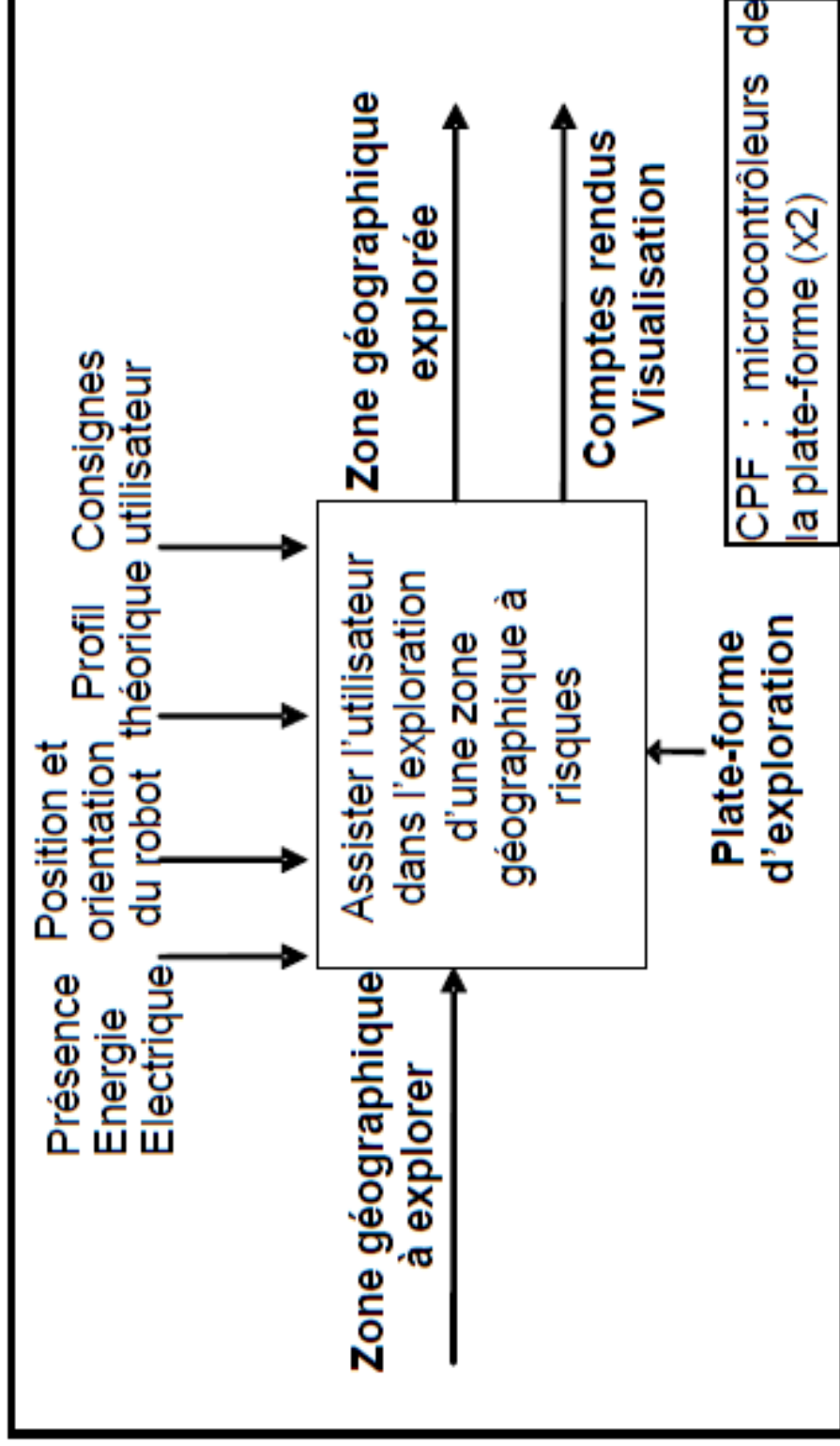




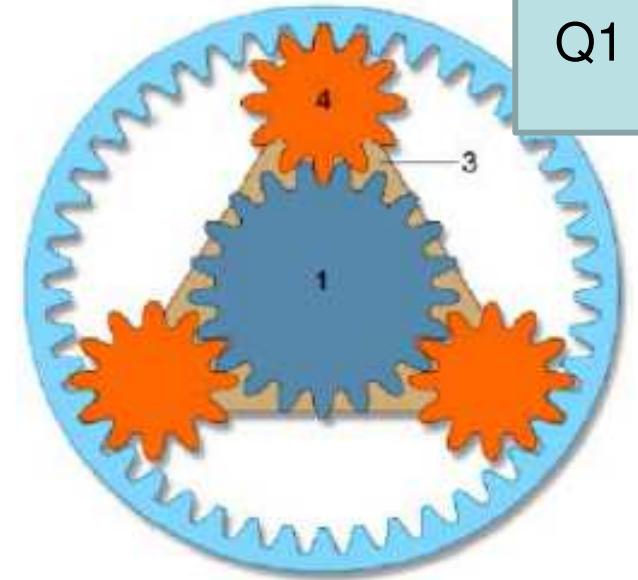


Exemple :

On donne le train épicycloïdal plan de type I suivant :

$Z_1 = 21$; $Z_2 = 45$; $Z_4 = 12$.

On étudie le fonctionnement avec planétaire extérieur 2 bloqué par rapport au bâti 0 : $\omega_{2/0} = 0$. On impose au planétaire intérieur 1 une vitesse constante $\omega_{1/0}$ et la sortie du mécanisme est la vitesse du porte-satellite.



Question 1 : En considérant l'engrènement de 1 et 4 (en prenant le porte-satellite comme référence des vitesses), écrire le rapport $\frac{\omega_{4/3}}{\omega_{1/3}}$ en fonction de Z_1 et Z_4 .

