

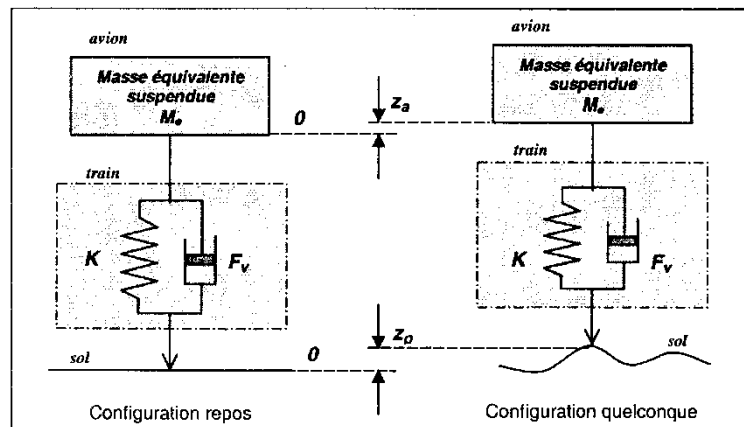
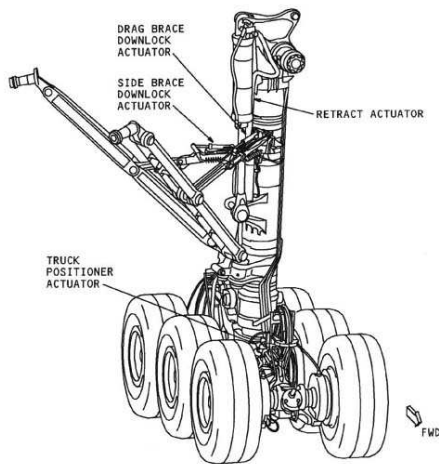
ATTERRISEUR D'AVION

Les trains d'atterrissage des aéronefs doivent assurer des fonctions variées telles que :

- Absorber l'énergie cinétique verticale de l'avion durant l'impact à l'atterrissage,
- Maintenir un contact piste/pneu malgré les irrégularités de la piste durant le roulage,
- Transmettre à la structure de l'aéronef les efforts de freinage qui sont appliqués au niveau des roues,
- Filtrer les irrégularités de la piste au roulage afin de limiter les sollicitations dynamiques imposées à la structure par le sol et d'assurer le confort des passagers,
- Supporter la masse de l'aéronef.

L'étude suivante porte uniquement sur l'aptitude de l'atterrisseur à filtrer les irrégularités de la piste au roulage et de limiter les sollicitations dynamiques imposées à la structure par le sol et d'assurer le confort des passagers.

MODELISATION



Modèle simplifié de l'avion au roulage

La modélisation simplifiée de l'avion avec son amortisseur est donnée ci-dessus. A partir de cette idéalisation, on obtient la fonction de transfert suivante qui lie la hauteur z_a de l'avion à la hauteur z_p des aspérités de la piste :

$$\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)} = \frac{K + F_v p}{K + F_v p + M_e p^2} \quad \text{où } Z_a \text{ et } Z_p \text{ sont respectivement les transformées de}$$

Laplace de z_a et de z_p , K est la raideur de l'atterrisseur, F_v est le coefficient de frottement visqueux de l'atterrisseur et M_e est la masse suspendue équivalente.

LES PARTIES SONT INDEPENDANTES !!!! VOUS DEVEZ COMPOSER SUR UNE COPIE DOUBLE !!

PARTIE 1 : analyse et estimation numérique de fonction de transfert

Q1. Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique (à base de premier et second ordre au numérateur et au dénominateur) et donner l'expression correspondante de ses paramètres (gain statique k , constante de temps τ , coefficient d'amortissement réduit ξ et pulsation propre non amortie ω_n).

$$\frac{Z_a}{Z_p} = \frac{1 + \frac{F_v}{K} p}{1 + \frac{F_v}{K} p + \frac{M_e}{K} p^2} = \frac{k(1 + \tau p)}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{1}{\omega_n^2} p^2};$$

Avec : $k=1$; $\tau = \frac{F_v}{K}$; $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M_e}}$ et $\xi = \frac{F_v}{2\sqrt{KM_e}}$

La masse M_e est fixée par le cahier des charges de l'avionneur tandis que la valeur de K résulte du dimensionnement de l'amortisseur selon les normes de calcul. La valeur de F_v résulte de la taille du passage liant les chambres 1 et 2 qui est fixée par l'objectif d'amortissement optimal à l'impact.

Q2. Donner la valeur numérique de ces paramètres canoniques pour $M_e = 50\,000\text{ Kg}$, $K = 7 \cdot 10^6\text{ N/m}$ et $F_v = 60\,000\text{ N.s/m}$.

