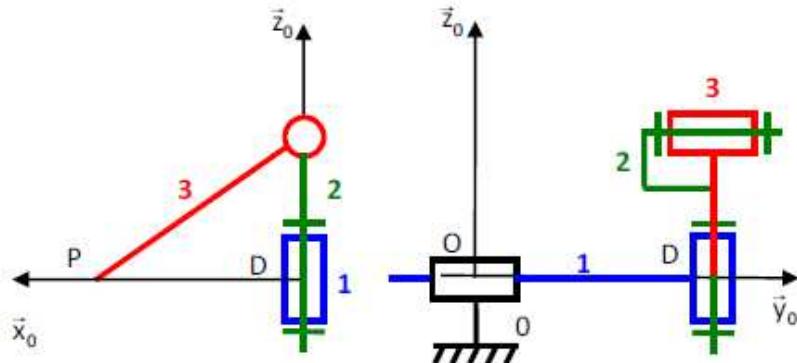
$$\overrightarrow{\Gamma_{P,\overline{0}}^3} = \left( \frac{d(\dot{\lambda} \vec{y}_1 + L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2))}{dt} \right)_0 = \left( \frac{d(\dot{\lambda} \vec{y}_1)}{dt} \right)_0 + \left( \frac{d(L(\dot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2))}{dt} \right)_0$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{P,\overline{0}}^3} = \ddot{\lambda} \vec{y}_1 + \dot{\lambda} \left( \frac{d(\vec{y}_1)}{dt} \right)_0 + L \ddot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 + L(\dot{\alpha} \sin \beta) \left( \frac{d(\vec{y}_2)}{dt} \right)_0$$

$$\left( \frac{d(\vec{y}_1)}{dt} \right)_0 = \vec{0} \quad \left( \frac{d(\vec{y}_2)}{dt} \right)_0 = \left( \frac{d(\vec{y}_2)}{dt} \right)_2 + \overrightarrow{\Omega_{2/1}} \Lambda \vec{y}_2 = \dot{\alpha} \vec{z}_2 \Lambda \vec{y}_2 = -\dot{\alpha} \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{P,\overline{0}}^3} = \ddot{\lambda} \vec{y}_1 + L \ddot{\alpha} \sin \beta \vec{y}_2 - L(\dot{\alpha}^2 \sin \beta) \vec{x}_2$$

Q.5.



Q.6. il faut projeter  $\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_1 + L \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \vec{y}_2 - \dot{\beta} \cdot \vec{x}_3)$  dans le repère  $R_0$ .

A l'aide des figures planes on obtient :

$$\vec{y}_1 = \vec{y}_0$$

$$\vec{y}_2 = -\sin \alpha \cdot \vec{x}_1 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_1 = -\sin \alpha \cdot \vec{x}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_0$$

$$\vec{x}_3 = -\sin \beta \cdot \vec{z}_2 + \cos \beta \cdot \vec{x}_2 = -\sin \beta \cdot \vec{z}_1 + \cos \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x}_1 + \sin \alpha \cdot \vec{y}_1) = -\sin \beta \cdot \vec{z}_0 + \cos \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x}_0 + \sin \alpha \cdot \vec{y}_0)$$

$$\text{D'où : } \boxed{\overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_0 + L \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot (-\sin \alpha \cdot \vec{x}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_0) + \dot{\beta} \cdot (-\sin \beta \cdot \vec{z}_0 + \cos \beta \cdot (\cos \alpha \cdot \vec{x}_0 + \sin \alpha \cdot \vec{y}_0)))}$$

$$\rightarrow \boxed{V = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha + L \cdot \dot{\beta} \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha}$$

$$\text{Q.7. } \dot{\beta} = 0 \text{ et } \beta = \beta_0 \rightarrow \overrightarrow{V_{P,3/0}} = \dot{\lambda} \cdot \vec{y}_0 + L \cdot (\dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot (-\sin \alpha \cdot \vec{x}_0 + \cos \alpha \cdot \vec{y}_0))$$

$$\rightarrow V = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \sin \alpha$$

$$\rightarrow \dot{\lambda} + L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha = 0$$

