

DS 2

Calculatrice autorisée

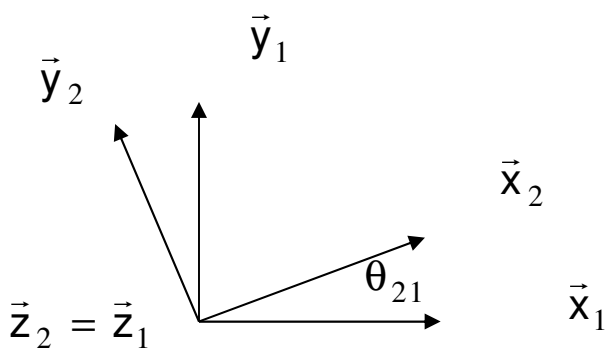
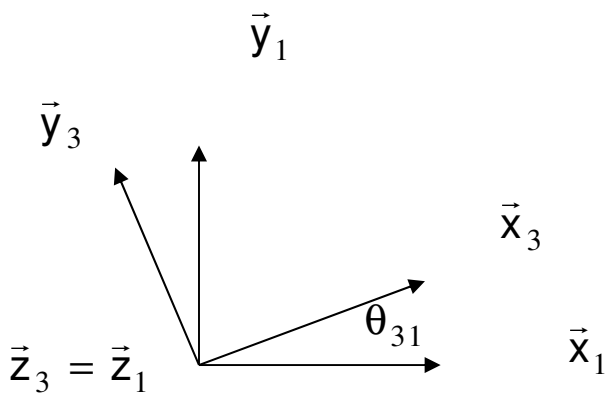
Les résultats doivent être encadrés et mis sous forme simplifiée !

Les copies seront numérotées !

Loi entrée sortie cinématique pour le mécanisme de la barrière sympact

1)

	θ_{31}	θ_{21}	H	R	λ
<i>Constant</i>			X	X	
<i>Variable</i>	X	X			X
<i>Linéaire</i>			X	X	X
<i>Angulaire</i>	X	X			

2)**3)** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

4)

$$\lambda \vec{x}_3 = R\vec{x}_2 + H\vec{y}_1$$

$$(\lambda \vec{x}_3 = R\vec{x}_2 + H\vec{y}_1) \cdot \vec{y}_3$$

$$0 = R\vec{x}_2 \cdot \vec{y}_3 + H\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_3$$

$$0 = R \cos\left(\frac{\pi}{2} + (\theta_{31} - \theta_{21})\right) + H \cos(\theta_{31})$$

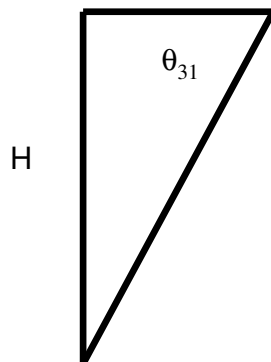
$$R \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) = H \cos(\theta_{31})$$

$$\tan \theta_{31} = \frac{H + R \sin \theta_{21}}{R \cos \theta_{21}}$$

5)

$$\tan \theta_{31} = \frac{H + R \sin \theta_{21}}{R \cos \theta_{21}}$$

$$\tan \theta_{31} = \frac{H + R \sin 0}{R \cos 0} = \frac{H}{R}$$



6)

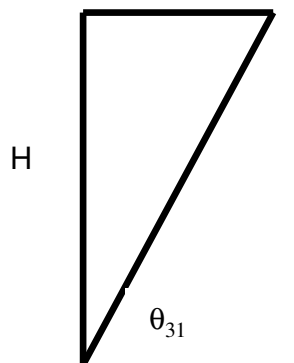
$$\lambda \vec{x}_3 = R\vec{x}_2 + H\vec{y}_1$$

$$(\lambda \vec{x}_3)^2 = (R\vec{x}_2 + H\vec{y}_1)^2$$

$$(\lambda)^2 = (R^2 + H^2 + 2R\vec{x}_2 \cdot H\vec{y}_1)$$

$$\lambda^2 = (R^2 + H^2 + 2RH \sin(\theta_{21}))$$

R

**Vérification 1 :**

$$\lambda^2 = (R^2 + H^2 + 2RH \sin(\theta_{21}))$$

$$\lambda^2 = (R^2 + H^2 + 2RH \sin(0))$$

$$\lambda^2 = (R^2 + H^2)$$

Vérification 2 :

R

$$\lambda^2 = (R^2 + H^2 + 2RH\sin(\theta_{21}))$$

$$\lambda^2 = \left(R^2 + H^2 + 2RH\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)$$

$$\lambda^2 = (R + H)^2$$

H

7)

$$R\vec{x}_2 = \lambda\vec{x}_3 - H\vec{y}_1$$

$$(R\vec{x}_2)^2 = (\lambda\vec{x}_3 - H\vec{y}_1)^2$$

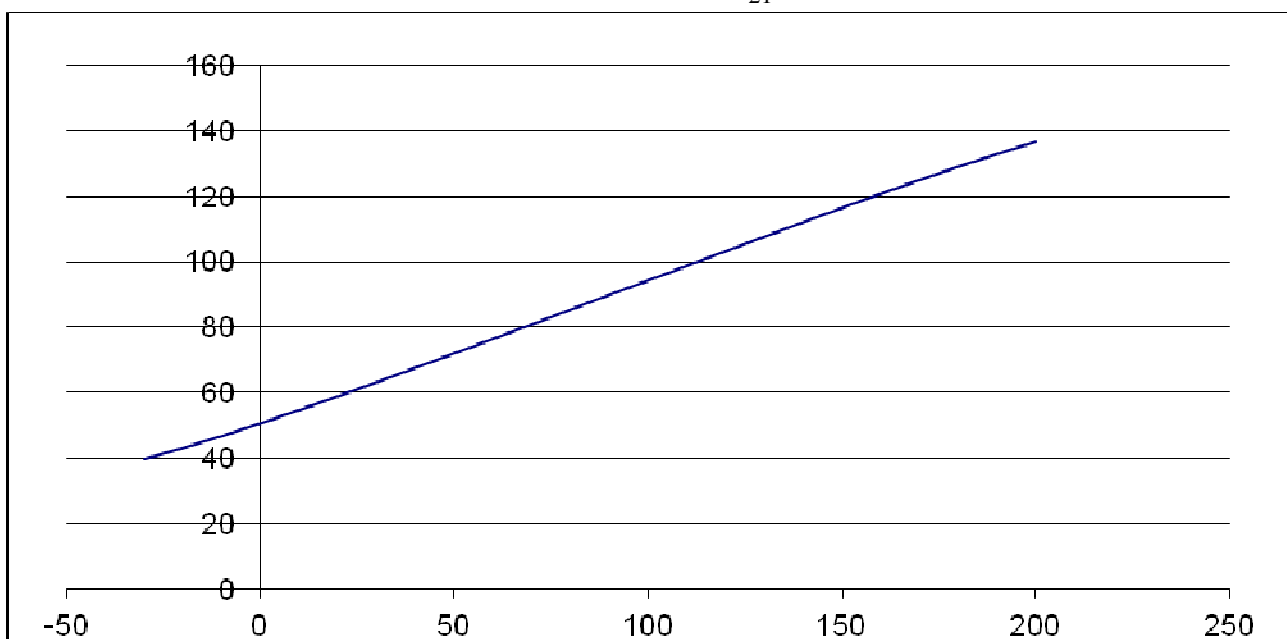
$$(R)^2 = (\lambda^2 + H^2 - 2\lambda\vec{x}_3 \cdot H\vec{y}_1)$$