A.N. $\tau \approx 8,6\text{ ms}$; $\omega_n \approx 11,8\text{ rad.s}^{-1}$ et $\xi \approx 0,05$. *Remarque : très faible amortissement !!*

Q3. Quelle valeur de F_v aurait-il fallu pour que le coefficient d'amortissement réduit du mode complexe soit de $\xi = 0,5$?

Pour $\xi = 0,5$ et K inchangé on a : $F_v = 2\xi\sqrt{KM_e}$ A.N. $F_v \approx 592\text{ kN.s.m}^{-1}$.

PARTIE 2 : tracé des lieux de transfert de fonction de transfert

On considère désormais que la fonction de transfert est donnée par :

$$\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)} = \frac{1 + 0,01p}{1 + \frac{0,2}{10}p + \frac{p^2}{10^2}} = \frac{H1(p)}{H2(p)}.$$

Q4. Pour le second ordre au dénominateur, donner la valeur des coefficients de la forme canonique classique.

$$\omega_n \approx 10\text{ rad.s}^{-1} \text{ et } \xi \approx 0,1$$

Q5. Caractériser la stabilité de cette fonction de transfert en boucle fermée.

Un second ordre sous forme canonique est stable par définition ou critère de routh :

p^2	0.01	1
p^1	0.02	0
p^0	0.02	0
	0	0

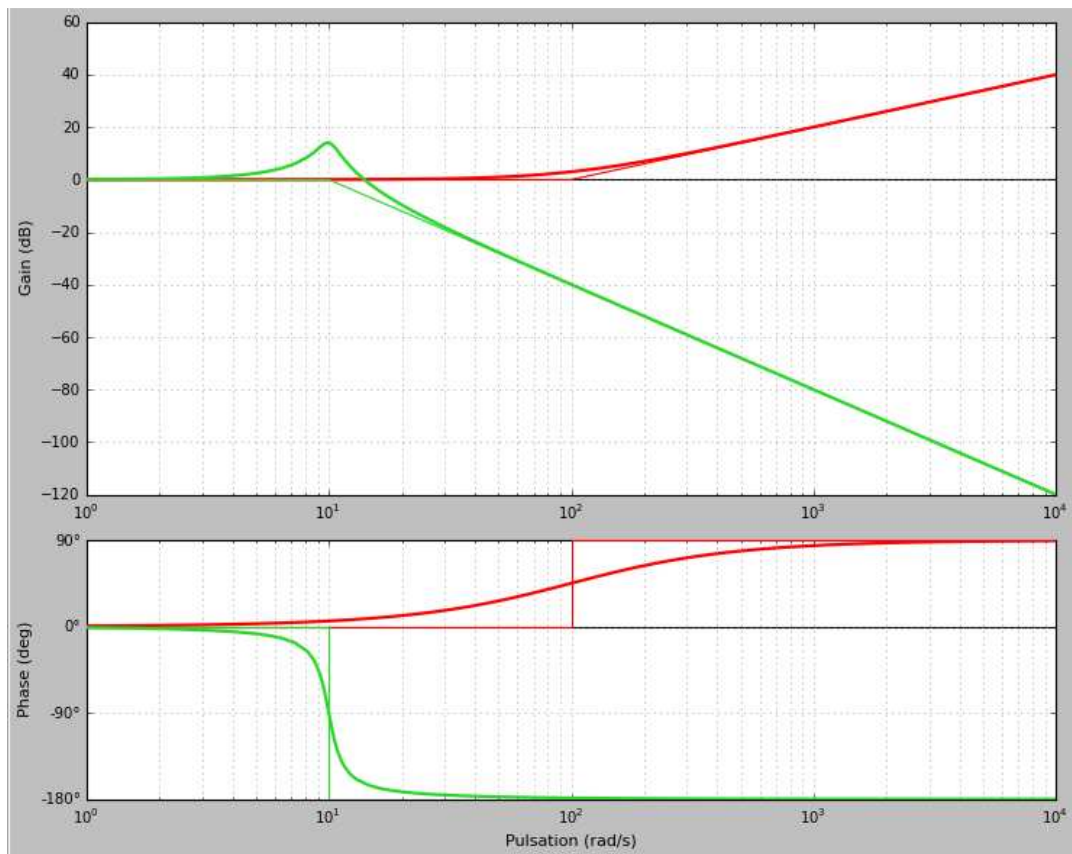
Où un second ordre est stable si les racines sont toutes à partie réelle positive

Q6. Tracer en bleu sur le document réponse 1, le lieu de Bode asymptotique (gain en dB et phase en °) de la fonction de transfert $H1(p)$ en indiquant avec précision les pulsations, les valeurs et les pentes caractéristiques. Tracer en pointillé noir, le lieu réel de Bode.

