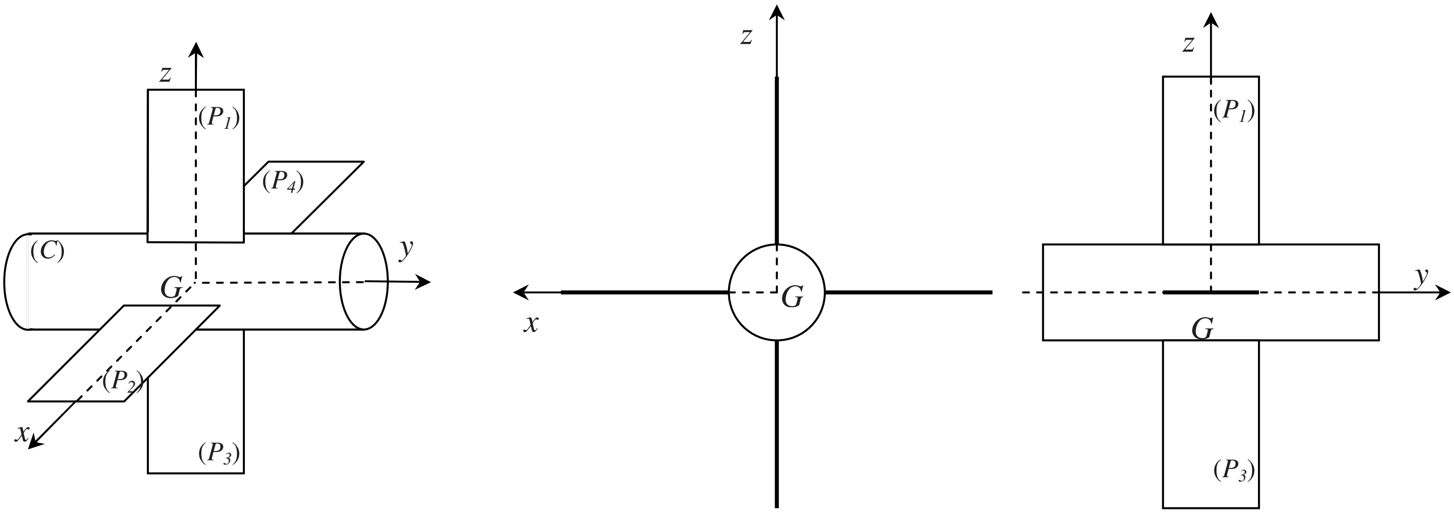
DS 3 : Position de centre d’inertie et matrice d’inertie

Exercice 1 : Rotor de pompe. Le rotor de certaines pompes à eau peut être modélisé par un cylindre central homogène (C), de rayon a, de longueur $6a$, de masse volumique ρ et de masse m_c et quatre pales (P_1), (P_2), (P_3) et (P_4), d'épaisseur négligeable, de largeur $2a$ et de longueur $4a$, de masse surfacique σ *et* de masse m_p.



1. Expliquer pourquoi le centre d’inertie du rotor complet correspond aussi au centre d’inertie du cylindre.

2. Donner la matrice d'inertie du cylindre central en G. Sans redémontrer le résultat.

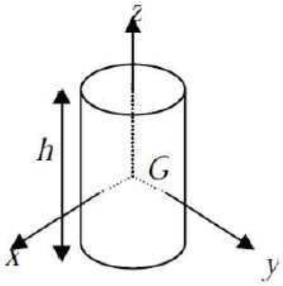
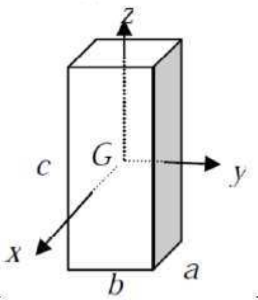
3. Donner la matrice d'inertie de la pale (P_1) en son centre de gravité G_1, notée $\left[I_{G_1}(P_1)\right]$. Déplacer la en G.

4. Donner la matrice d'inertie de la pale (P_2) en son centre de gravité G_2, notée $\left[I_{G_2}(P_2)\right]$. Déplacer la en G.

5. Par analogie, donner $\left[I_G(P_3)\right]$ et $\left[I_G(P_4)\right]$

6. En déduire la matrice d'inertie en G, notée $\left[I_G(S)\right]$, de l'ensemble (S) constitué des 4 pales et du cylindre.

RAPPEL :

Matrice d'inertie classiques	Cylindre de masse m , de hauteur h et de rayon R  $I(G,S)=\begin{bmatrix} m\left(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m\left(\frac{R^2}{4}+\frac{h^2}{12}\right) & 0 \\ 0 & 0 & m\left(\frac{R^2}{2}\right) \end{bmatrix}_{(-,-,\vec{z})}$
	Parallelépipède de masse m et de coté a,b,c  $I(G,S)=\begin{bmatrix} \frac{m\left(b^2+c^2\right)}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m\left(a^2+c^2\right)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m\left(b^2+a^2\right)}{12} \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$
Théorème de Huygens pour un solide de masse m_s	$I(A,S)=I(G,S)+m_s\begin{bmatrix} \left(y_G{}^2+z_G{}^2\right) & -x_G.y_G & -x_G.z_G \\ -x_G.y_G & \left(x_G{}^2+z_G{}^2\right) & -y_G.z_G \\ -x_G.z_G & -y_G.z_G & \left(x_G{}^2+y_G{}^2\right) \end{bmatrix}_{Bs}$ $\overrightarrow{AG}=\begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{pmatrix}_{Bs}$