

DS 2

Calculatrice autorisée

Les résultats doivent être encadrés et mis sous forme simplifiée !

Les copies seront numérotées !

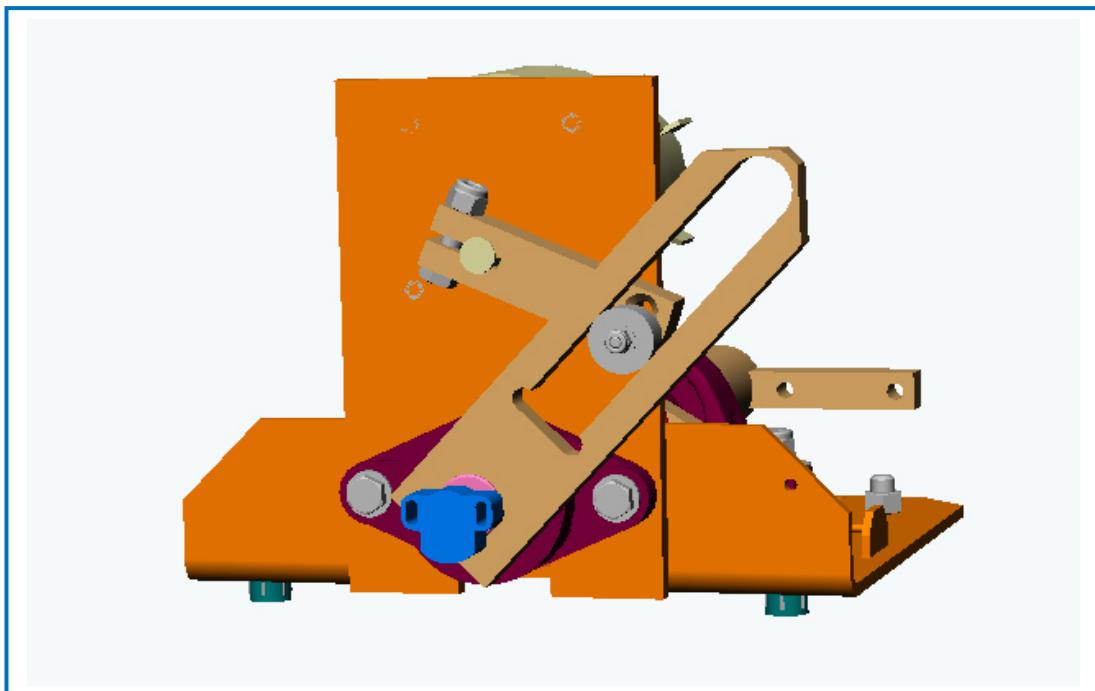
Loi entrée sortie cinématique pour le mécanisme de la barrière Sympact

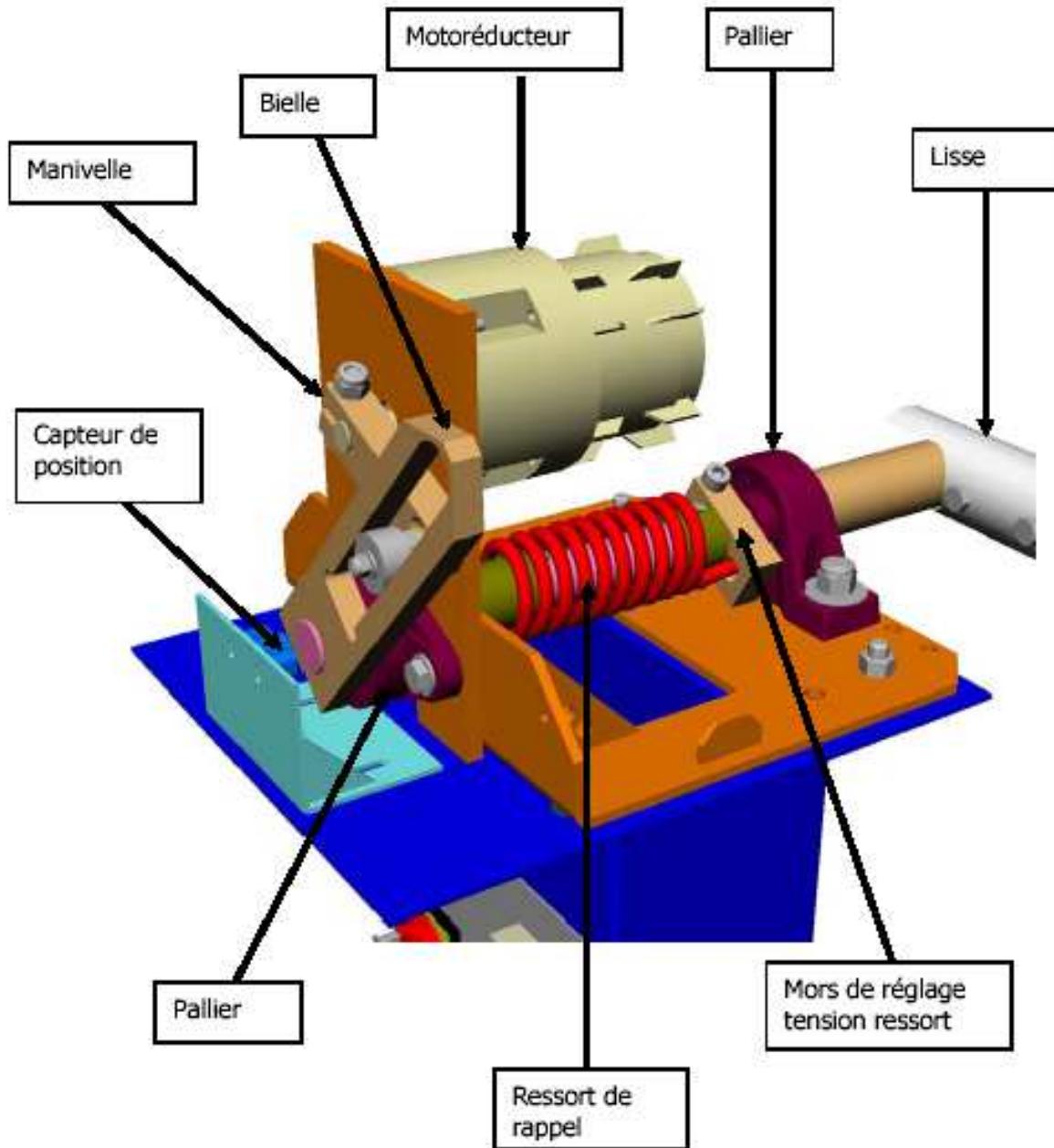
La barrière Sympact est un dispositif de contrôle d'accès. Elle possède différentes configurations qui lui permettent d'être installée dans les parkings payants, parcs privés, campings ou en utilisation autoroutière (péages et télépéages).