$$R^2 = (\lambda^2 + H^2 - 2\lambda H\sin(\theta_{31}))$$

$$\lambda^2 = (R^2 - H^2 + 2\lambda H\sin(\theta_{31}))$$

8)

$$\tan\theta_{31} = \frac{H + R\sin\theta_{21}}{R\cos\theta_{21}}$$



9) Etape 1 :

$$\tan \theta_{31} = \frac{H + R \sin \theta_{21}}{R \cos \theta_{21}} \Leftrightarrow \frac{d \tan \theta_{31}}{d \theta_{31}} \frac{d \theta_{31}}{dt} = \frac{d \left(\frac{H + R \sin \theta_{21}}{R \cos \theta_{21}} \right)}{d \theta_{21}} \frac{d \theta_{21}}{dt}$$

$$\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} \dot{\theta}_{31} = \frac{(R \cos \theta_{21})^2 + R(H + R \sin \theta_{21}) \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2} \dot{\theta}_{21}$$

$$\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} \dot{\theta}_{31} = \frac{R^2 + R H \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2} \dot{\theta}_{21}$$

Etape 2 :

$$\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} = 1 + (\tan \theta_{31})^2$$

$$\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} = 1 + (\tan \theta_{31})^2 = \left(\frac{H + R \sin \theta_{21}}{R \cos \theta_{21}} \right)^2 + 1$$

$$\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} = 1 + (\tan \theta_{31})^2 = \frac{H^2 + (R \sin \theta_{21})^2 + (R \cos \theta_{21})^2 + 2HR \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2}$$

$$\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} = 1 + (\tan \theta_{31})^2 = \frac{H^2 + R^2 + 2HR \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2}$$

Etape 3 :

$$\frac{H^2 + R^2 + 2HR \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2} \dot{\theta}_{31} = \frac{R^2 + R H \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2} \dot{\theta}_{21}$$

$$\dot{\theta}_{31} = \dot{\theta}_{21} \frac{R(R + H \sin \theta_{21})}{R^2 + H^2 + 2.H.R \sin \theta_{21}}$$

Validation des performances d'un hélicoptère Ecureuil - Corrigé

$$\text{Q.1. } \left\{ \mathcal{U}_{1/0}^{\ell} \right\}_A = \left\{ \frac{\vec{\Omega}_{1/0}}{V_{A,1/0}} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V \cdot \vec{x}_0 = \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_A \text{ et } \left\{ \mathcal{U}_{2/1}^{\ell} \right\}_A = \left\{ \frac{\vec{\Omega}_{2/1}}{V_{A,2/1}} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 = \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

$$\text{Q.2. } \left\{ \mathcal{U}_{2/0}^{\ell} \right\}_A = \left\{ \mathcal{U}_{2/1}^{\ell} \right\}_A + \left\{ \mathcal{U}_{1/0}^{\ell} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \cdot \vec{z}_0 = \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ V \cdot \vec{x}_0 = \dot{\lambda} \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \omega \cdot \vec{z}_0 \\ V \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_A \rightarrow \left\{ \mathcal{U}_{2/0}^{\ell} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \omega \cdot \vec{z}_0 \\ V \cdot \vec{x}_0 \end{array} \right\}_A$$

$$\text{Q.3. } \vec{V}_{M \in 2/0} = \vec{V}_{A \in 2/0} + \vec{MA} \wedge \vec{\Omega}_{2/0} = V \cdot \vec{x}_0 - R \cdot \vec{x}_2 \wedge \omega \cdot \vec{z}_0 = V \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \omega \cdot \vec{y}_2 \rightarrow \vec{V}_{M \in 2/0} = V \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \omega \cdot \vec{y}_2$$

$$\text{Q.4. } \vec{V}_{M \in 2/0} = \left. \frac{d}{dt} \vec{OM} \right|_0 = \left. \frac{d}{dt} h \cdot \vec{z}_0 + \lambda(t) \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \vec{x}_2 \right|_0 = V \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \omega \cdot \vec{y}_2 \rightarrow \vec{V}_{M \in 2/0} = V \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \omega \cdot \vec{y}_2$$

$$\text{Q.5. } \left\| \vec{V}_{M \in 2/0} \right\| = \sqrt{\vec{V}_{M \in 2/0} \cdot \vec{V}_{M \in 2/0}} = \sqrt{V^2 + R^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot V \cdot R \cdot \omega \cdot \vec{x}_0 \cdot \vec{y}_2} \text{ avec } \vec{x}_0 \cdot \vec{y}_2 = -\sin \theta$$

$$V_{\max i} = \sqrt{V^2 + R^2 \cdot \omega^2 + 2 \cdot V \cdot R \cdot \omega} \text{ est obtenue pour } -\sin \theta = 1 \text{ soit lorsque } \vec{x}_2 = -\vec{y}_0$$