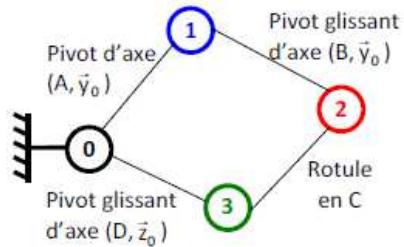
$$\text{D'où : } \dot{\alpha} = -\frac{V}{L \cdot \sin \beta_0 \cdot \sin \alpha} \text{ et } \dot{\lambda} = -L \cdot \dot{\alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha \rightarrow \dot{\lambda} = L \cdot \frac{V}{L \cdot \sin \beta_0 \cdot \sin \alpha} \cdot \sin \beta_0 \cdot \cos \alpha \rightarrow \boxed{\dot{\lambda} = \frac{V}{\tan \alpha}}$$

$$\text{Q.8. } \sin(\pi - \beta_0) = \sin \beta_0 = \frac{b}{L}$$

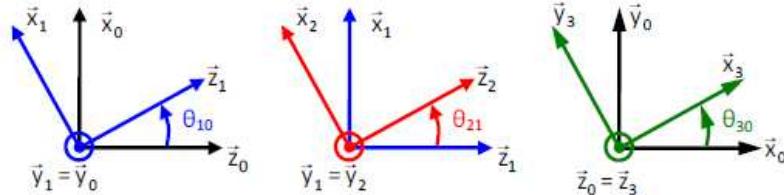
$$\text{Q.9. } \dot{\alpha} = -\frac{V}{b \cdot \sin \alpha} \text{ et } \dot{\lambda} = \frac{V}{\tan \alpha} \text{ après intégration on obtient les lois du mouvement.}$$

## Broyeur - Corrigé

**Q.1.** Graphe des liaisons du système :



**Q.2.** Figures géométrales :



**Q0.**  $m = mu + mi$

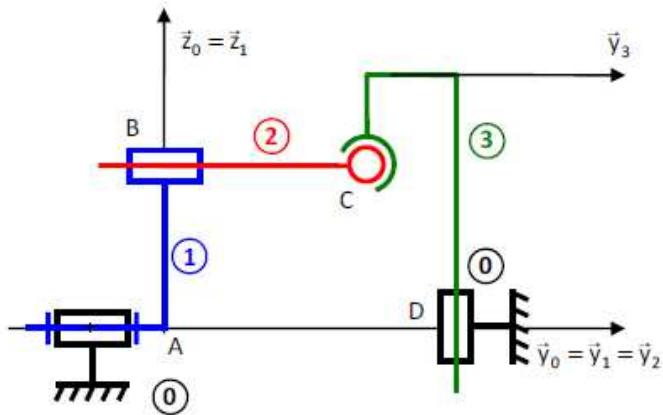
1 mobilités utiles, fonction principale du système, rotation de 1 impliquant rotation alternative et translation alternative de 3.

1 mobilités internes, rotation de 2 autour de l'axe défini par la droite (BC)

$$h = m + 6\gamma - lc = 2 + 6 - 8 = 0$$

Q2bis : paramètres variables :  $\theta_{21}, \theta_{30}, \theta_{10}, h, \lambda$ , les autres sont constants (R, d et L)

Q.3. Pour la position particulière  $\theta_{10} = 0^\circ$  et  $\theta_{30} = 0^\circ$  :



Q.4. Fermeture géométrique :  $\overrightarrow{AA} = \vec{0} \rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DA} = R\vec{z}_1 + \lambda(t)\vec{y}_1 - h(t)\vec{z}_0 + L\vec{y}_3 - d\vec{y}_1$

En projection dans  $R_0$  : 
$$\begin{cases} R \sin \theta_{10} - L \sin \theta_{30} = 0 \\ \lambda(t) + L \cos \theta_{30} - d = 0 \\ R \cos \theta_{10} - h(t) = 0 \end{cases} \rightarrow h(t) = R \cos \theta_{10}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L \cos \theta_{30} = d - \lambda(t) \\ L \sin \theta_{30} = R \sin \theta_{10} \end{cases} \rightarrow L^2 = (d - \lambda(t))^2 + R^2 \sin^2 \theta_{10} \rightarrow \lambda(t) = d - \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \theta_{10}}$$

$$\rightarrow \begin{cases} L \sin \theta_{30} = R \sin \theta_{10} \\ L \cos \theta_{30} = d - \lambda(t) \end{cases} \rightarrow \tan \theta_{30} = \frac{R \sin \theta_{10}}{d - \lambda(t)} \rightarrow \tan \theta_{30} = \frac{R \sin \theta_{10}}{d - \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \theta_{10}}}$$

Q.5. Liaison 0-1 : Pivot d'axe (A,  $\vec{y}_0$ )

$$\rightarrow \{F_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & 0 \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_{B_0}$$