La montée et la descente de la barrière est pilotée par un moteur asynchrone triphasé via un réducteur de vitesse et via un système de transformation de mouvement de type bielle manivelle. Un capteur de position permet de connaître à tout instant la position de la barrière, et d'asservir son angle de rotation à un angle consigne. Un variateur de vitesse fournit la loi de commande du moteur, issue de la boucle d'asservissement, pour permettre le pilotage de la position. Un ressort de rappel permet d'aider le moteur lors de la levée de la lisse (pour contrer la gravité).



Le système de transformation de mouvement est constitué d'une **manivelle (2)** pivotant autour de l'axe du moteur sur une plage de 270°. L'extrémité de la manivelle est pourvue d'un **galet (4)** qui vient rouler dans la rainure d'une **bielle (3)** fixée à une extrémité d'un axe dont l'autre extrémité supporte la barrière. La limitation de la plage angulaire de rotation de la manivelle est assurée par une butée caoutchouc située dans la partie basse de la rainure de la bielle qui joue également un rôle d'amortisseur. Ce débattement limité permet d'avoir une symétrie parfaite des positions de la bielle pour les positions de lisse basse et haute car la butée mécanique sert pour les deux sens de rotation du moteur.





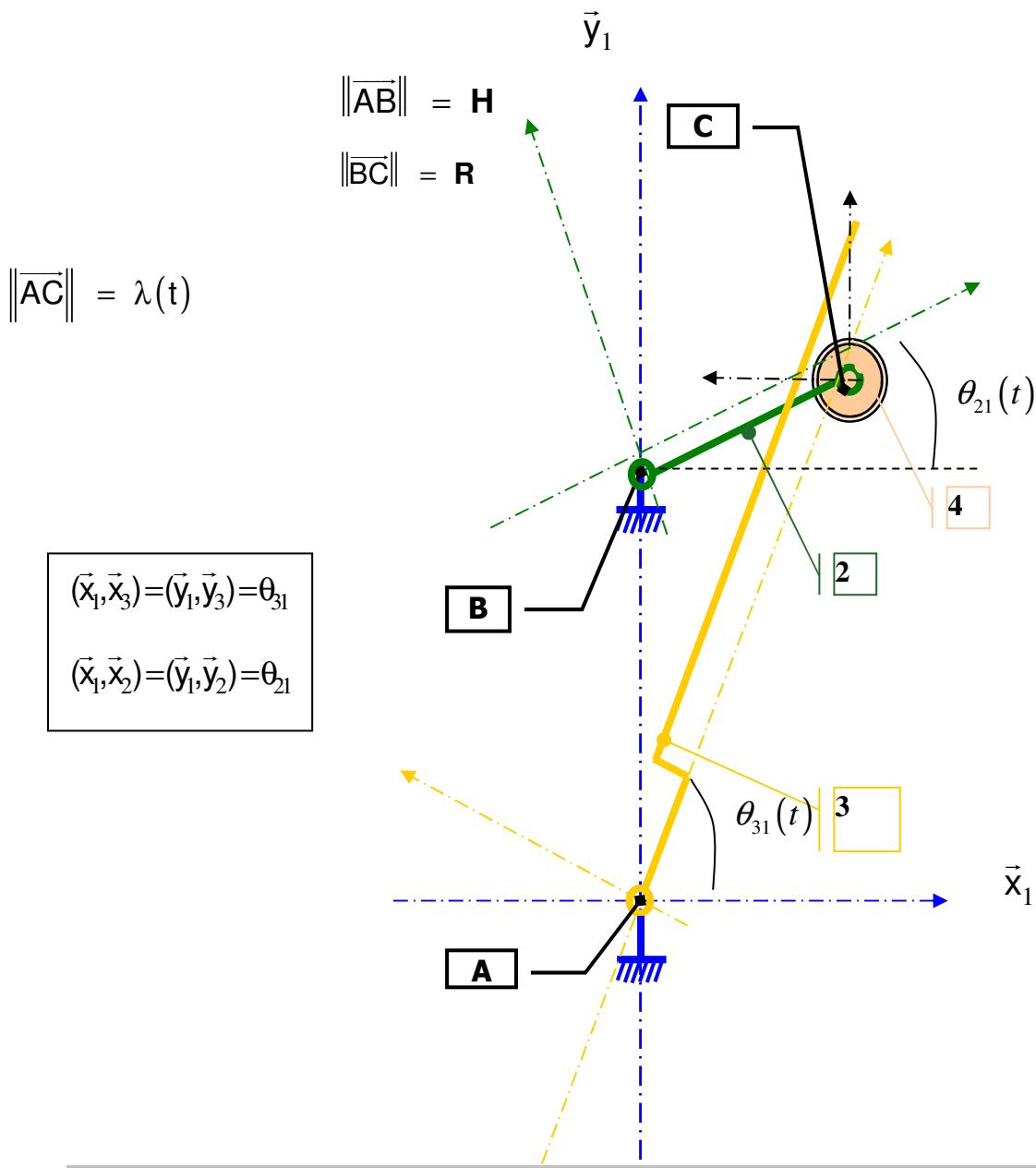
Tête de barrière (système de transformation de mouvement)