Question 2 : En considérant l'engrènement de 2 et 4 (en prenant le porte-satellite comme référence des vitesses), écrire le rapport $\frac{\omega_{4/3}}{\omega_{2/3}}$ en fonction de Z_2 et Z_4 .

Question 3 : En utilisant le fait que $\omega_{2/0} = 0$, trouver le rapport de réduction du réducteur en fonction des nombres de dents : $R_1 = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$

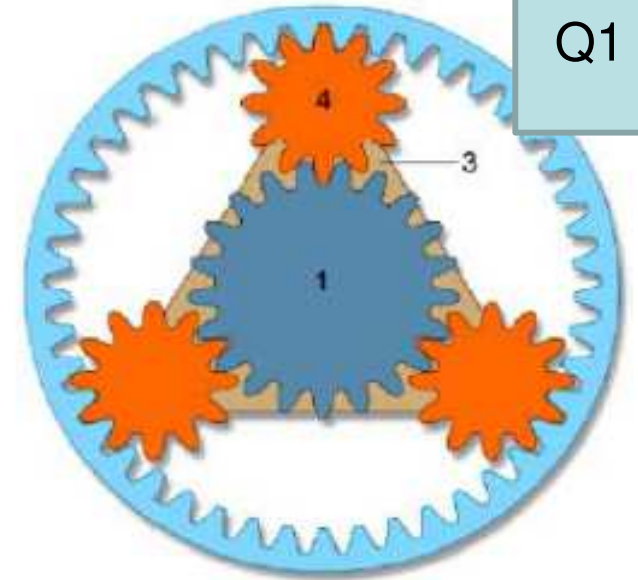
Question 4 : Reprendre le problème dans le cas où le planétaire intérieur est bloqué et la vitesse de sortie est celle du planétaire extérieur 2 .

Exemple :

On donne le train épicycloïdal plan de type I suivant :

$Z_1 = 21$; $Z_2 = 45$; $Z_4 = 12$.

On étudie le fonctionnement avec planétaire extérieur 2 bloqué par rapport au bâti 0 : $\omega_{2/0} = 0$. On impose au planétaire intérieur 1 une vitesse constante $\omega_{1/0}$ et la sortie du mécanisme est la vitesse du porte-satellite.



Réponse 1 :

$$\frac{\omega_{4/3}}{\omega_{1/3}} = -\frac{Z_1}{Z_4}$$

Réponse 2 :

$$\frac{\omega_{4/3}}{\omega_{2/3}} = \frac{Z_2}{Z_4}$$

Réponse 3 :

$$\omega_{2/0} = 0$$

$$R_1 = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = ?$$

$$\frac{\omega_{2/3}}{\omega_{1/3}} = -\frac{Z_1}{Z_2} \Leftrightarrow \frac{\omega_{2/0} + \omega_{0/3}}{\omega_{1/0} + \omega_{0/3}} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

$$\frac{\omega_{0/3}}{\omega_{1/0} + \omega_{0/3}} = -\frac{Z_1}{Z_2} \Leftrightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Réponse 4 :

$$\omega_{1/0} = 0$$

$$R_2 = \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{3/0}} = ?$$

$$\frac{\omega_{2/3}}{\omega_{1/3}} = -\frac{Z_1}{Z_2} \Leftrightarrow \frac{\omega_{2/0} + \omega_{0/3}}{\omega_{1/0} + \omega_{0/3}} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

$$\frac{\omega_{2/0} + \omega_{0/3}}{\omega_{0/3}} = -\frac{Z_1}{Z_2} \Leftrightarrow \frac{\omega_{2/0}}{\omega_{3/0}} = \frac{Z_2 + Z_1}{Z_2}$$