Q.7. Liaison 3-2 : Rotule en C  $\rightarrow \{F_{3 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{32} & 0 \\ Y_{32} & 0 \\ Z_{32} & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$

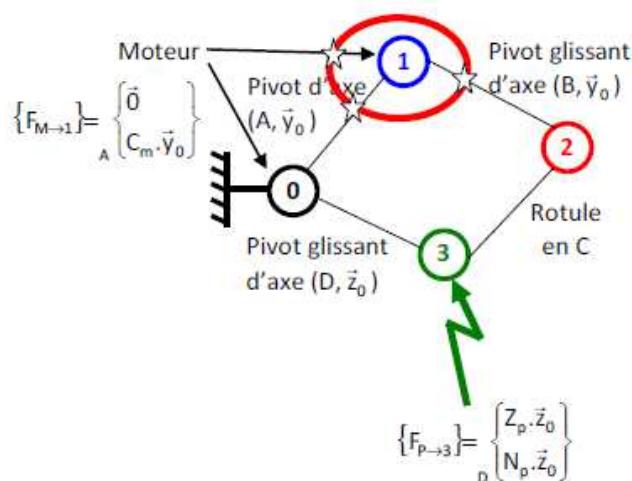
Q.6. Liaison 2-1 : Pivot glissant d'axe (B,  $\vec{y}_0$ )  $\rightarrow$

$$\{F_{2 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{21} & L_{21} \\ 0 & 0 \\ Z_{21} & N_{21} \end{Bmatrix}_{B_0}$$

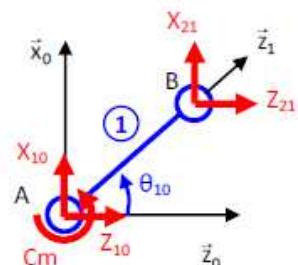
Q.8. Liaison 0-3 : Pivot glissant d'axe (D,  $\vec{z}_0$ )

$$\rightarrow \{F_{0 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} X_{03} & L_{03} \\ Y_{03} & M_{03} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$$

Q.9. On isole le solide 1 + BAME :



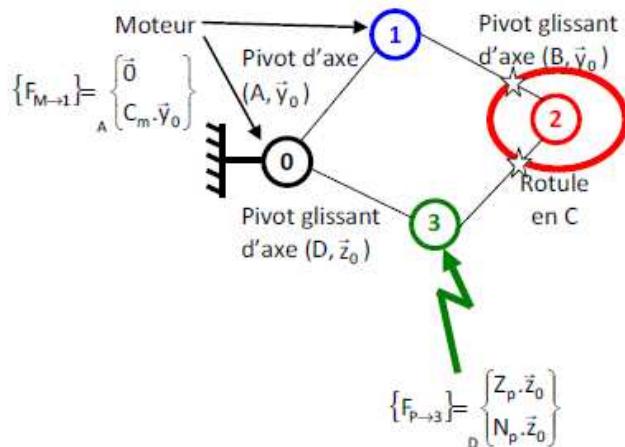
On applique le PFS sur le solide 1 :  
 $\rightarrow$  Théorème du moment statique au point A et en projection sur l'axe  $\vec{y}_0$  :



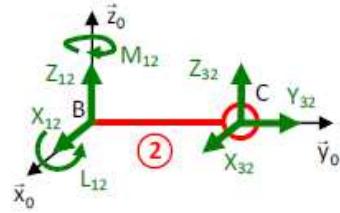
$$\begin{aligned} (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 1}}) \cdot \vec{y}_0 + C_m &= 0 \\ (R \cdot \vec{z}_1 \wedge (X_{21} \cdot \vec{x}_0 + Z_{21} \cdot \vec{z}_0)) \cdot \vec{y}_0 + C_m &= 0 \\ R \cdot X_{21} \cdot \cos \theta_{10} - R \cdot Z_{21} \cdot \sin \theta_{10} + C_m &= 0 \end{aligned}$$

**Q.10.** On isole le solide 2 + BAME :

On applique le PFS sur le solide 2 :