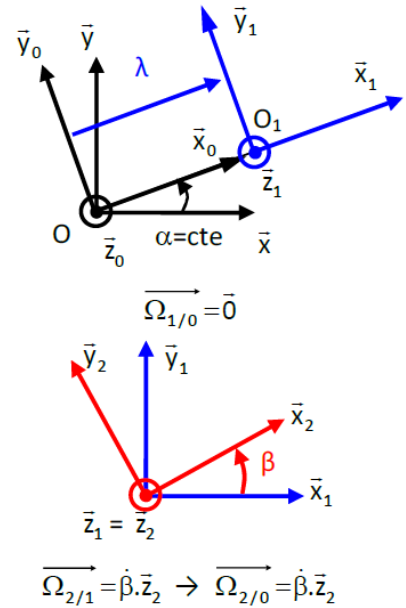
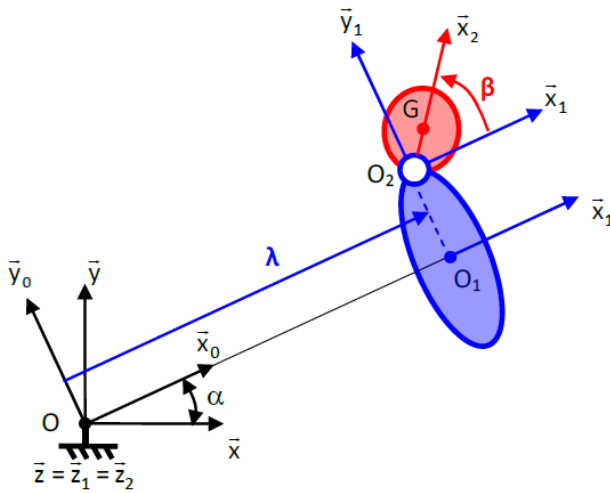
$$\text{Q.6. Application numérique : } V_{\max i} = \sqrt{\left(\frac{290000}{3600} \right)^2 + 5,1^2 \times 38,7^2 + 2 \cdot \frac{290000}{3600} \times 5,1 \times 38,7}$$

$$V_{\max i} = \sqrt{\left(\frac{290000}{3600} \right)^2 + 5,1^2 \times 38,7^2 + 2 \cdot \frac{290000}{3600} \times 5,1 \times 38,7} = 278 \text{ m/s soit } V_{\max i} = 1000 \text{ km/h}$$

$$\text{Q.7. Vitesse du son : } 340 \text{ m/s} \rightarrow 85\% \text{ de } 340 \text{ m/s} = 289 \text{ m/s} > 278 \text{ m/s} \rightarrow \text{C.d.C.F. respecté.}$$

Système de lancement du Space Mountain® - Corrigé

Q.1.



$$\text{Q.2. } \overrightarrow{V_{O_2,2/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OO_2} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (\lambda \cdot \bar{x}_1 + a_1 \cdot \bar{x}_1 + b_1 \cdot \bar{y}_1) \Big|_0 = \dot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 \rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{O_2,2/0}} = \dot{\lambda} \cdot \bar{x}_1}$$

$$\text{Q.3. } \overrightarrow{V_{G,2/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{OG} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (\lambda \cdot \bar{x}_1 + a_1 \cdot \bar{x}_1 + b_1 \cdot \bar{y}_1 + a_2 \cdot \bar{x}_2) \Big|_0 = \dot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \frac{d}{dt} \bar{x}_2 \Big|_0 = \dot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \bar{y}_2$$

$$\rightarrow \boxed{\overrightarrow{V_{G,2/0}} = \dot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \bar{y}_2}$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{G,2/0}} = \frac{d}{dt} \overrightarrow{V_{G,2/0}} \Big|_0 = \frac{d}{dt} (\dot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \bar{y}_2) \Big|_0 = \ddot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \ddot{\beta} \cdot \bar{y}_2 + a_2 \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{d}{dt} \bar{y}_2 \Big|_0 = \ddot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \ddot{\beta} \cdot \bar{y}_2 - a_2 \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \bar{x}_2$$

$$\rightarrow \boxed{\overrightarrow{\Gamma_{G,2/0}} = \ddot{\lambda} \cdot \bar{x}_1 + a_2 \cdot \ddot{\beta} \cdot \bar{y}_2 - a_2 \cdot \dot{\beta}^2 \cdot \bar{x}_2}$$

Rappels :

$$\frac{d}{dt} \bar{x}_2 \Big|_0 = \frac{d}{dt} \bar{x}_2 \Big|_2 + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \bar{x}_2 = \dot{\beta} \cdot \bar{z}_2 \wedge \bar{x}_2 = \dot{\beta} \cdot \bar{y}_2$$

$$\frac{d}{dt} \bar{y}_2 \Big|_0 = \frac{d}{dt} \bar{y}_2 \Big|_2 + \overrightarrow{\Omega_{2/0}} \wedge \bar{y}_2 = \dot{\beta} \cdot \bar{z}_2 \wedge \bar{y}_2 = -\dot{\beta} \cdot \bar{x}_2$$

(ici, il est cependant préférable de trouver ce résultat par les figures géométrales)

$$\text{Q.4. Accélération maximale} = 9 \text{ m/s}^2 \text{ d'après le C.d.C.F.} \rightarrow a_2 \cdot \ddot{\beta} = 9 \rightarrow \ddot{\beta} = \frac{9}{a_2} = \frac{9}{0,17} = 53 \text{ rad.s}^{-2}$$

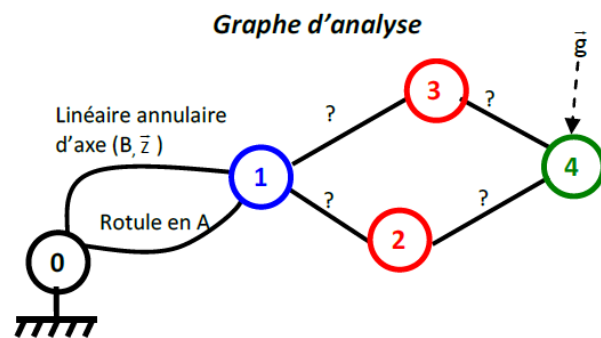
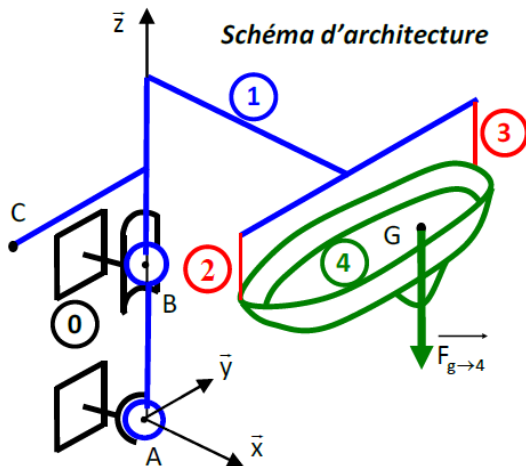
$$\ddot{\beta} = 53 \text{ rad.s}^{-2} < 80 \text{ rad.s}^{-2} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok}$$