Description des possibilités de mouvement entre solides :

- Entre 1 et 3 : possibilité de rotation autour de l'axe (A, \vec{z})
- Entre 1 et 2 : possibilité de rotation autour de l'axe (B, \vec{z})
- Entre 1 et 4 : possibilité de rotation autour de l'axe (C, \vec{z})
- Entre 4 et 3 : possibilité de roulement du galet 4 sur le plan (P, \vec{x}_3, \vec{z}). P, point de contact entre le galet et la bielle

Description de la géométrie :

- A chaque pièce i , on associe un repère $R_i(P_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ avec $1 \leq i \leq 3$.
- La rotation de la manivelle 2 par rapport au bâti 1 entraîne en rotation la bielle 3 par rapport à 1 et par l'intermédiaire du galet 4.
- On a $AB = H = 110\text{mm}$, $BC = R = 90\text{mm}$ constants.
- **Hypothèse simplificatrice : on suppose que le rayon du galet est infiniment petit et que P est confondu avec C.**



1. Distinguer les paramètres géométriques linéaires et angulaires, constants et variables en complétant le tableau par des croix.

	θ_{31}	θ_{21}	H	R	λ
Constant			X		
Variable					
Linéaire			X		
Angulaire					

2. Représenter les deux figures planes de travail entre le repère 1 et 3 ($(\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = \theta_{31}$) et entre le repère 1 et 2 ($(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = \theta_{21}$).

3. Ecrire la fermeture géométrique de la chaîne fermée représentative de ce mécanisme.

4. En déduire la loi entrée sortie géométrique littérale : $\tan \theta_{31} = f(\theta_{21})$.

5. Faites une figure et vérifiez cette relation pour un point particulier : $\theta_{21} = 0$

6. Donner également la loi entrée sortie $\lambda = f(\theta_{21})$. Vérifier pour $\theta_{21} = 0$ et $\theta_{21} = \frac{\pi}{2}$

7. Donner également la loi entrée sortie $\lambda = f(\theta_{31})$.

8. Tracer l'allure de la courbe théorique $\theta_{31} = f(\theta_{21})$ (en degrés) sur la courbe en annexe 1. Comparer courbe théorique et expérimentale. Justifier les écarts.

9. On note la vitesse angulaire $\dot{\theta}_i = \frac{d\theta_i}{dt}$ en rad/s. A partir de la loi entrée sortie géométrique $\tan \theta_{31} = f(\theta_{21})$ et par dérivation par rapport au temps, montrer que l'on peut établir la loi entrée sortie cinématique (en vitesse) suivante :