En rouge sur la courbe.

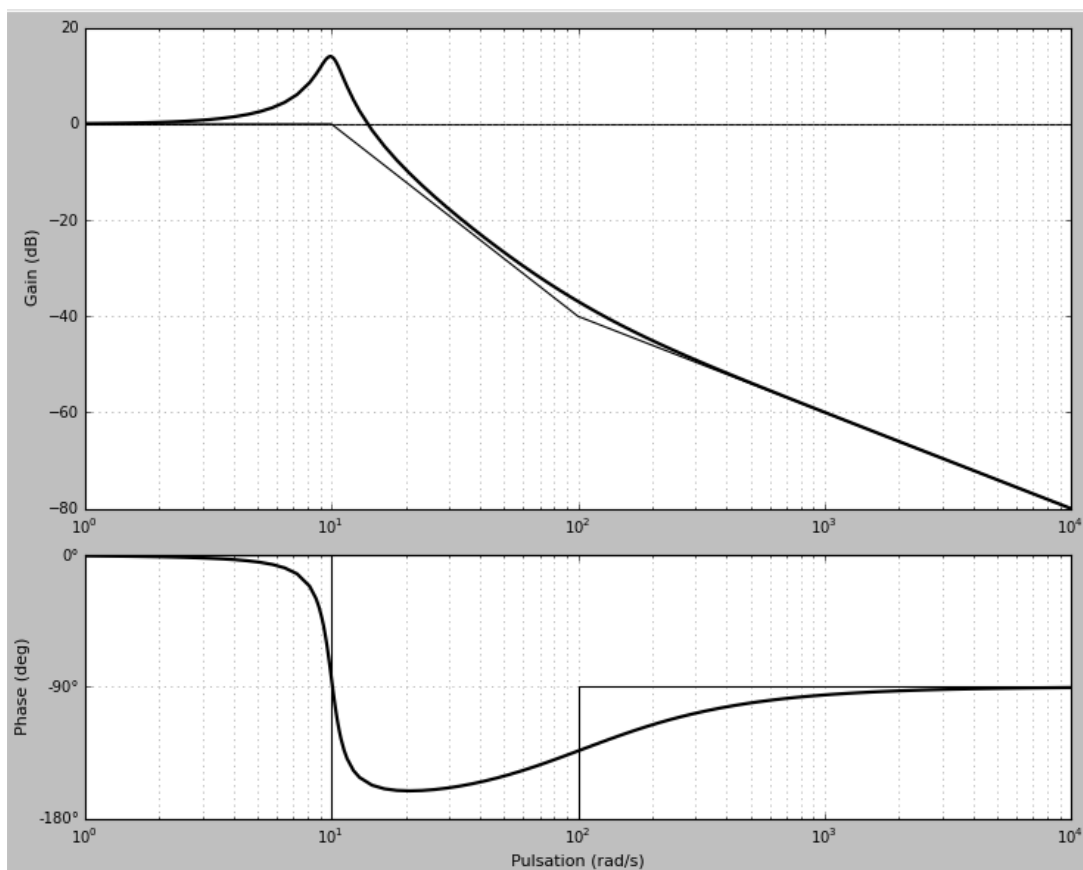
Q7. Tracer en bleu sur le document réponse 2, le lieu de Bode asymptotique de la fonction de transfert $1/H2(p)$ en indiquant avec précision les pulsations, les valeurs et les pentes caractéristiques. Tracer en pointillé noir, le lieu réel de Bode. Justifier.

En vert sur la courbe.



Q8. Tracer en bleu sur le document réponse 3, le lieu de Bode asymptotique de la fonction de transfert $\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)}$ en indiquant avec précision les pulsations, les valeurs et les pentes caractéristiques. Tracer en pointillé noir, le lieu réel de Bode. Justifier.

NB : pour les Bode, vous choisirez vous-même l'échelle en ordonnée que vous indiquerez.