Console portante de bateau - Corrigé

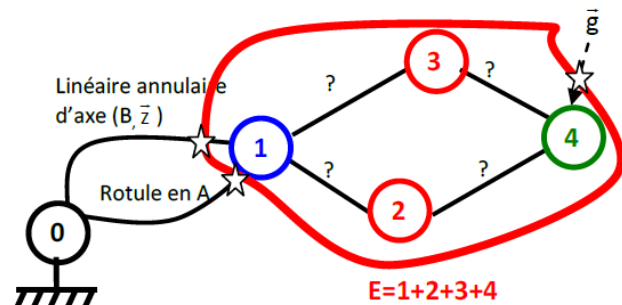
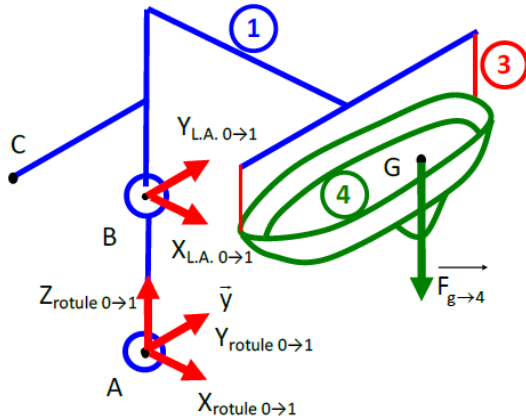
Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\{F_{rotule 0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{rotule 0 \rightarrow 1} \\ Y_{rotule 0 \rightarrow 1} \\ Z_{rotule 0 \rightarrow 1} \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\bar{z}$) : $\{F_{L.A. 0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{L.A. 0 \rightarrow 1} \\ Y_{L.A. 0 \rightarrow 1} \\ 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Q.3.



Objectif d'étude: on cherche toutes les inconnues de liaison entre la console 1 et le quai 0 en A et B
On isole l'ensemble $E=1+2+3+4$ et on effectue le B.A.M.E :



B.A.M.E. :

- $0 \rightarrow 1$: Liaison rotule en A.
- $0 \rightarrow 1$: Liaison linéaire annulaire d'axe (B, $\bar{z}$).
- Pesanteur $\rightarrow 4$: $\vec{F}_{g \rightarrow 4} = -m.g.\bar{z}$ en G : $\{F_{g \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m.g \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$

On applique le PFS sur l'ensemble E au point A : $\sum \{F_{\bar{E} \rightarrow E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{rotule 0 \rightarrow 1}\} + \{F_{L.A. 0 \rightarrow 1}\} + \{F_{g \rightarrow 4}\} = \{0\}$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1}) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1}) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{g \rightarrow 4} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{g \rightarrow 4}) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{L.A.0 \rightarrow 1}\}$:

$$\vec{M}_A(\vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1}) = \vec{M}_B(\vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1}) + \vec{AB} \wedge \vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1} \rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1}) = \vec{AB} \wedge \vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1}$$

$$\rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{L.A.0 \rightarrow 1}) = z_B \cdot \vec{z} \wedge (x_{L.A.0 \rightarrow 1} \cdot \vec{x} + y_{L.A.0 \rightarrow 1} \cdot \vec{y}) = z_B \cdot x_{L.A.0 \rightarrow 1} \cdot \vec{y} - z_B \cdot y_{L.A.0 \rightarrow 1} \cdot \vec{x}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{g \rightarrow 4}\}$:

$$\vec{M}_A(\vec{R}_{g \rightarrow 4}) = \vec{M}_G(\vec{R}_{g \rightarrow 4}) + \vec{AG} \wedge \vec{R}_{g \rightarrow 4} \rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{g \rightarrow 4}) = \vec{AG} \wedge \vec{R}_{g \rightarrow 4}$$

$$\rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{g \rightarrow 4}) = (x_G \cdot \vec{x} + y_G \cdot \vec{y} + z_G \cdot \vec{z}) \wedge (-m \cdot g \cdot \vec{z}) = x_G \cdot m \cdot g \cdot \vec{y} - y_G \cdot m \cdot g \cdot \vec{x}$$

Ecriture des 6 équations scalaires issues du PFS :

$$X_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} + X_{L.A.0 \rightarrow 1} = 0 \quad (1)$$

$$-z_B \cdot y_{L.A.0 \rightarrow 1} - y_G \cdot m \cdot g = 0 \quad (4)$$

$$Y_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} + Y_{L.A.0 \rightarrow 1} = 0 \quad (2)$$

$$z_B \cdot x_{L.A.0 \rightarrow 1} + x_G \cdot m \cdot g = 0 \quad (5)$$

$$Z_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} - m \cdot g = 0 \quad (3)$$

$$0 = 0 \quad (6)$$

Le nombre d'inconnues $Is = 5 \leq 6 \rightarrow$ on peut résoudre.

$$(3) \rightarrow \boxed{Z_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} = m \cdot g} \quad (7)$$