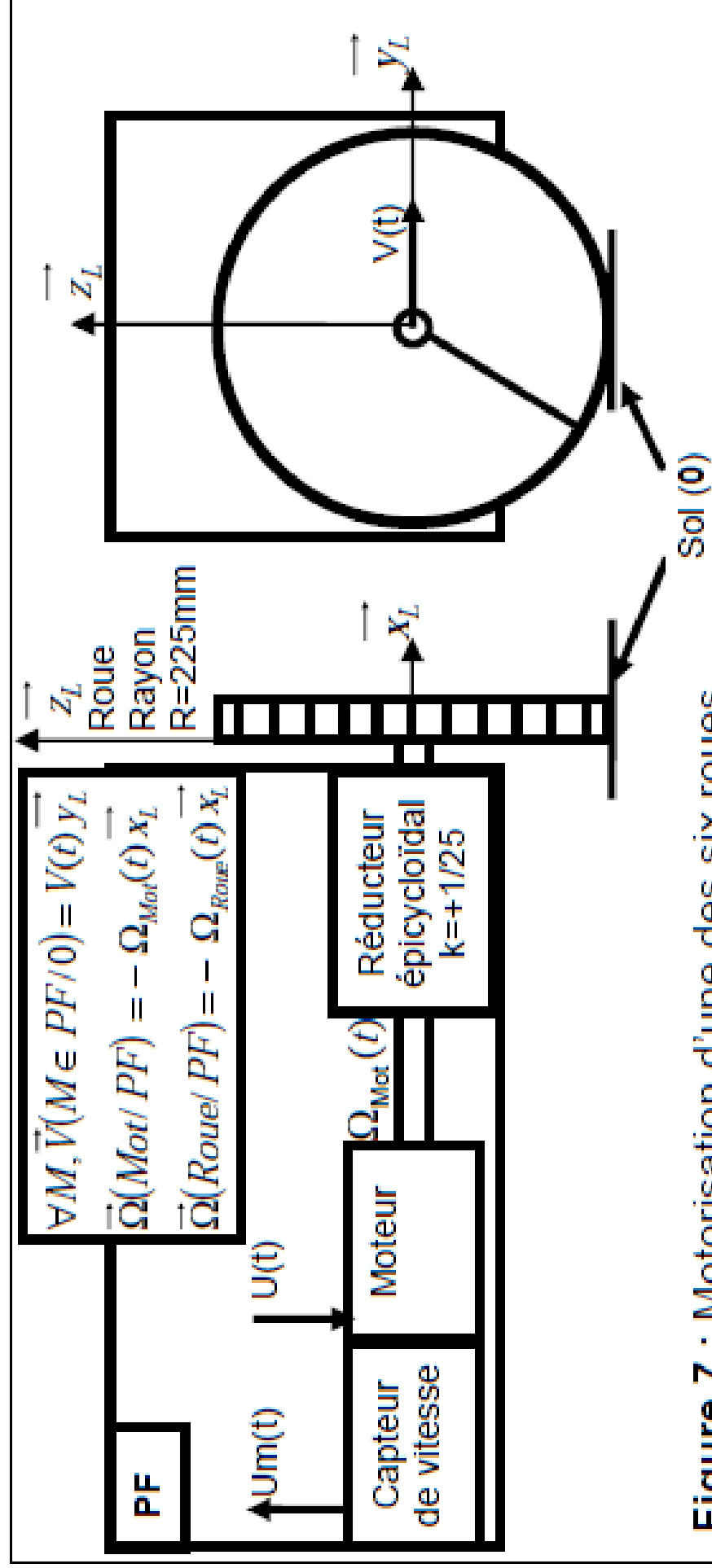
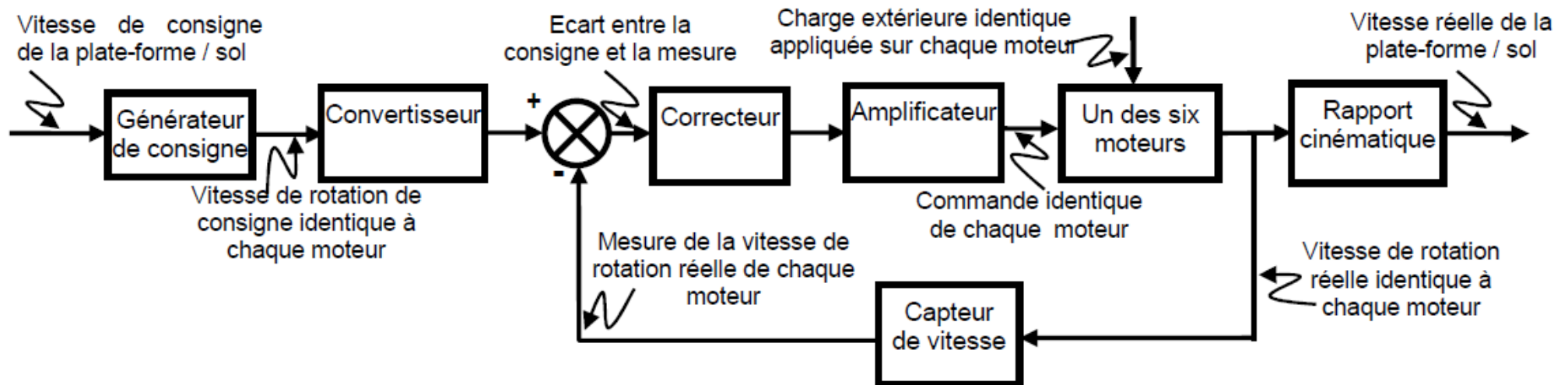


Figure 7 : Motorisation d'une des six roues

Fonction	Critères	Niveaux
Asservir en vitesse la plate-forme par rapport au sol	STABILITE • Marge de gain • Marge de phase	MG= 6dB mini Mφ= 45° mini
	PRECISION en poursuite • Erreur statique à un échelon de vitesse en régulation • Influence d'un échelon en couple de perturbation en régime permanent	Nulle Nulle
	RAPIDITE • Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse)	0,5 secondes



Blocs	Fonctions de transfert
Générateur de consigne	K_G (à déterminer)
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 20$ sans unité
Capteur de vitesse	$K_{Capt} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}/(\text{rad/s})$
Rapport cinématique	K_R (à déterminer)