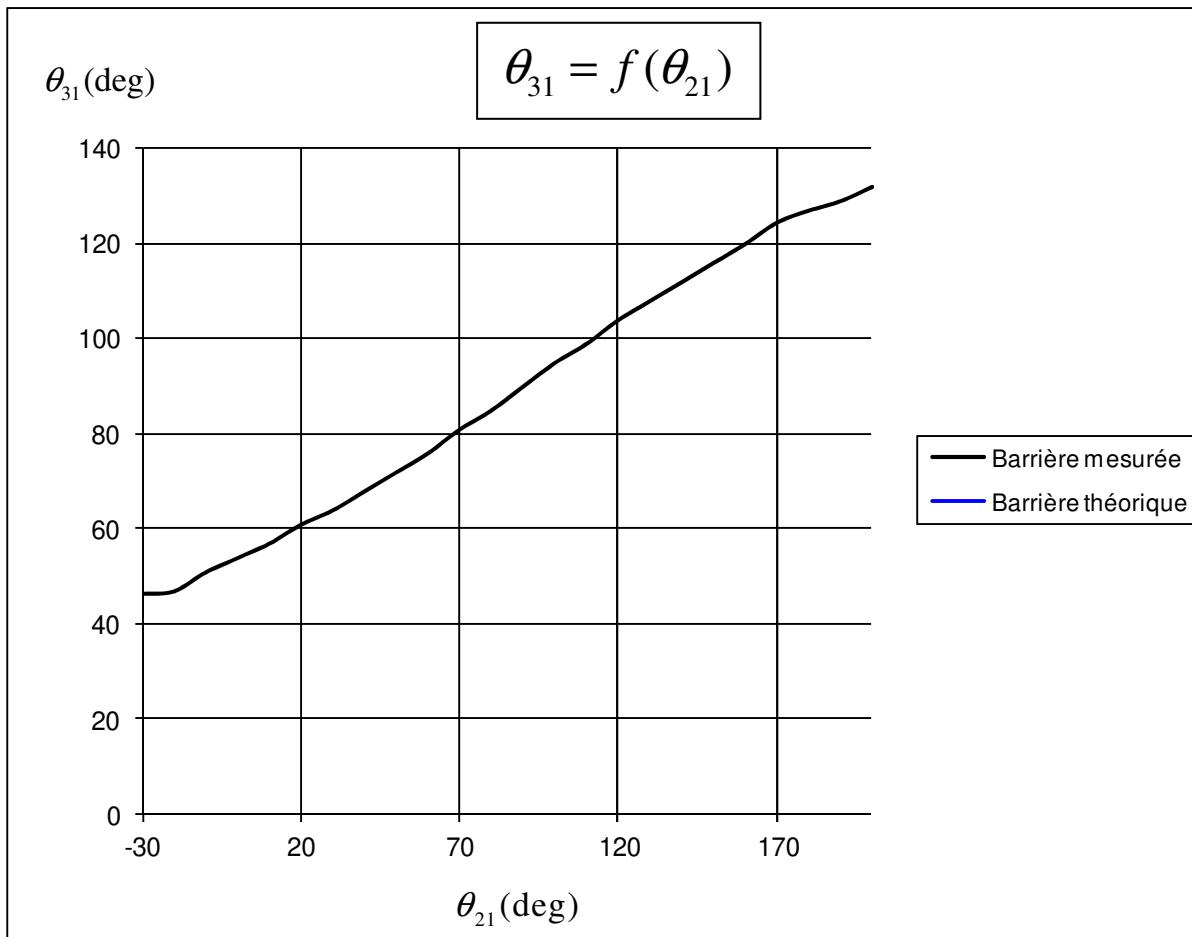
$$\dot{\theta}_{31} = \dot{\theta}_{21} \frac{R(R + H \cdot \sin \theta_{21})}{R^2 + H^2 + 2 \cdot H \cdot R \cdot \sin \theta_{21}}$$

Etape 1 : A partir de $\tan \theta_{31} = f(\theta_{21})$, montrez que $\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} \dot{\theta}_{31} = \frac{R^2 + RH \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2} \dot{\theta}_{21}$

Etape 2 : A partir de $\tan \theta_{31} = f(\theta_{21})$, montrez que $\frac{1}{(\cos \theta_{31})^2} = \frac{H^2 + R^2 + 2HR \sin \theta_{21}}{(R \cos \theta_{21})^2}$

Etape 3 : conclure !

Annexe 1 : Document réponse



Validation des performances d'un hélicoptère Ecureuil

Un hélicoptère est un système industriel permettant de transporter des personnes et des marchandises par voie aérienne. Il se distingue d'un avion par son mode de propulsion, qui prend largement appui sur les pales de son rotor principal, lui permettant en outre de voler en vol stationnaire.

On s'intéresse à un hélicoptère écureuil dont on donne une partie de la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel dans sa phase de vie vol en translation horizontale en régime établi (vitesse constante) par rapport au sol.



L'objectif est de vérifier que l'hélicoptère de type écureuil atteint le critère de vitesse de déplacement du cahier des charges.

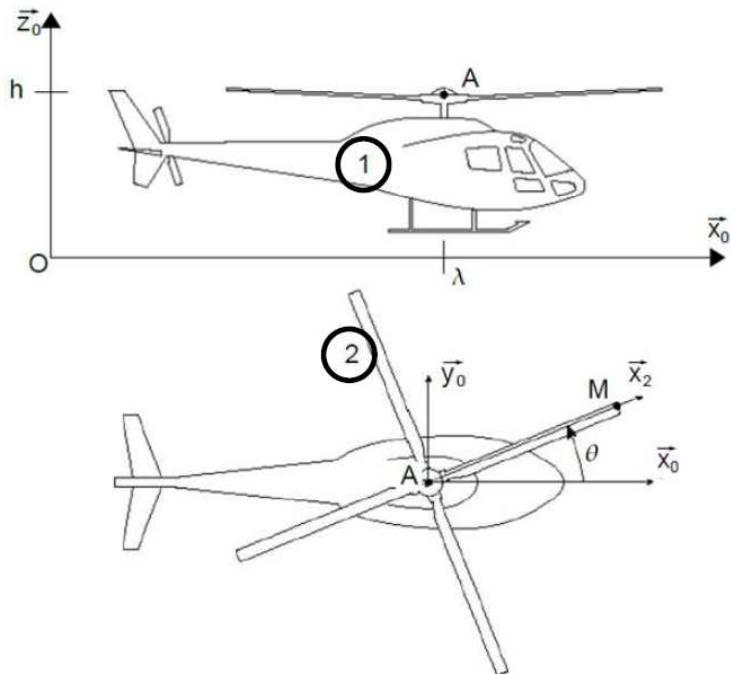
Exigence	Critère	Niveau
E1	Vitesse de déplacement ...	290km/h ...