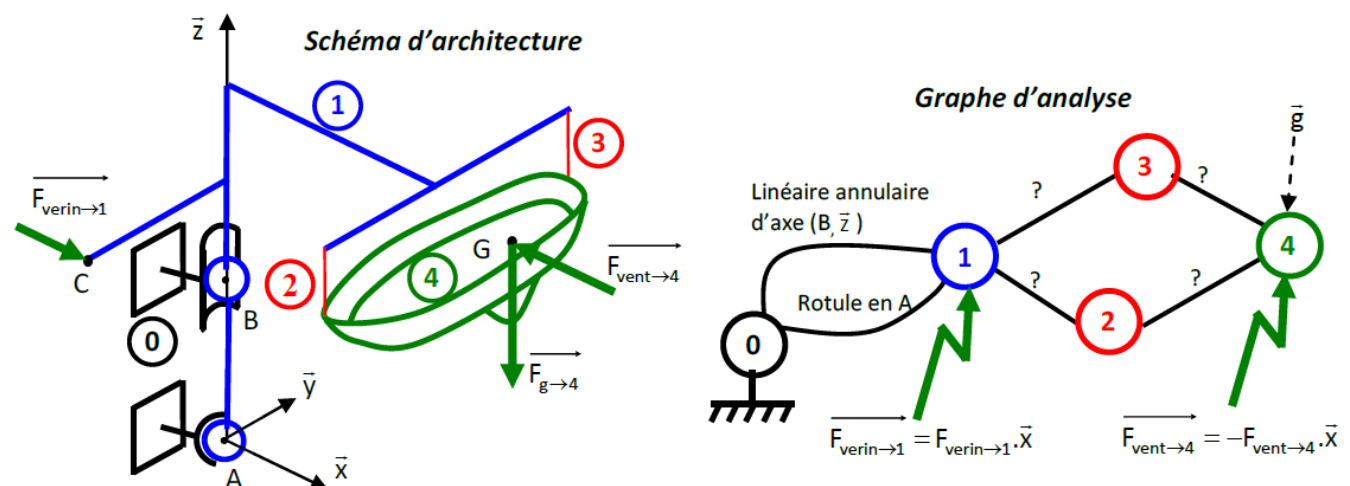
$$(1)+(9) \rightarrow \boxed{X_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} = \frac{x_G}{z_B} \cdot m \cdot g} \quad (10)$$

$$(4) \rightarrow \boxed{Y_{L.A.0 \rightarrow 1} = -\frac{y_G}{z_B} \cdot m \cdot g} \quad (8)$$

$$(2)+(8) \rightarrow \boxed{Y_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} = \frac{y_G}{z_B} \cdot m \cdot g} \quad (11)$$

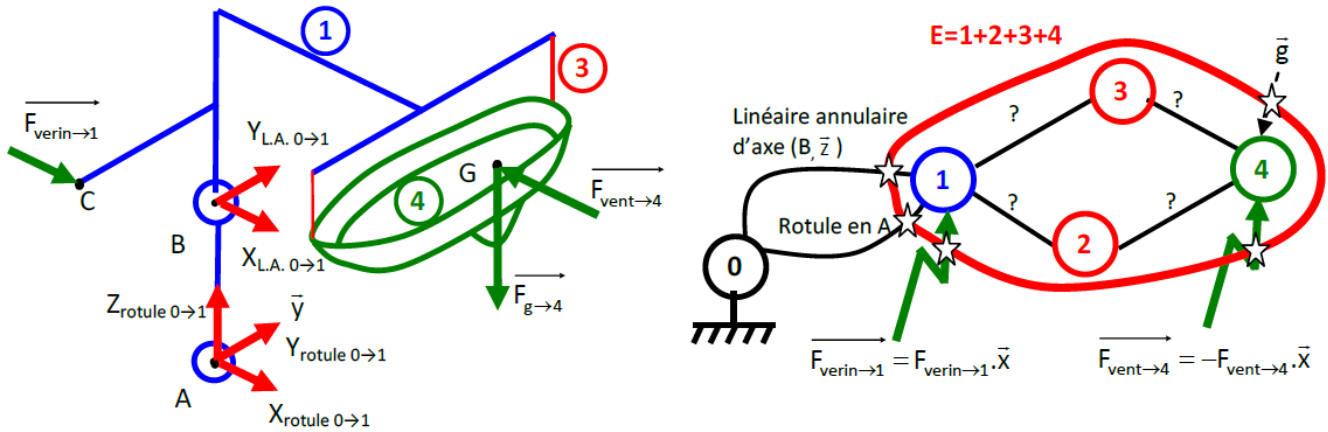
$$(5) \rightarrow \boxed{X_{L.A.0 \rightarrow 1} = -\frac{x_G}{z_B} \cdot m \cdot g} \quad (9)$$

Q.4.



Objectif d'étude: on cherche l'expression de l'inconnue $F_{\text{vérin} \rightarrow 1}$

Etape 4 : On isole l'ensemble $E=1+2+3+4$ et on effectue le B.A.M.E :

**B.A.M.E. :**

- $0 \rightarrow 1$: Liaison rotule en A.
- $0 \rightarrow 1$: Liaison linéaire annulaire d'axe $(B, \vec{z})$.
- Pesanteur $\rightarrow 4$: $\vec{F}_{g \rightarrow 4} = -m \cdot g \cdot \vec{z}$ en G.
- Vent $\rightarrow 4$: $\vec{F}_{vent \rightarrow 4} = -F_{vent \rightarrow 4} \cdot \vec{x}$ en G.
- Vérin $\rightarrow 1$: $\vec{F}_{verin \rightarrow 1} = F_{verin \rightarrow 1} \cdot \vec{x}$ en C.

L'inconnue recherchée est $F_{verin \rightarrow 1}$, les actions mécaniques connues sont $\vec{F}_{vent \rightarrow 4}$ et $\vec{F}_{g \rightarrow 4} \rightarrow$ L'écriture du théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$ permet d'obtenir une équation scalaire qui relie directement $F_{verin \rightarrow 1}$ aux données connues du problème.

Théorème du moment statique au point B projeté sur l'axe $\vec{z}$:

$$(\vec{M}_B(\vec{F}_{rotule 0 \rightarrow 1}) + \vec{M}_B(\vec{F}_{L.A. 0 \rightarrow 1}) + \vec{M}_B(\vec{F}_{g \rightarrow 4}) + \vec{M}_B(\vec{F}_{vent \rightarrow 4}) + \vec{M}_B(\vec{F}_{verin \rightarrow 1})).\vec{z} = 0$$

$$\vec{M}_B(\vec{F}_{vent \rightarrow 4}).\vec{z} + \vec{M}_B(\vec{F}_{verin \rightarrow 1}).\vec{z} = 0$$

$$Y_G \cdot F_{vent \rightarrow 4} + Y_C \cdot F_{verin \rightarrow 1} = 0$$

$$\boxed{F_{verin \rightarrow 1} = -\frac{Y_G}{Y_C} \cdot F_{vent \rightarrow 4}} \rightarrow \boxed{\vec{F}_{verin \rightarrow 1} = -\frac{Y_G}{Y_C} \cdot F_{vent \rightarrow 4} \cdot \vec{x}}$$