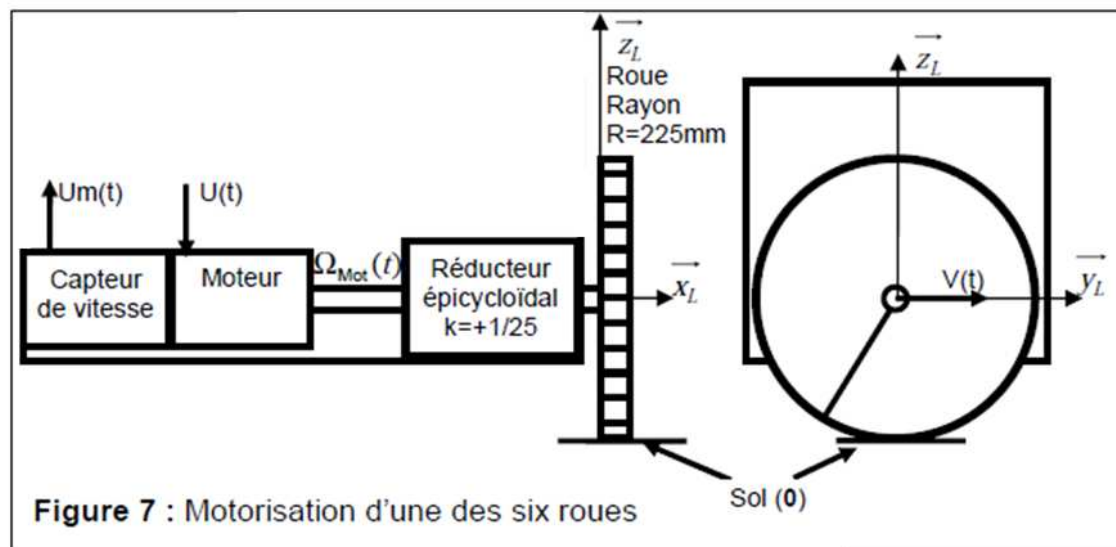
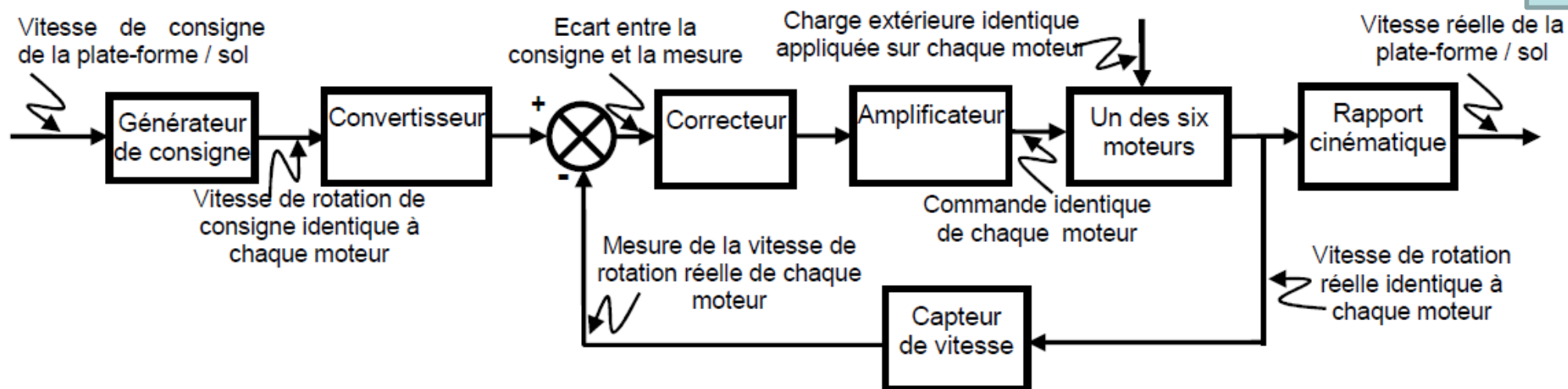
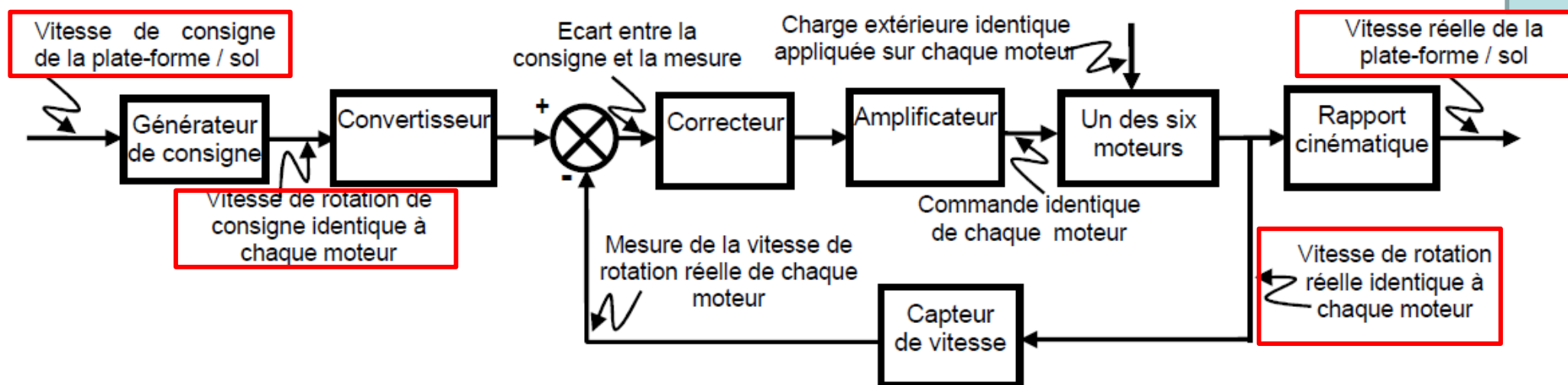