Pour cette étude on considère que l'hélicoptère 1 se déplace en translation rectiligne à la vitesse horizontale $\vec{V}_{A \in 1/0} = V \cdot \vec{x}_0$ par rapport au sol 0 ($V=\text{cte}$).

Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est associé au sol.

Le repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé au solide 1 avec A point placé sur l'axe de rotation du rotor 2 par rapport à l'hélicoptère 1 tel que $\overrightarrow{OA} = h \cdot \vec{z}_0 + \lambda(t) \cdot \vec{x}_0$.

Le rotor principal 2 de l'hélicoptère comporte 4 pales. Soit $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ repère en rotation par rapport à R_1 d'un angle θ autour de l'axe (A, \vec{z}_2) .



La vitesse angulaire (constante) du rotor par rapport à l'hélicoptère est notée $\dot{\theta} = \omega$. Soit M le point situé à l'extrémité d'une pale tel que $\overrightarrow{AM} = R \cdot \vec{x}_2$.

Q.1. Déterminer les expressions littérales du torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{1/0}\}$ au point A et celle du torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{2/1}\}$ au point A.

Q.2. En déduire le torseur cinématique $\{\mathcal{V}_{2/0}\}$ au point A.

Q.3. En déduire $\overrightarrow{V_{M \in 2/0}}$ par le champ des vitesses.

Q.4. Retrouver $\overrightarrow{V_{M \in 2/0}}$ par le calcul direct.

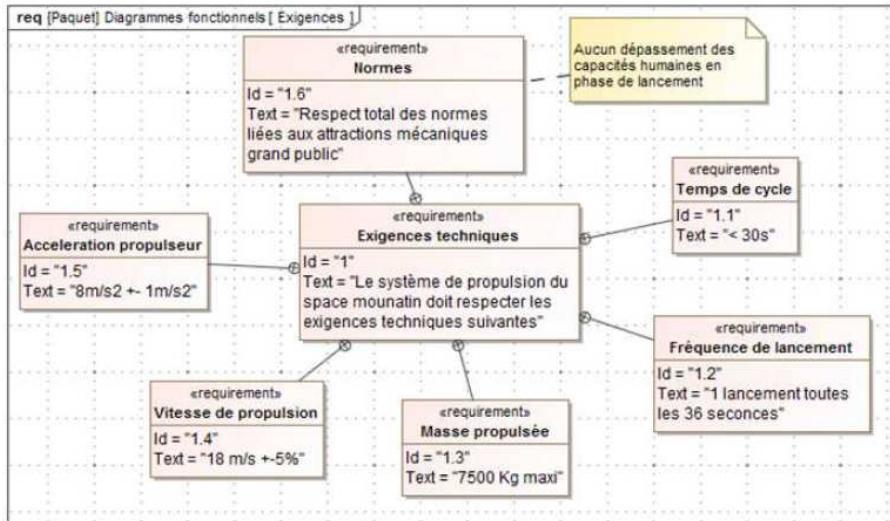
Q.5. Déterminer la norme de $\overrightarrow{V_{M \in 2/0}}$ puis déterminer la vitesse maximale V_{\max} (préciser pour quelle position angulaire cette vitesse est atteinte) en fonction de R, V et ω .

Q.6. La vitesse angulaire du rotor principal est de 370 tours/min. La longueur d'une pale est $R = 5,1$ m. Déterminer la valeur numérique de la vitesse maximale en km/h.

Q.7. Sachant que la pale de l'hélicoptère ne doit pas dépasser 85% de la vitesse du son, conclure quant à la capacité de l'hélicoptère à satisfaire le critère de vitesse de déplacement du cahier des charges.