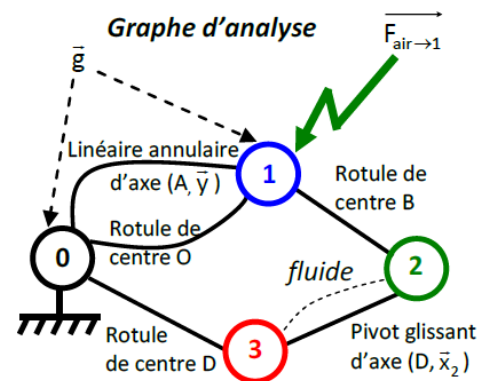
$$\text{A.N. : } F_{1 \rightarrow verin} = \frac{2}{4} \cdot 15000 = 7500 \text{ N} < 10000 \text{ N} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$$

Bouche de Climatisation - Corrigé

Q.1. (0)/(1) : Liaison rotule en A : $\{F_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} & 0 \\ Y_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} & 0 \\ Z_{\text{rotule } 0 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$

Q.2. (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (O, $\bar{y}$):

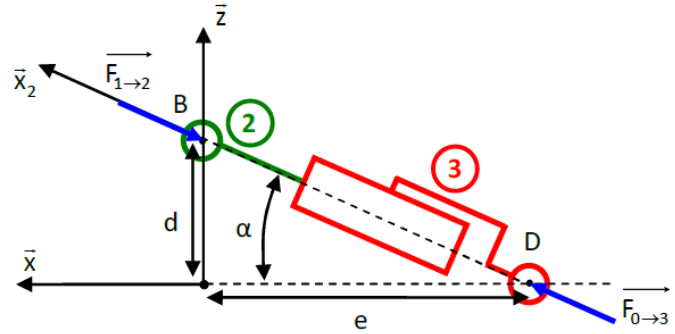
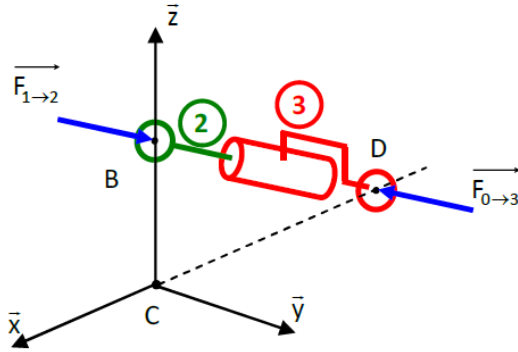
$$\{F_{\text{L.A. } 0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{\text{L.A. } 0 \rightarrow 1} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{\text{L.A. } 0 \rightarrow 1} & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$



Q.3. On isole l'ensemble 2+3 et on effectue le B.A.M.E. :

- Action de 1 sur 2 rotule de centre B : $\{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -p.S.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ (donné)
- Action de 0 sur 3 rotule de centre D : $\{\vec{F}_{0 \rightarrow 3}\}_D = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 3} & 0 \\ Y_{0 \rightarrow 3} & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

L'ensemble est soumis à 2 forces : ces forces ont même norme et sont directement opposées.

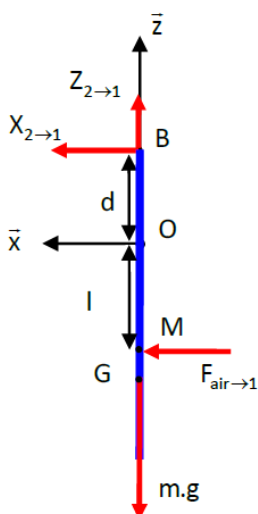


D'où : $\{\vec{F}_{1 \rightarrow 2}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -p.S.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_{1 \rightarrow 2} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{1 \rightarrow 2} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ où $X_{1 \rightarrow 2} = -p.S.\cos\alpha$ et $Z_{1 \rightarrow 2} = -p.S.\sin\alpha$

et $\{\vec{F}_{0 \rightarrow 3}\}_D = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{0 \rightarrow 3} = p.S.\vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 3} & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{0 \rightarrow 3} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$ où $X_{0 \rightarrow 3} = p.S.\cos\alpha$ et $Z_{0 \rightarrow 3} = p.S.\sin\alpha$

Q.4. On isole le solide 1 et on effectue le B.A.M.E. :

- Action de 2 sur 1 rotule de centre B : $\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = p.S.\vec{x}_2$
- (0)/(1) : Liaison rotule en A.
- (0)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe $(O, \vec{y})$.
- Action de l'air sur 1 en M : $\vec{F}_{air \rightarrow 1} = F_{air \rightarrow 1}.\vec{x}$



On applique le P.F.S. sur 1 au point O et on utilise le théorème du moment statique projeté sur l'axe $\vec{y}$

$$(\vec{M}_O(\vec{F}_{air \rightarrow 1}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{rotule 0 \rightarrow 1}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{LA 0 \rightarrow 1}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{g \rightarrow 1}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{2 \rightarrow 1})).\vec{y} = 0$$

$$(\vec{M}_O(\vec{F}_{air \rightarrow 1}) + \vec{M}_O(\vec{F}_{2 \rightarrow 1})).\vec{y} = 0 \rightarrow (\vec{OM} \wedge \vec{F}_{air \rightarrow 1} + \vec{OB} \wedge \vec{F}_{2 \rightarrow 1}).\vec{y} = 0$$

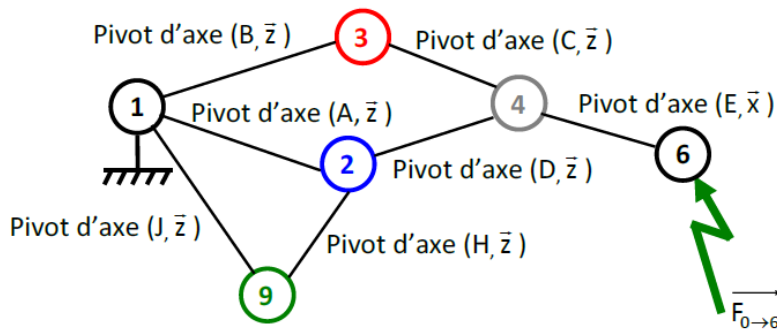
$$\rightarrow -l.F_{air \rightarrow 1} + d.p.S.\cos\alpha = 0 \rightarrow p.S = \frac{l}{d.\cos\alpha}.F_{air \rightarrow 1}$$

Q.5. $p.S = \frac{l}{d.\cos\alpha}.F_{air \rightarrow 1} \rightarrow p = \frac{l.F_{air \rightarrow 1}}{S.d.\cos\alpha}$

A.N. : $p = \frac{40 \times 150}{20 \cdot 10^{-4} \times 20 \times \cos(\arctan \frac{20}{30})} = 180300 \text{ Pa} = 0,18 \text{ MPa} = 1,8 \text{ Bars} \ll 10 \text{ Bars} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$

Suspension automobile - Corrigé

Grappe d'analyse



Hypothèse :

Problème de plan $P(O\bar{x}\bar{y})$.