Figure 7 : Motorisation d'une des six roues

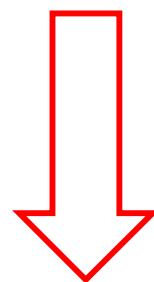
$$K_R = k R$$

$$\text{A.N. : } K_R = 9.10^{-3} \text{ m/rad}$$



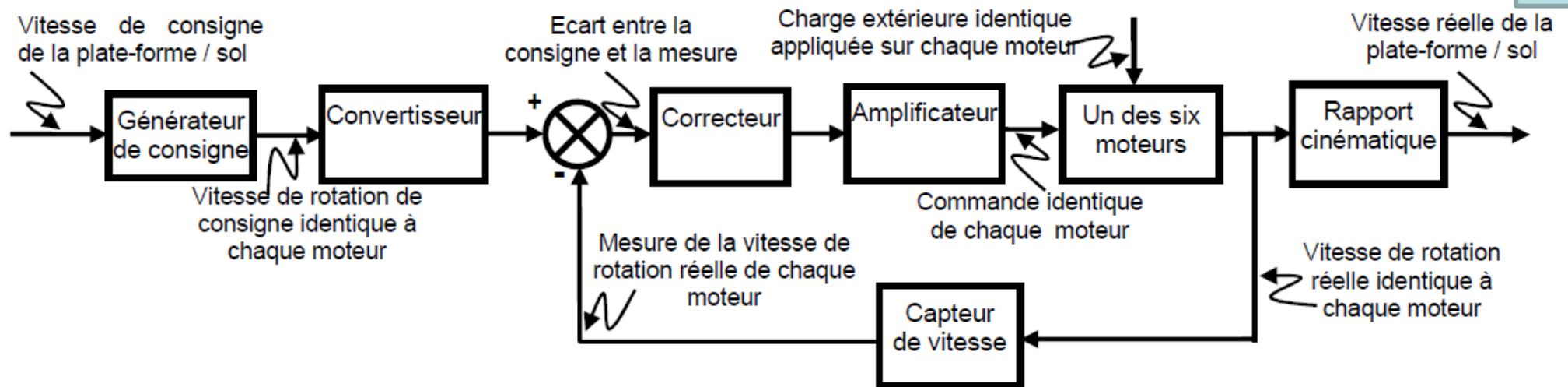
$$K_R = k R$$

A.N. : $K_R = 9.10^{-3} \text{ m/rad}$



$$K_G = \frac{1}{k R}$$

A.N. : $K_G = 111 \text{ Rad/m}$

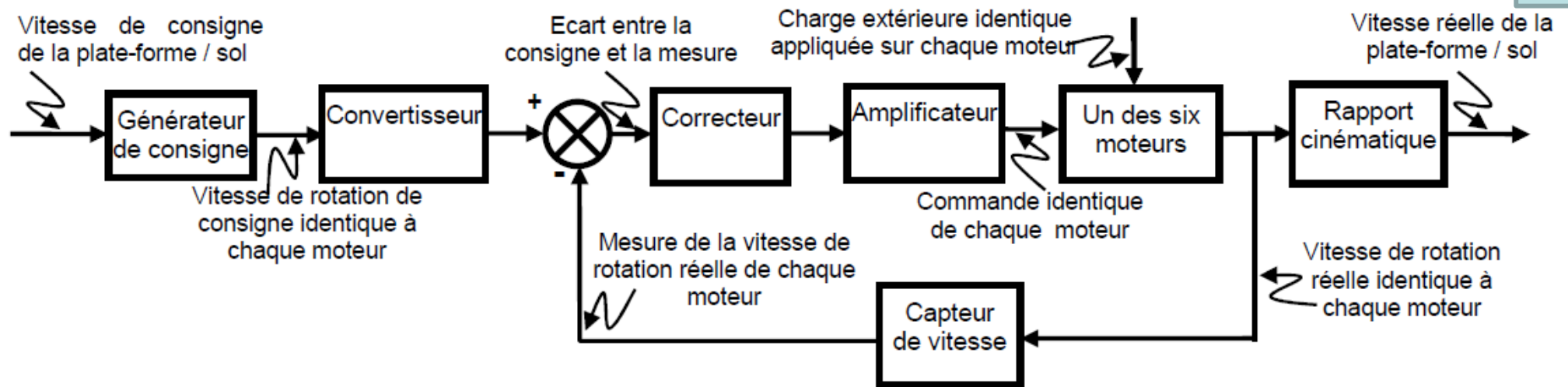


Si $\text{Vitesse de consigne de la plate-forme / sol} = \text{Vitesse réelle de la plate-forme / sol}$

Alors $\text{Ecart entre la consigne et la mesure} = 0$

$$K_{conv} = K_{capt}$$

$$\text{A.N. : } K_{conv} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}/(\text{rad.s}^{-1})$$



$$K_R = k R$$

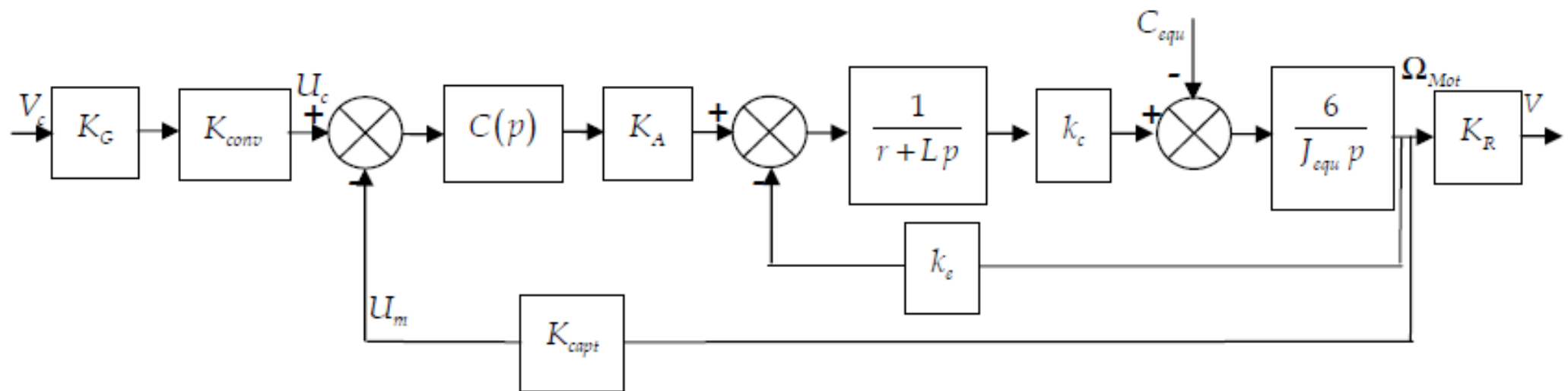
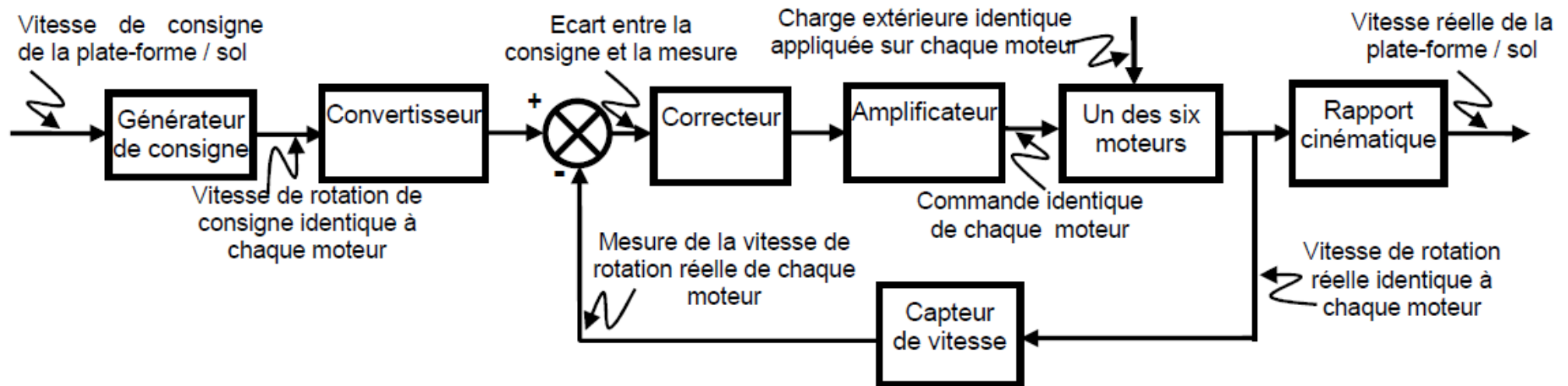
A.N. : $K_R = 9.10^{-3} \text{ m/rad}$