Système de lancement du Space Mountain®

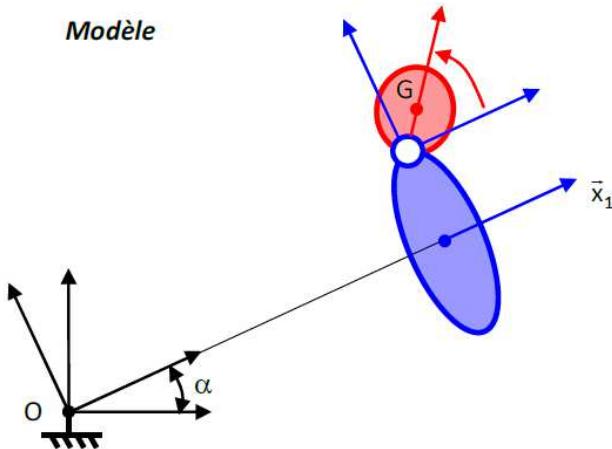
Le Space Mountain est une attraction installée au parc Euro Disney. Elle se présente sous la forme d'un chapiteau renfermant une montagne russe à grande vitesse. Le système de lancement de la montagne russe, évoquant un canon, est une catapulte à propulsion électrique de type porte-avions. Un pousseur vient en contact avec le train (contenant les passagers) afin de le propulser.



Rampe de lancement

On donne le modèle cinématique.

Modèle



$R(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ est le repère attaché au sol.
 $R_0(O_0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ est le repère attaché au rail.
 $R_1(O_1, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ est le repère attaché à la catapulte.
Les repères R_1 et R_0 sont en translation l'un par rapport à l'autre.

$R_2(O_2, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$ est le repère attaché à la tête d'un passager. Le centre de gravité de la tête du passager est défini par $\overrightarrow{O_2G} = a_2 \cdot \bar{x}_2$. On pose :

- $\alpha = (\bar{x}, \bar{x}_0) = (\bar{y}, \bar{y}_0)$ où $\alpha = \text{constante}$
- $\overrightarrow{OO_1} = \lambda \cdot \bar{x}_1$.
- $\beta = (\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (\bar{y}_1, \bar{y}_2)$
- $\overrightarrow{O_1O_2} = a_1 \cdot \bar{x}_1 + b_1 \cdot \bar{y}_1$.

Q.1. Compléter le schéma cinématique puis construire le(s) figure(s) plane(s) de repérage/paramétrage puis exprimer les vecteurs vitesse instantanée de rotation $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$.

Q.2. Déterminer $\overrightarrow{V_{O_2,2/0}}$.

Q.3. Déterminer $\overrightarrow{V_{G,2/0}}$ et $\overrightarrow{\Gamma_{G,2/0}}$.

Q.4. On suppose que le cas le plus défavorable et lorsque l'accélération maximale du cahier des charges est supportée par le terme de l'accélération sur \bar{y}_2 , à savoir $a_2 \cdot \ddot{\beta}$. Montrer que le corps humain, qui peut supporter jusqu'à 80 rad.s^{-2} , résiste ($a_2 = 17 \text{ cm}$). Conclure quant au respect du cahier des charges des dépassements des capacités humaines.

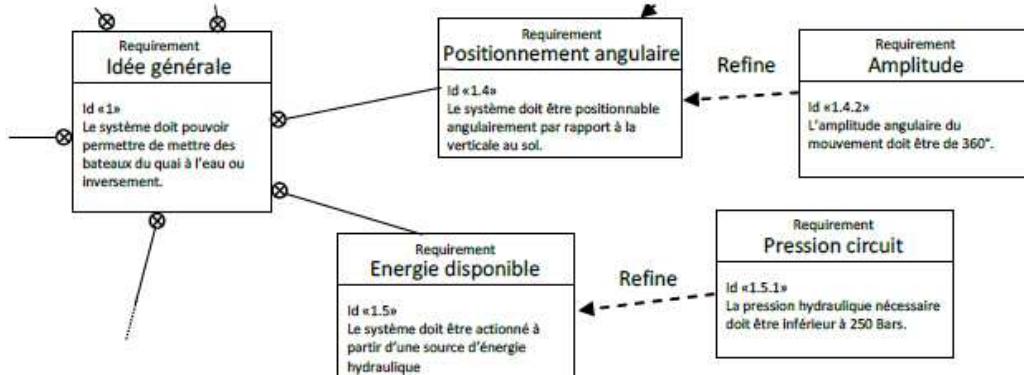
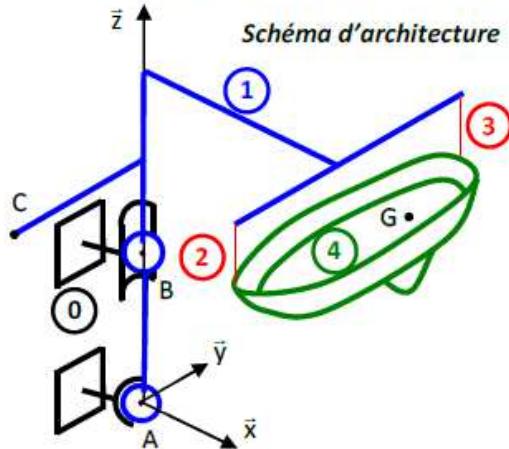
Console portante de bateau

On s'intéresse à un système de console portante de bateau destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance. On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

La console 1 est en liaison avec le quai 0 par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre A et d'une liaison linéaire annulaire en $B(0,0,z_B)$ d'axe (B, \bar{z}) . Cette solution permet de faire pivoter la console autour de l'axe (B, \bar{z}) à l'aide d'un vérin linéaire dont la tige est rattachée au point $C(0,-y_C,z_C)$. Le vérin fonctionne uniquement lors de la mise à l'eau du bateau.