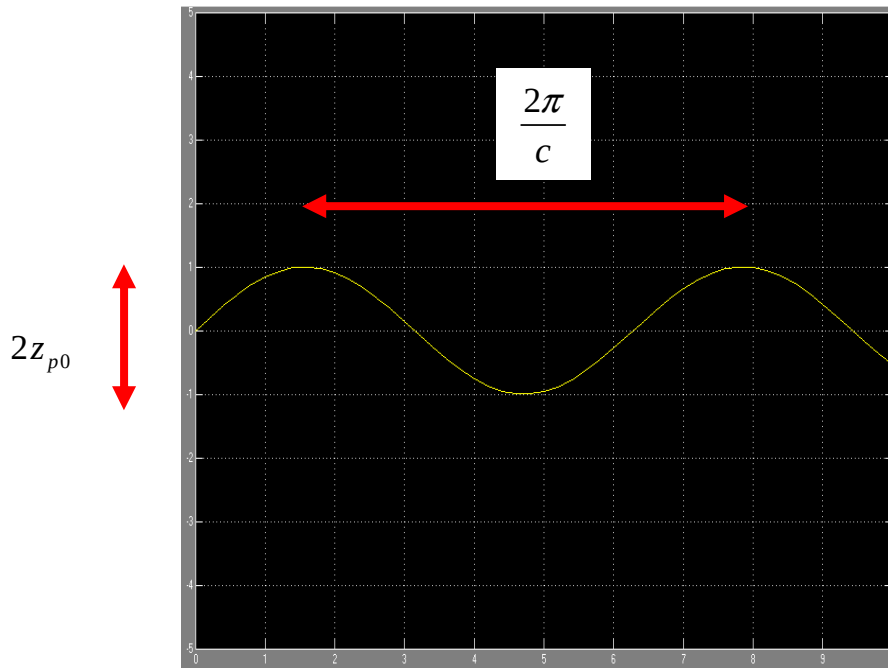
PARTIE 3 : analyse du modèle et du comportement de l'avion

On considère toujours que la fonction de transfert est donnée par :

$$\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)} = \frac{1+0,01p}{1+\frac{0,2}{10}p+\frac{p^2}{10^2}} = \frac{H1(p)}{H2(p)}.$$

On modélise les irrégularités (profil de bosses) de la piste par une fonction de la forme $z_p = z_{p0} \sin(cy)$ où z_{p0} est l'amplitude de ces irrégularités et où c est une constante. On considère que l'avion est animé d'une vitesse horizontale constante $\dot{y}_0$, soit $y = \dot{y}_0.t$.

Q9. Tracer l'allure du profil de bosses $z_p(y) = f(y) = z_{p0} \sin(cy)$ et faire apparaître sur cette courbe z_{p0} et c .



Q10. Quelle est la relation liant z_a et z_p aux très faibles vitesses ($\dot{y}_0 \approx 0$) ? Que se passe-t-il donc physiquement sur l'avion? Est-ce acceptable ?

À basse vitesse $G = 0$, car le gain statique de la fonction de transfert est égal à 1, donc $z_a = z_p$.

Les irrégularités de la piste sont transmises intégralement à l'habitacle de l'avion.

Q11. L'avion se déplace horizontalement à la vitesse $\dot{y}_0 = \frac{\omega_n}{c}$ où ω_n est la pulsation propre non amortie

du second ordre de la fonction de transfert $Z_a(p)/Z_p(p)$. Vérifier l'unité de $\dot{y}_0 = \frac{\omega_n}{c}$.

Unité : m/s

Q12. Que devient l'expression $z_p(y) = z_{p0} \sin(cy)$? Montrer qu'elle se met sous la forme $z_p(t) = z_{p0} \sin(Kt)$. Exprimer K

$$\dot{y}_0 = \frac{\omega_n}{c} \text{ soit } y(t) = \frac{\omega_n}{c} t$$

avec $y(0) = 0$

On fait un changement de variable :

$$y = \dot{y}_0 t, \text{ donc } z_p = z_{p0} \sin(\omega_n t)$$

Q13. Que se passe-t-il dans cette situation ? On étayera la réponse par l'évaluation rapide du rapport d'amplitude $\frac{z_a}{z_p}$ à cette fréquence (la pulsation de résonance est proche de la pulsation propre non amortie). Donner une valeur pour ce rapport.

On excite le système par une entrée harmonique de pulsation ω_n et d'amplitude z_{p0} . Le rapport d'amplitude est donné par le module de la fonction de transfert, exprimée la pulsation d'excitation :

$$\frac{Z_a(i\omega_n)}{Z_p} = \frac{1 + i\tau\omega_n}{1 + i\frac{2\xi}{\omega_n} - \frac{1}{\omega_n^2}} = \frac{1 + i\tau\omega_n}{2i\xi} \Rightarrow \left| \frac{Z_a(i\omega_n)}{Z_p} \right| = \frac{\sqrt{1 + (\tau\omega_n)^2}}{2\xi} \Rightarrow \boxed{\frac{z_a}{z_p} = \frac{\sqrt{1 + (\tau\omega_n)^2}}{2\xi}}.$$

A.N. $\frac{z_a}{z_p} \approx \frac{\sqrt{1 + \xi^2}}{2\xi} \approx \frac{1}{2\xi} \approx \boxed{5 \approx \frac{z_a}{z_p}}$

PARTIE 4 : étude du confort du passager

On considère toujours que la fonction de transfert est donnée par :

$$\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)} = \frac{1 + 0,01p}{1 + \frac{0,2}{10}p + \frac{p^2}{10^2}} = \frac{H1(p)}{H2(p)}.$$

L'analyse du confort des passagers ou des sollicitations structurelles de l'avion est conduite à partir de l'examen de la fonction de transfert liant l'accélération verticale de l'avion γ_a à la hauteur z_p des aspérités de la piste.