$$K_{conv} = K_{capt}$$

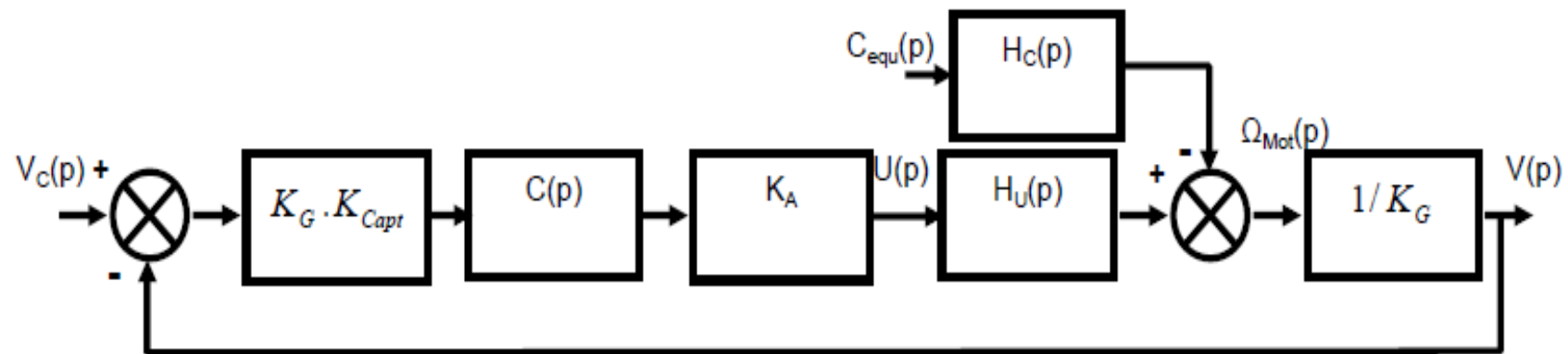
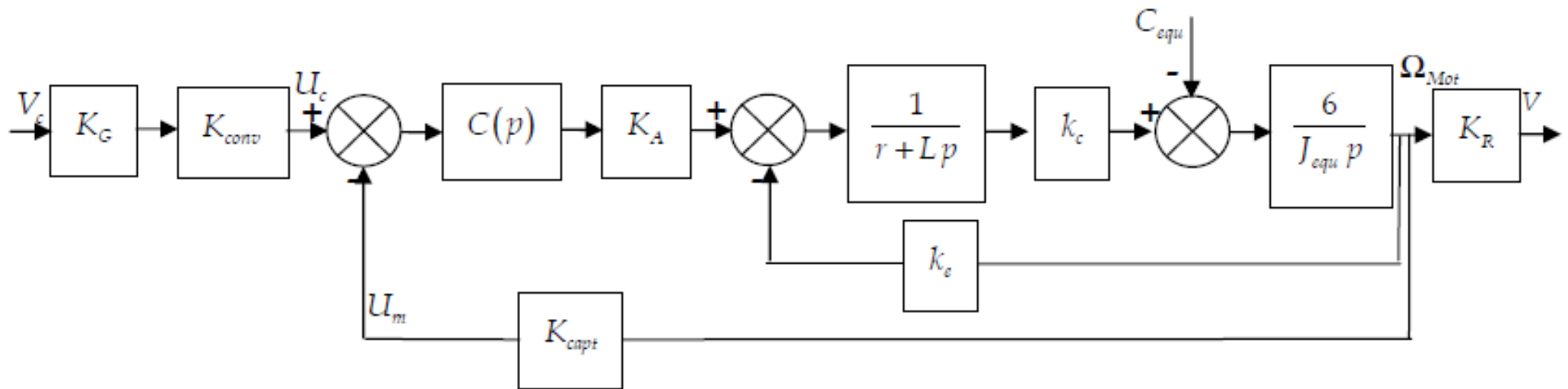
A.N. : $K_{conv} = 5.10^{-3} \text{ V/(rad.s}^{-1}\text{)}$