Le bateau 4 de centre de gravité $G(x_G, y_G, z_G)$ et de masse m est suspendu à la console par deux câbles 2 et 3.

La masse de la console et des câbles sont négligés par rapport à celle du bateau.



Q.1. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison en A.

Q.2. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison en B.

Q.3. Déterminer les inconnues de liaison en A et B.

Q.4. On prend en compte à présent l'action du vent sur le bateau qui est modélisée par une force $\overrightarrow{F_{vent \rightarrow 4}} = -F_{vent \rightarrow 4} \cdot \vec{x}$ au point G. Pour éviter au portique de tourner le vérin exerce un effort $\overrightarrow{F_{verin \rightarrow 1}} = F_{verin \rightarrow 1} \cdot \vec{x}$ au point C. Déterminer l'expression de $F_{verin \rightarrow 1}$.

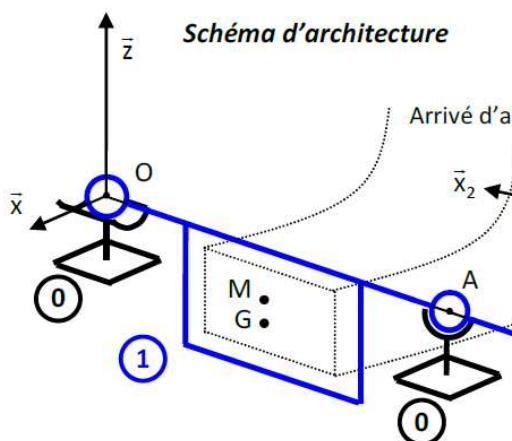
Q.5. Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Données : $z_B = 4 \text{ m}$, $y_C = 4 \text{ m}$, $z_C = 6 \text{ m}$, $x_G = 6 \text{ m}$, $y_G = 2 \text{ m}$, $z_G = 6 \text{ m}$, $F_{vent \rightarrow 4} = 15000 \text{ N}$, Surface piston S = $2500 \cdot \pi \text{ mm}^2$.

Bouche de climatisation

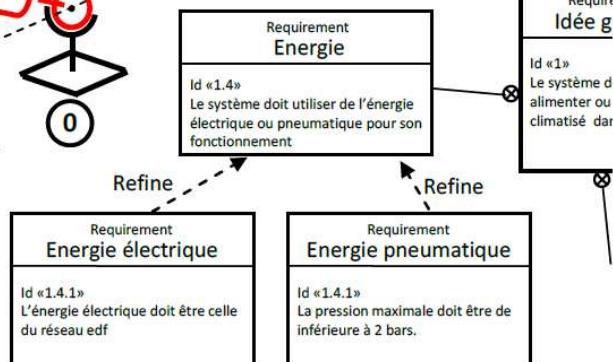
On s'intéresse à une bouche de climatisation de bureau.

L'air climatisé arrive par le réseau d'air climatisé du bâtiment et est distribué par plusieurs bouches. Le débit d'air entrant sur chaque bouche est initialement réglé par l'intermédiaire d'un clapet dont l'ouverture est maîtrisée par un vérin. On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



Données :

$$a = 50 \text{ cm}, h = 50 \text{ cm}, l = 40 \text{ cm}, c = 15 \text{ cm}, d = 20 \text{ cm}, e = 30 \text{ cm}, S = 20 \text{ cm}^2, F_{\max, \text{air} \rightarrow 1} = 150 \text{ N.}$$



Le clapet 1, de masse m et de centre de gravité G ($0, a, -h$), est en liaison avec le mur 0 par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre A ($0, 2a, 0$) et d'une liaison linéaire annulaire en O d'axe (O, \bar{y}). Cette solution permet ainsi une rotation du clapet autour de l'axe (O, \bar{y}).

L'air climatisé arrive par la bouche et exerce une poussée $\overrightarrow{F_{\text{air} \rightarrow 1}} = F_{\text{air} \rightarrow 1} \cdot \bar{x}$ en M ($0, a, -l$).

Le débit d'air entrant est initialement réglé par l'intermédiaire de la raideur du vérin dont la tige est en liaison rotule et centre B ($0, 2a+c, d$) avec le clapet et en liaison rotule de centre D ($-e, 2a+c, 0$) avec le mur 0. La tige de vérin 2 exerce sur le solide 1 une poussée $\overrightarrow{F_{2 \rightarrow 1}} = p \cdot S \cdot \bar{x}_2$ au point B.

Q.1. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 0 sur 1 en A.

Q.2. Donner la forme du torseur d'action mécanique transmissible de la liaison 0 sur 1 en O.