Q14. Justifier par le bon sens que l'analyse du confort des passagers, passe par l'étude de l'accélération verticale de l'avion γ_a .

L'accélération provoque l'inconfort du passager comme lorsque chacun le ressent pendant les phases d'accélération et décélération de voitures ou d'ascenseurs.

Q15. Etablir cette fonction de transfert à partir de la fonction de transfert définie ci-dessus sachant

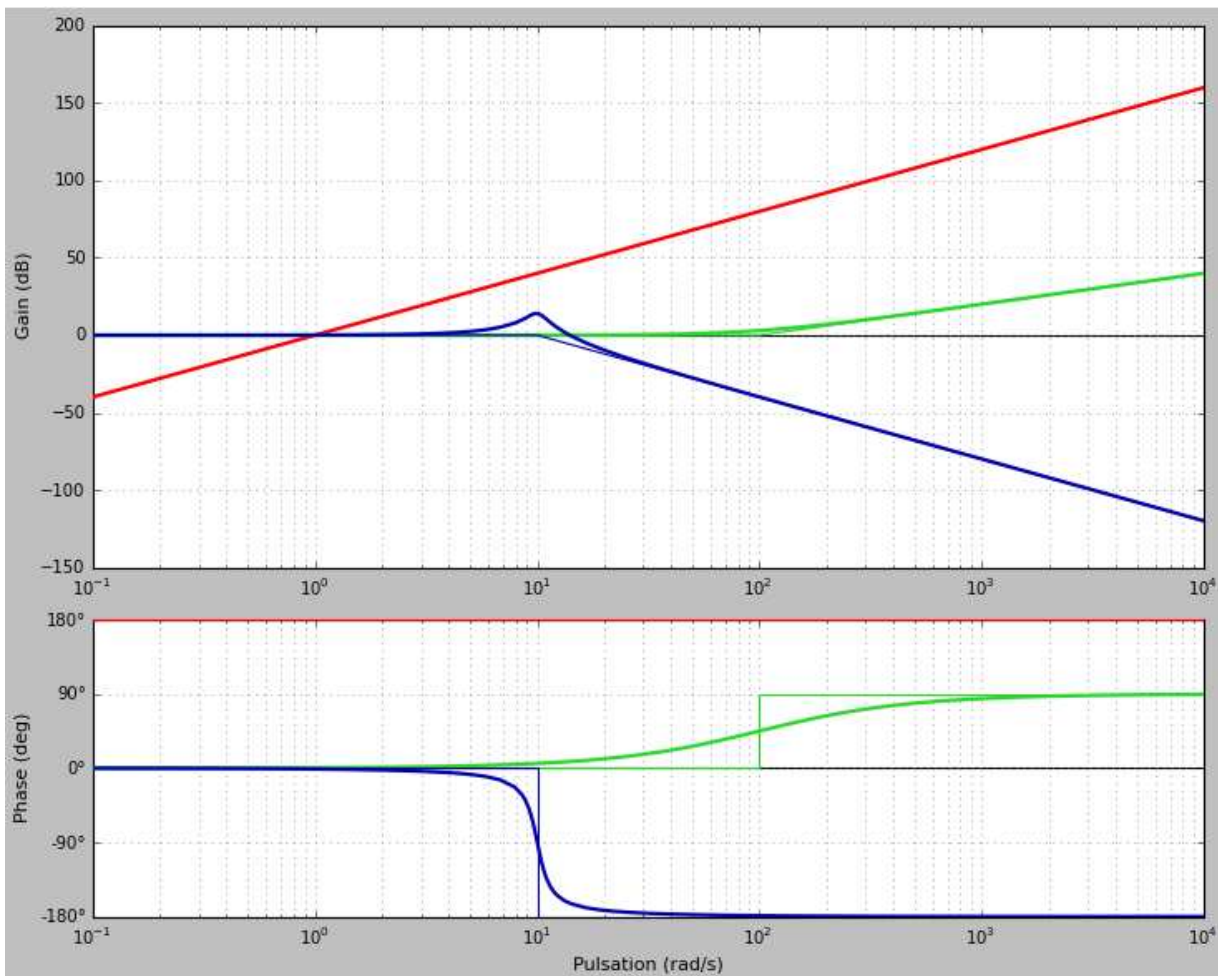
$$\text{que } \gamma_a(t) = \frac{d^2 z_a(t)}{dt^2}.$$

$$\gamma_a = \frac{d^2 z_a}{dt^2} \Rightarrow \Gamma_a = p^2 Z_a, \text{ en supposant pour simplifier que les conditions initiales soient : } z_a(0) = \dot{z}_a(0) = 0.$$

D'où :

$$\boxed{\frac{\Gamma_a}{Z_p} = \frac{(1 + \tau p)p^2}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n}p + \frac{1}{\omega_n^2}p^2}}$$

Q16. Tracer en bleu sur le document réponse 4, le lieu de Bode asymptotique de cette fonction de transfert $\frac{\Gamma_a(p)}{Z_p(p)}$ en indiquant avec précision les pulsations, les valeurs et les pentes caractéristiques. Tracer en pointillé noir, le lieu réel de Bode. Justifier.