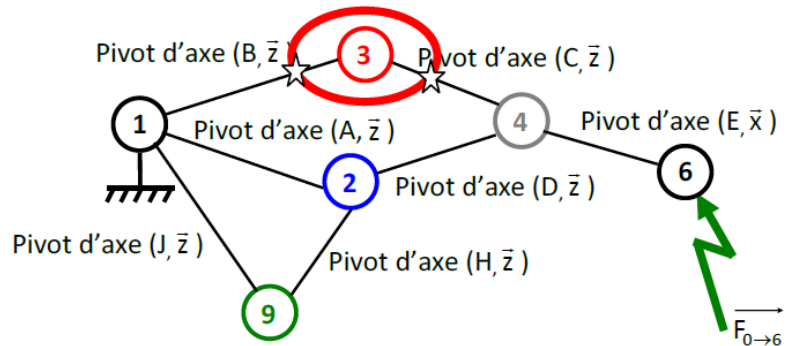
Le torseur d'action mécanique se simplifie systématiquement comme ci-dessous :

$$O \left\{ \begin{array}{l} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_{ij} \end{array} \right\}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_{ij} \\ M_{ij} \\ N_{ij} \end{array} \right\}$$

Q.1. On isole le solide 3 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

$$\rightarrow X_{13} + X_{43} = 0 \text{ et } Y_{13} = Y_{43} = 0.$$

Grappe d'analyse

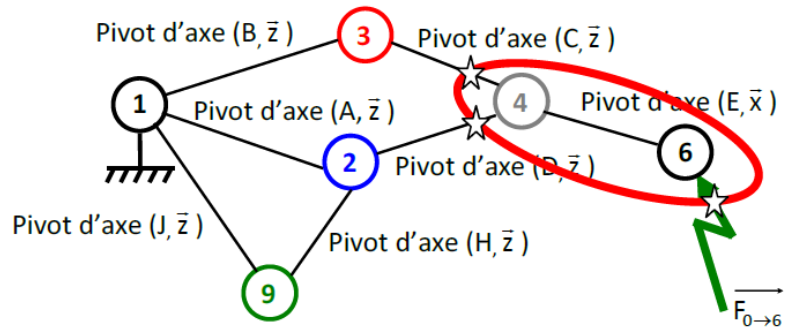


Q.2. On isole l'ensemble $E=\{4+6\}$ et on effectue le BAME :

- 2 $\rightarrow$ 4 : Liaison pivot d'axe $(D, \bar{z})$:

$$\{F_{2 \rightarrow 4}\}_D = \begin{Bmatrix} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$$

Grappe d'analyse



- 3 $\rightarrow$ 4 : Liaison pivot d'axe $(C, \bar{z})$: $\{F_{3 \rightarrow 4}\}_C = \begin{Bmatrix} X_{34} & 0 \\ Y_{34} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$ et $Y_{34} = 0$ (Q.1.)

- 0 $\rightarrow$ 6 : Action mécanique du sol sur la roue en L : $\{F_{0 \rightarrow 6}\}_L = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_{06} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$

On applique le PFS sur $E=\{4+6\}$ en D : $\sum \{F_{\bar{E} \rightarrow E}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{3 \rightarrow 4}\} + \{F_{2 \rightarrow 4}\} + \{F_{0 \rightarrow 6}\} = \{0\}$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{3 \rightarrow 4} \\ \vec{M}_D(\vec{R}_{3 \rightarrow 4}) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{2 \rightarrow 4} \\ \vec{M}_D(\vec{R}_{2 \rightarrow 4}) \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{0 \rightarrow 6} \\ \vec{M}_D(\vec{R}_{0 \rightarrow 6}) \end{array} \right\} = \{0\}$$

Calcul du moment en D de $\{F_{3 \rightarrow 4}\}$: $\vec{M}_D(\vec{R}_{3 \rightarrow 4}) = \vec{M}_C(\vec{R}_{3 \rightarrow 4}) + \vec{DC} \wedge \vec{R}_{3 \rightarrow 4} \rightarrow \vec{M}_D(\vec{R}_{3 \rightarrow 4}) = \vec{DC} \wedge \vec{R}_{3 \rightarrow 4}$

$$\rightarrow \vec{M}_D(\vec{R}_{3 \rightarrow 4}) = (c.\vec{x} - a.\vec{y}) \wedge X_{34}.\vec{x} = a.X_{34}.\vec{z}$$

Calcul du moment en D de $\{F_{0 \rightarrow 6}\}$: $\vec{M}_D(\vec{R}_{0 \rightarrow 6}) = \vec{M}_L(\vec{R}_{0 \rightarrow 6}) + \vec{DL} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 6} \rightarrow \vec{M}_D(\vec{R}_{0 \rightarrow 6}) = \vec{DL} \wedge \vec{R}_{0 \rightarrow 6}$

$$\rightarrow \vec{M}_D(\vec{R}_{0 \rightarrow 6}) = ((c+e).\vec{x} - (a+\mu).\vec{y}) \wedge F_{06}.\vec{y} = (c+e).F_{06}.\vec{z}$$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$$X_{34} + X_{24} = 0 \quad (1)$$