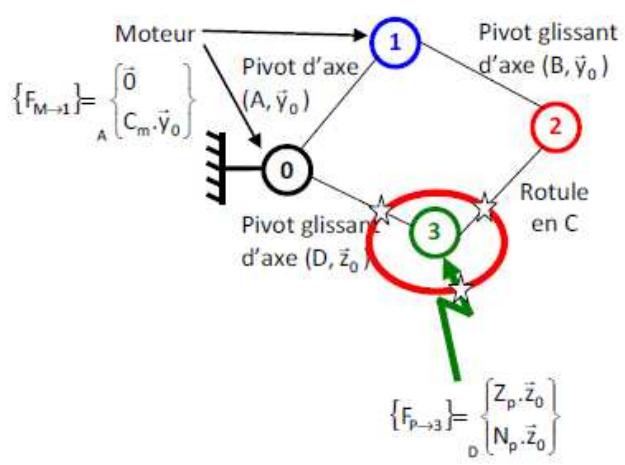
→ Théorème de la résultante statique :



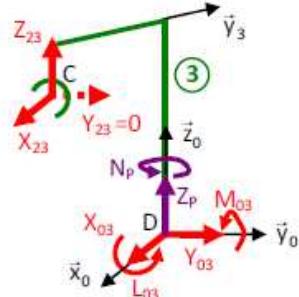
$$\text{En projection dans } R_0 : \begin{cases} X_{32} + X_{12} = 0 \\ Y_{32} = 0 \\ Z_{32} + Z_{12} = 0 \end{cases}$$

Attention le système est soumis à 2 actions mécaniques mais l'action mécanique du solide 2 sur le solide 2 n'est pas un glisseur !

**Q.11.** On isole le solide 3 + BAME :



On applique le PFS sur le solide 3 :



→ Théorème de la résultante statique :

→ Théorème du moment statique au point D :

→ Théorème de la résultante statique en projection dans  $R_0$  :  $\begin{cases} Y_{03} = 0 \\ Z_p + Z_{23} = 0 \end{cases}$

→ Théorème du moment statique au point D :

$$\overrightarrow{DC} \wedge \overrightarrow{R_{2 \rightarrow 3}} = (-L \cdot \vec{y}_3 + h(t) \cdot \vec{z}_0) \wedge (X_{23} \cdot \vec{x}_0 + Z_{23} \cdot \vec{z}_0) = -L \cdot \vec{y}_3 \wedge X_{23} \cdot \vec{x}_0 - L(t) \cdot \vec{y}_3 \wedge Z_{23} \cdot \vec{z}_0 + h(t) \cdot \vec{z}_0 \wedge X_{23} \cdot \vec{x}_0 = L \cdot X_{23} \cdot \cos \theta_{30} \cdot \vec{z}_0 - L \cdot Z_{23} \cdot \vec{x}_0 + h(t) \cdot X_{23} \cdot \vec{y}_0$$

$$L_{03} - L_{Z33} \cdot \cos \theta_{30} = 0$$

En projection dans  $R_0$  : 
$$\begin{cases} M_{03} - L Z_{23} \cdot \sin \theta_{30} + h(t) \cdot X_{23} = 0 \\ N_p + L X_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0 \end{cases}$$

$$Z_p + Z_{23} = 0 \quad L_{30} - L \cdot Z_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0 \quad N_p + L \cdot X_{23} \cdot \cos \theta_{30} = 0$$

**Q.12.** De la question 9, on a :  $R.X_{21} \cdot \cos \theta_{10} - R.Z_{21} \cdot \sin \theta_{10} + C_m = 0$ .

$$\text{De la question 10, on a : } \begin{cases} X_{32} = -X_{12} = X_{21} \\ Z_{32} = -Z_{12} = Z_{21} \end{cases}.$$

$$\text{De la question 11 on a : } -Z_p = Z_{23} \rightarrow Z_p = Z_{32} \text{ et } X_{23} = -\frac{N_p}{L \cos \theta_{30}} \rightarrow X_{32} = \frac{N_p}{L \cos \theta_{30}}$$

$$R \cdot \frac{N_p}{L \cos \theta_{30}} \cdot \cos \theta_{10} - R \cdot Z_p \cdot \sin \theta_{10} + C_m = 0 \rightarrow C_m = -R \cdot \frac{N_p}{L \cos \theta_{30}} \cdot \cos \theta_{10} + R \cdot Z_p \cdot \sin \theta_{10}$$

$$\text{Q.13. En considérant que le couple de broyage nul, on a : } C_m = R \cdot Z_p \cdot \sin \theta_{10} \rightarrow Z_{p,\text{mini}} = \frac{C_m}{R}$$

$$\text{A.N. : } Z_{p,\text{max}} = \frac{0,16}{3 \cdot 10^{-2}} = 5,33 \text{ N} > 5 \text{ N} \rightarrow \text{Le critère effort minimal du cahier des charges est respecté.}$$