En bleu, $H_2(p)$

En vert, $H_1(p)$

En rouge p^2

Q17. Cette forme de fonction de transfert est-elle physiquement réaliste? Comment peut-on caractériser en réalité une fonction de transfert réaliste physiquement ?

La fonction est non réaliste car le numérateur possède un degré supérieur au dénominateur. la fonction n'est pas causale.

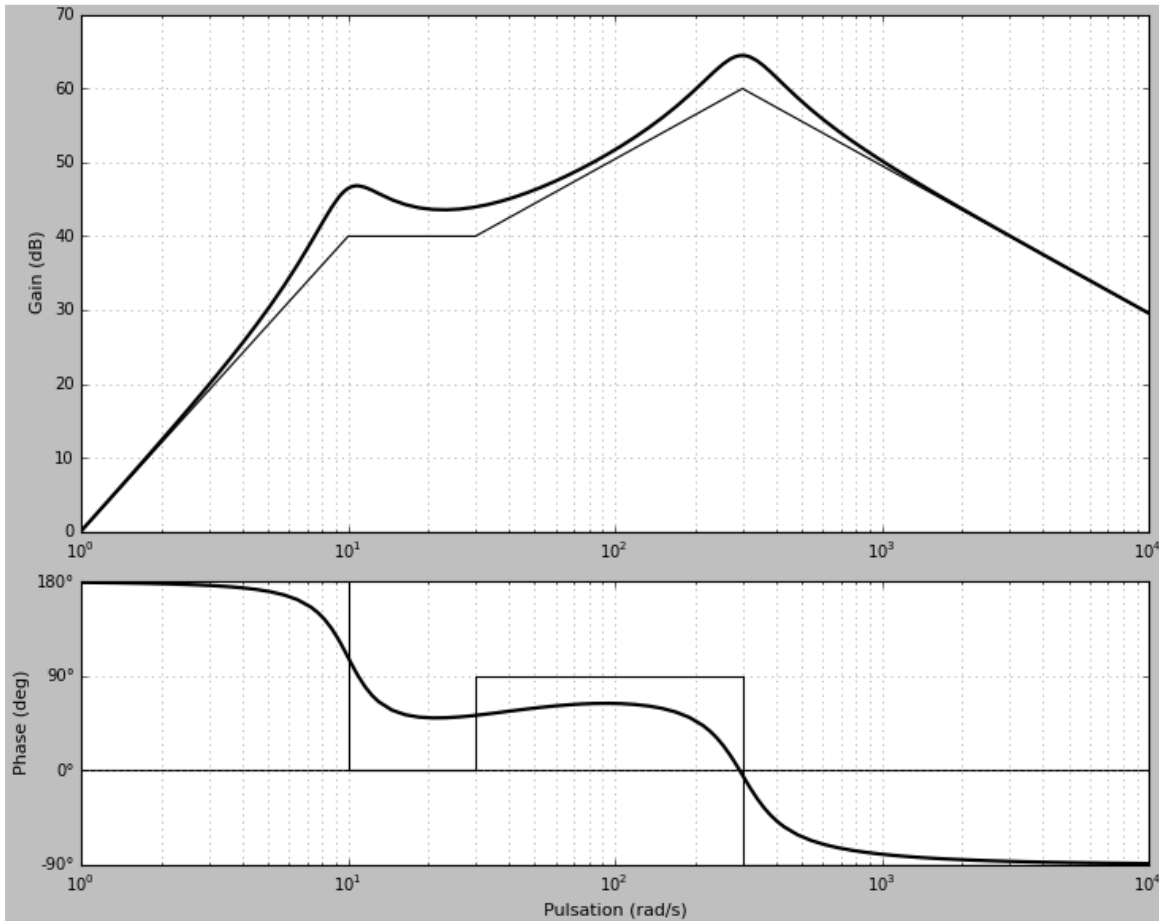
La fonction de transfert initiale $\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)}$ ayant été obtenue à l'aide d'un modèle théorique insuffisamment

précis, nous allons par la suite effectuer une expérience afin de déterminer directement $\frac{\Gamma_a(p)}{Z_p(p)}$ par

identification.