$$K_G = \frac{1}{k R}$$

A.N. : $K_G = 111 \text{ Rad/m}$

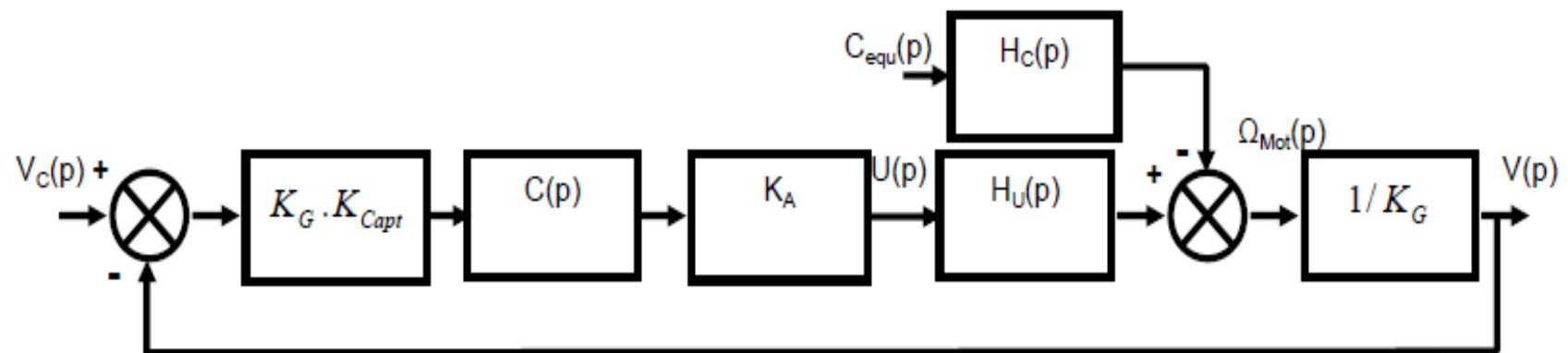
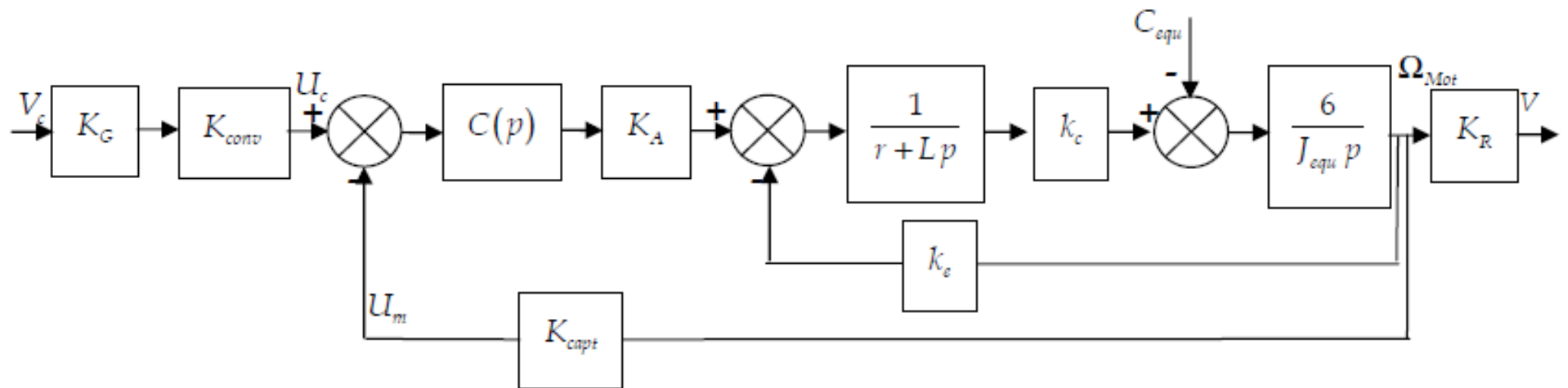


PROLONGEMENT



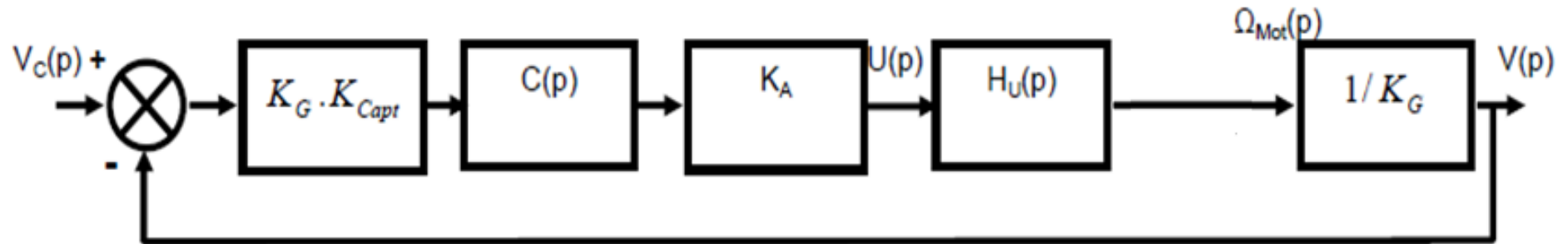
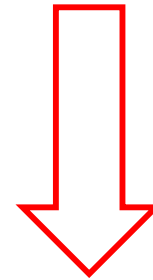
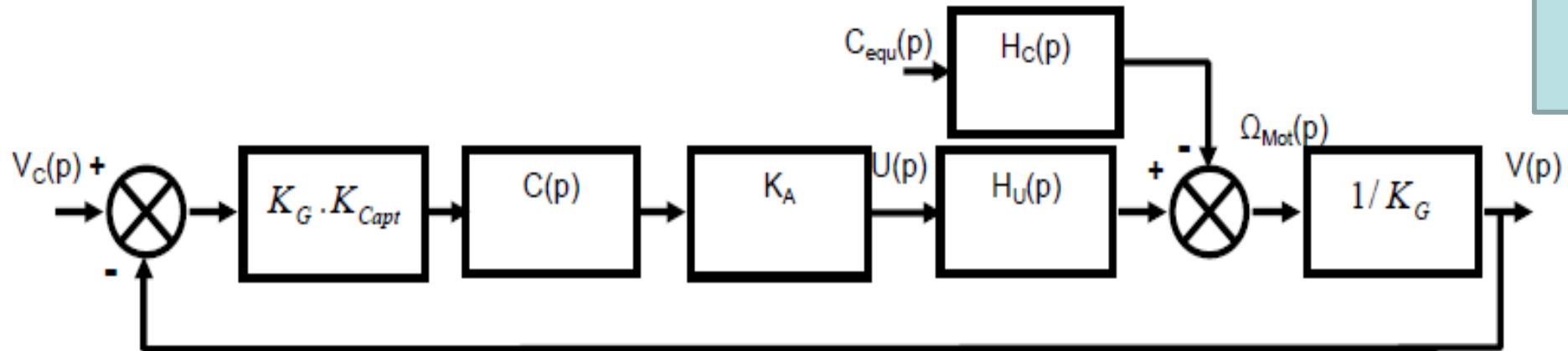
$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \text{et} \quad H_C(p) = \frac{K_C(1 + \frac{L}{r} p)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Q4