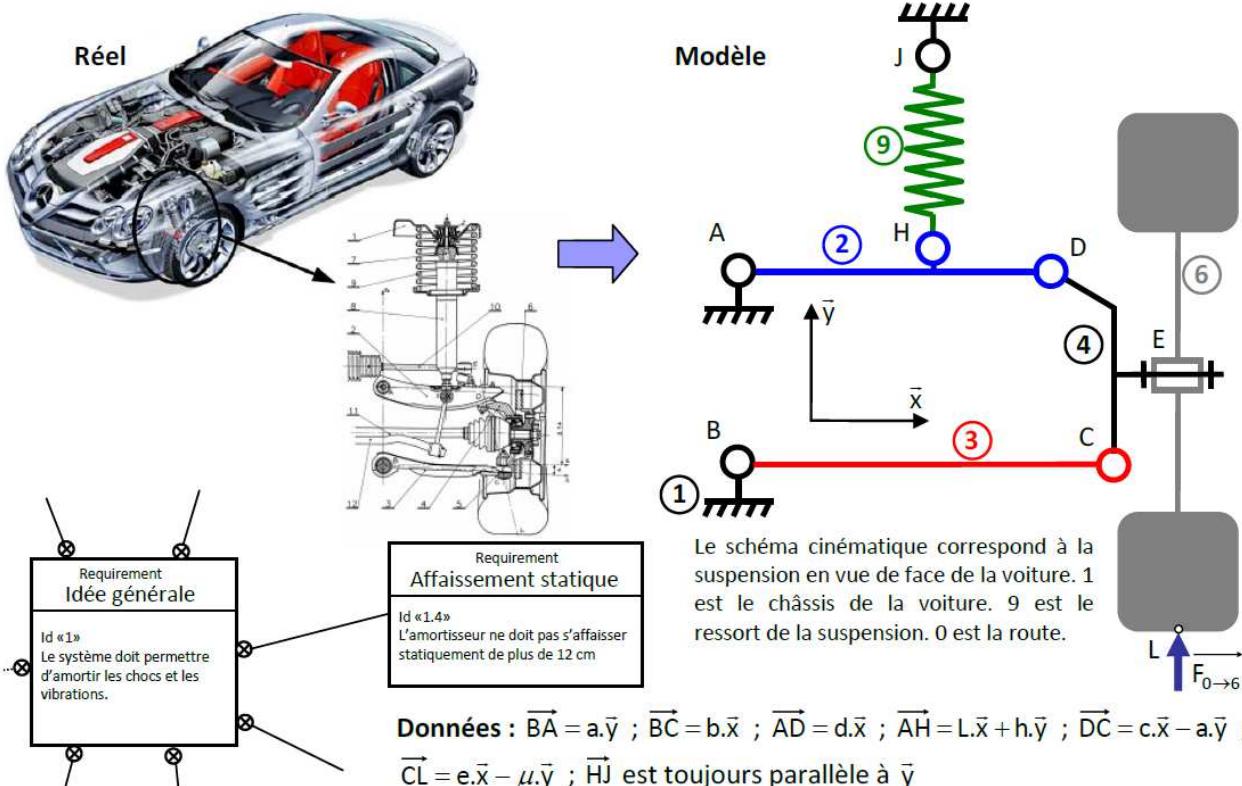
Q.3. Isoler l'ensemble 2+3 puis en déduire les expressions des torseurs d'action mécanique transmissible de la liaison 1 sur 2 en B et de la liaison 0 sur 3 en D que l'on écrira en projection dans la base 2 et 0.

Q.4. A l'aide d'une seule équation scalaire du PFS à identifier, déterminer la relation liant p et $F_{\text{air} \rightarrow 1}$.

Q.5. On donne S : section du piston du vérin. Déterminer la pression p dans le vérin. Faire l'application numérique et conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Suspension automobile

On s'intéresse à une suspension automobile dont on donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel ainsi qu'une modélisation. L'objectif est de vérifier si la suspension satisfait le niveau du critère d'affaissement statique maximal du cahier des charges, c'est à dire vérifier si la voiture, soumise à son propre poids, s'affaisse de moins ou de plus de 12 cm, suite à l'écrasement des amortisseurs.



Les hypothèses sont les suivantes :

- le problème est plan ; la pesanteur est négligée ; toutes les liaisons sont parfaites.
- L'action du sol sur la roue est modélisée par $\vec{F}_{0 \rightarrow 6} = F_{06}\vec{y}$ (où F_{06} représente le quart du poids de la voiture, qui se répartie également sur les quatre roues).
- On modélise ici l'amortisseur par un simple ressort (en effet usuellement on utilise plutôt un modèle ressort + amortisseur visqueux en parallèle mais on peut négliger ici l'amortissement visqueux puisqu'on étudie le système en statique).

Q.1. Montrer que $Y_{43}=0$.

Q.2. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS à l'ensemble {4+6} au point D.

Q.3. Montrer que $X_{92}=0$.

Q.4. Déterminer les équations obtenues en appliquant le PFS au solide 2 au point A.

Q.5. Déterminer toutes les inconnues d'effort en fonction de F_{06} .

Données : $a = 16 \text{ cm}$, $b = 33 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$, $d = 25 \text{ cm}$, $h = 3 \text{ cm}$, $L = 15 \text{ cm}$, $e = 9 \text{ cm}$, $\mu = 18 \text{ cm}$. La raideur du ressort est $k = 100\,000 \text{ N/m}$. La masse de la voiture est de 2200 kg.

Q.6. Conclure quant à la capacité de la suspension de voiture à satisfaire l'exigence affaissement statique du cahier des charges.