PARTIE 5 : amélioration du modèle par expérimentation et identification

- Q18.** Le lieu de Bode expérimental de cette fonction de transfert $H_{\text{exp}}(p) = \frac{\Gamma_a(p)}{Z_p(p)}$ est présenté sur la Figure 1. Identifier entièrement $H_{\text{exp}}(p)$, à partir du tracé expérimental, la fonction de transfert modélisant la réponse en accélération du système. Justifier. Tous les coefficients doivent être déterminés numériquement.



$$H_{\text{exp}}(p) = \frac{p^2(1+0,03p)}{\left(1 + \frac{2,0,25}{10}p + \frac{p^2}{100}\right)\left(1 + \frac{2,0,3}{300}p + \frac{p^2}{300^2}\right)}$$

- Q19.** Analyse de performances : indiquer la pulsation pour laquelle le facteur de charge au roulage est maximum (on définit ce facteur comme le rapport $\frac{\gamma_a(t)}{g}$ avec $g=9.81 \text{ m.s}^{-2}$) Que se passe-t-il si l'amplitude des aspérités de piste vaut $z_{p0} = 2\text{cm}$? Conclure sur la performance.

Pour $\omega = 300 \text{ rad.s}^{-1}$ le diagramme de Bode indique le plus grand maximum.

Le gain lu vaut : $\frac{\Gamma_a}{Z_p} \approx 60 \text{ dB} \Rightarrow \frac{\gamma_{a0}}{z_{p0}} \approx 1000 \Rightarrow \gamma_{a0} = 1000 z_{p0}$.

Pour $z_{p0} = 0,02 \text{ m}$, $\gamma_{a0} \approx 20 \text{ m.s}^{-2}$ et $n_r \approx 2$.

Pour remédier à ces désagréments, on utilise aujourd'hui des suspensions actives avec des amortisseurs réglables en temps réel à coefficient variables.