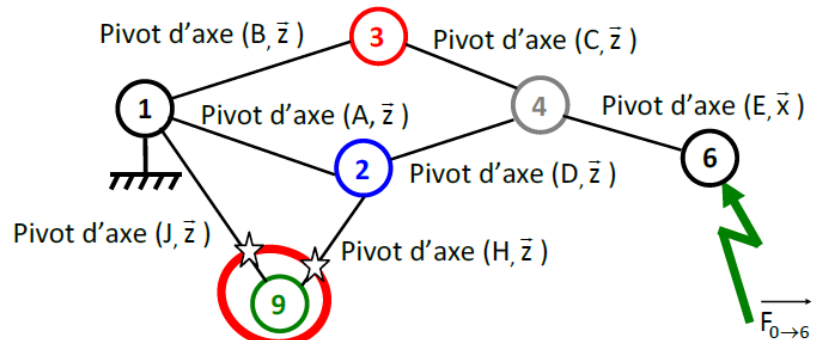
$$Y_{24} + F_{06} = 0 \quad (2)$$

$$a.X_{34} + (c+e).F_{06} = 0 \quad (3)$$

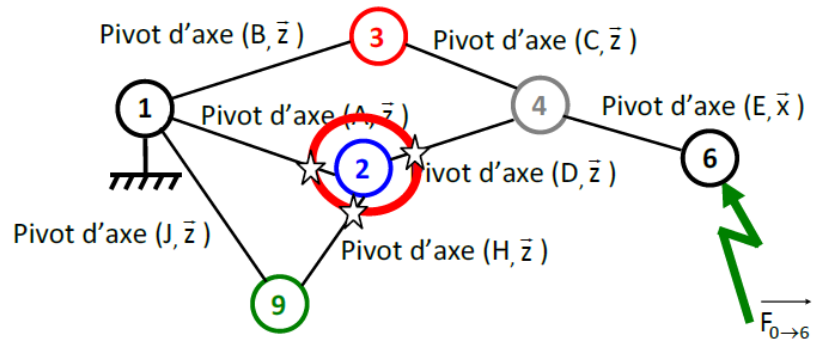
Q.3. On isole le solide 9 et on effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) : Solide soumis à 2 forces alors ces 2 forces ont même norme et sont directement opposées.

$$\rightarrow Y_{19} + Y_{29} = 0 \text{ et } X_{19} + X_{29} = 0.$$

Grappe d'analyse



Grappe d'analyse



Q.4. On isole le solide 2 et on effectue le BAME :

- 9 $\rightarrow$ 2 : Action du ressort sur

$$2 \text{ en H: } \{F_{9 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{92} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

- 1 $\rightarrow$ 2 : Liaison pivot d'axe (A, $\vec{z}$) : $\{F_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

- 4 $\rightarrow$ 2 : Liaison pivot d'axe (D, $\vec{z}$) : $\{F_{4 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{42} & 0 \\ Y_{42} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

On applique le PFS sur 2 en A : $\sum \{F_{E \rightarrow 2}\} = \{0\} \rightarrow \{F_{9 \rightarrow 2}\} + \{F_{1 \rightarrow 2}\} + \{F_{4 \rightarrow 2}\} = \{0\}$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{9 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{9 \rightarrow 2}) \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{1 \rightarrow 2}) \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{4 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_A(\vec{R}_{4 \rightarrow 2}) \end{array} \right\}_A = \{0\}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{9 \rightarrow 2}\}$: $\vec{M}_A(\vec{R}_{9 \rightarrow 2}) = \vec{M}_H(\vec{R}_{9 \rightarrow 2}) + \vec{AH} \wedge \vec{R}_{9 \rightarrow 2} \rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{9 \rightarrow 2}) = \vec{AH} \wedge \vec{R}_{9 \rightarrow 2}$

$$\rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{9 \rightarrow 2}) = (L.\vec{x} + h.\vec{y}) \wedge Y_{92}.\vec{y} = L.Y_{92}.\vec{z}$$

Calcul du moment en A de $\{F_{4 \rightarrow 2}\}$: $\vec{M}_A(\vec{R}_{4 \rightarrow 2}) = \vec{M}_D(\vec{R}_{4 \rightarrow 2}) + \vec{AD} \wedge \vec{R}_{4 \rightarrow 2} \rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{4 \rightarrow 2}) = \vec{AD} \wedge \vec{R}_{4 \rightarrow 2}$

$$\rightarrow \vec{M}_A(\vec{R}_{4 \rightarrow 2}) = d.\vec{x} \wedge (X_{42}.\vec{x} + Y_{42}.\vec{y}) = d.Y_{42}.\vec{z}$$

Ecriture des 3 équations scalaires issues du PFS (problème plan) :

$$X_{12} + X_{42} = 0 \quad (4)$$

$$Y_{92} + Y_{12} + Y_{42} = 0 \quad (5)$$

$$L.Y_{92} + d.Y_{42} = 0 \quad (6)$$

$$\text{Q.5. } X_{34} + X_{24} = 0 \quad (1)$$

$$Y_{24} + F_{06} = 0 \quad (2)$$

$$a.X_{34} + (c + e).F_{06} = 0 \quad (3)$$

$$X_{12} + X_{42} = 0 \quad (4)$$

$$Y_{92} + Y_{12} + Y_{42} = 0 \quad (5)$$

$$L.Y_{92} + d.Y_{42} = 0 \quad (6)$$

On a 6 équations pour 6 inconnues → on peut résoudre le système.

$$(2) \rightarrow Y_{24} = -F_{06} \quad (7)$$

$$(3) \rightarrow X_{34} = -\frac{(c+e)}{a}.F_{06} \quad (8)$$

$$(1) + (8) \rightarrow X_{24} = -X_{34} = \frac{(c+e)}{a}.F_{06} \quad (9)$$

$$(4) + (9) \rightarrow X_{12} = -X_{42} = X_{24} = \frac{(c+e)}{a}.F_{06} \quad (10)$$

$$(6) + (7) \rightarrow Y_{92} = -\frac{d}{L}.Y_{42} = \frac{d}{L}.Y_{24} = -\frac{d}{L}.F_{06} \quad (11)$$

$$(5) + (11) \rightarrow Y_{12} = -Y_{92} - Y_{42} = -Y_{92} + Y_{24} = \frac{d}{L}.F_{06} - F_{06} \quad (12)$$

$$\text{Q.6. } Y_{92} = -\frac{d}{L}.F_{06} = -\frac{25}{15} \cdot \frac{2200}{4} \times 9,81 = -8992,5 \text{ N}$$

$$Y_{92} = k.y \rightarrow y = \frac{Y_{92}}{k} = -\frac{8992,5}{100000} = -0,0899 \text{ m soit } 9 \text{ cm} < 12 \text{ cm} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$$