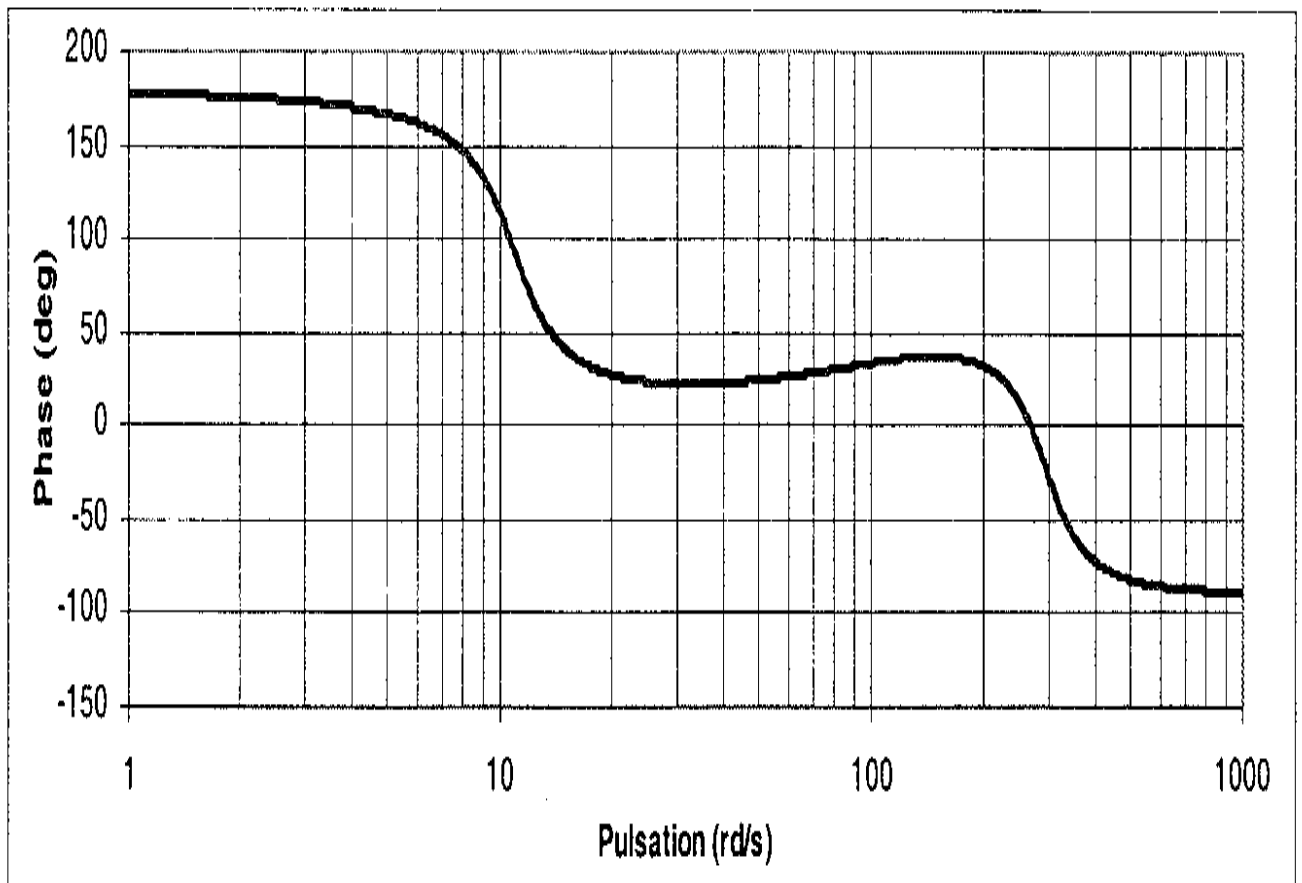
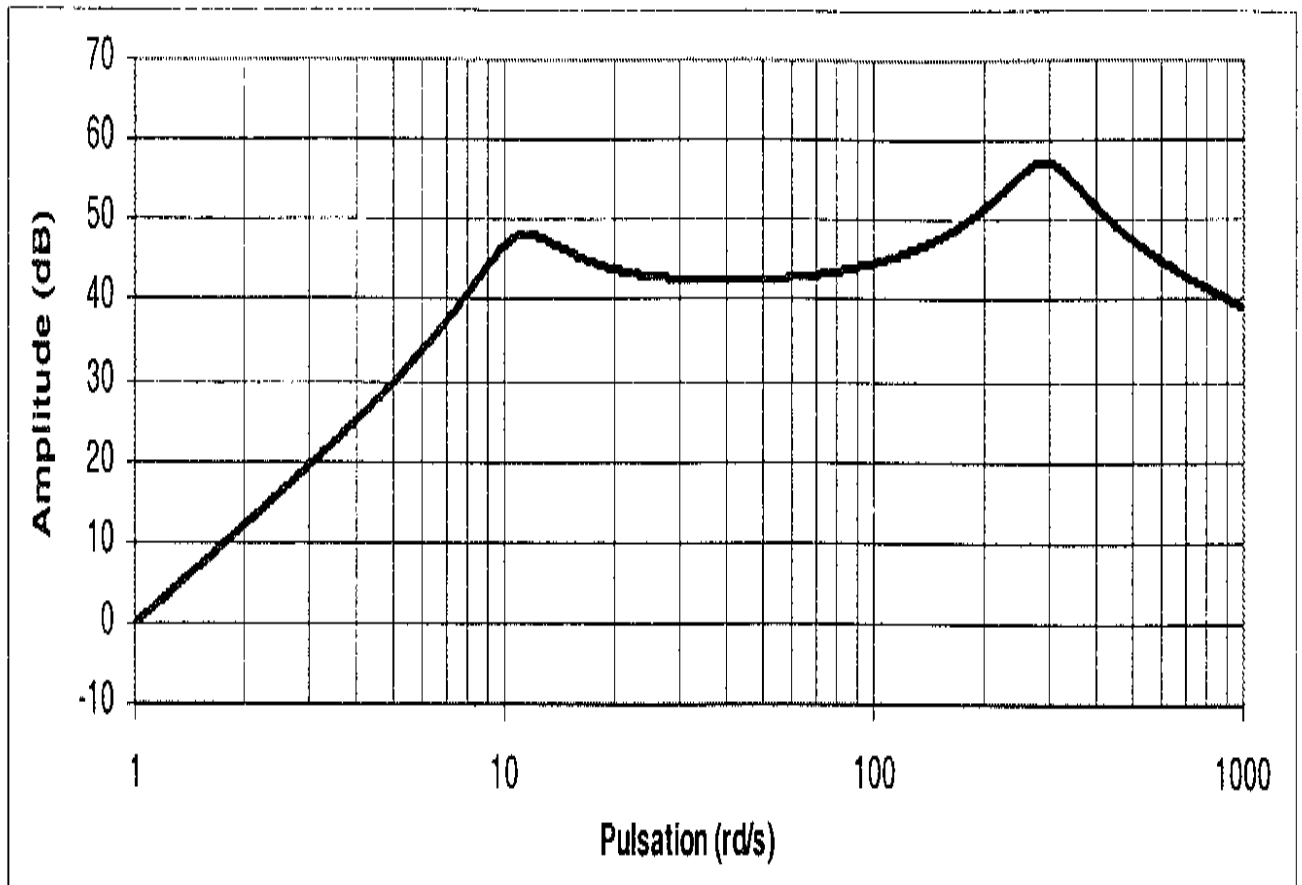


FIGURE 1