$$H_{BO}(p) = \dots$$

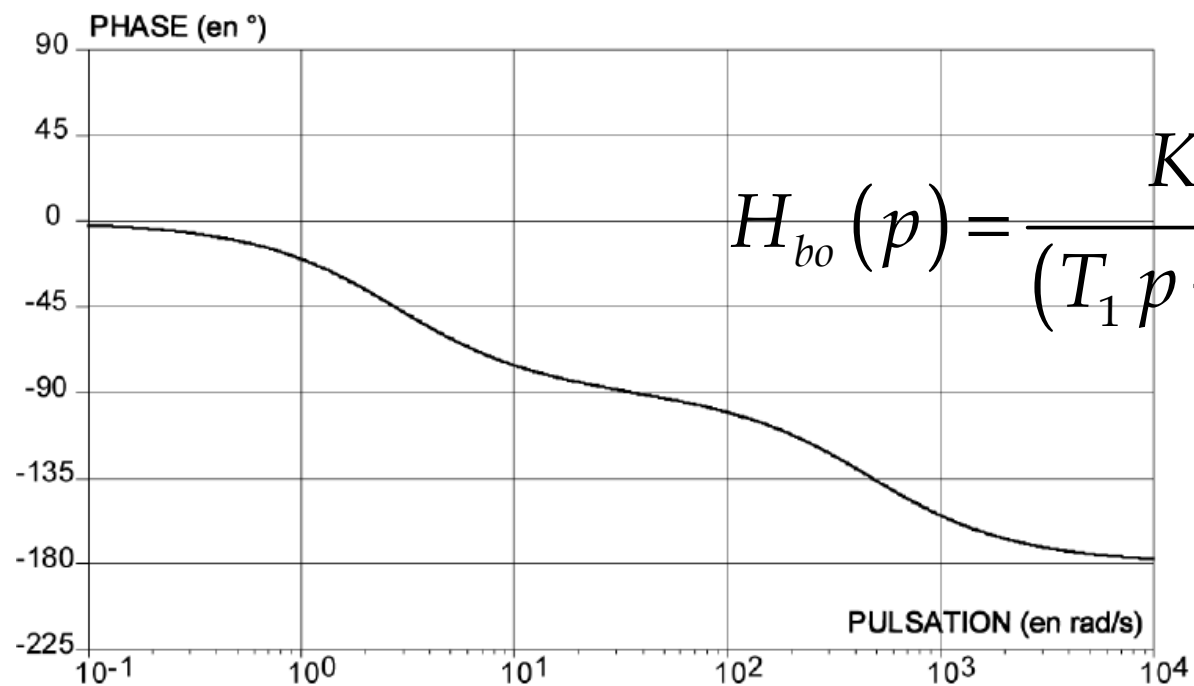
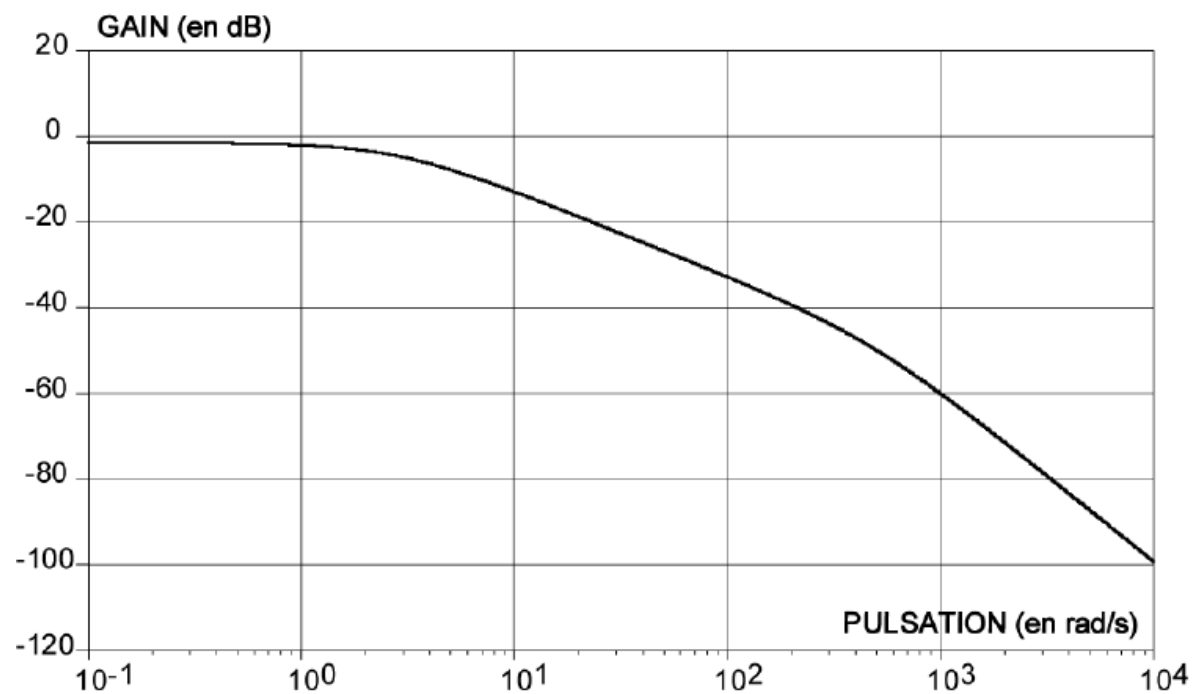
Q4



$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Q4

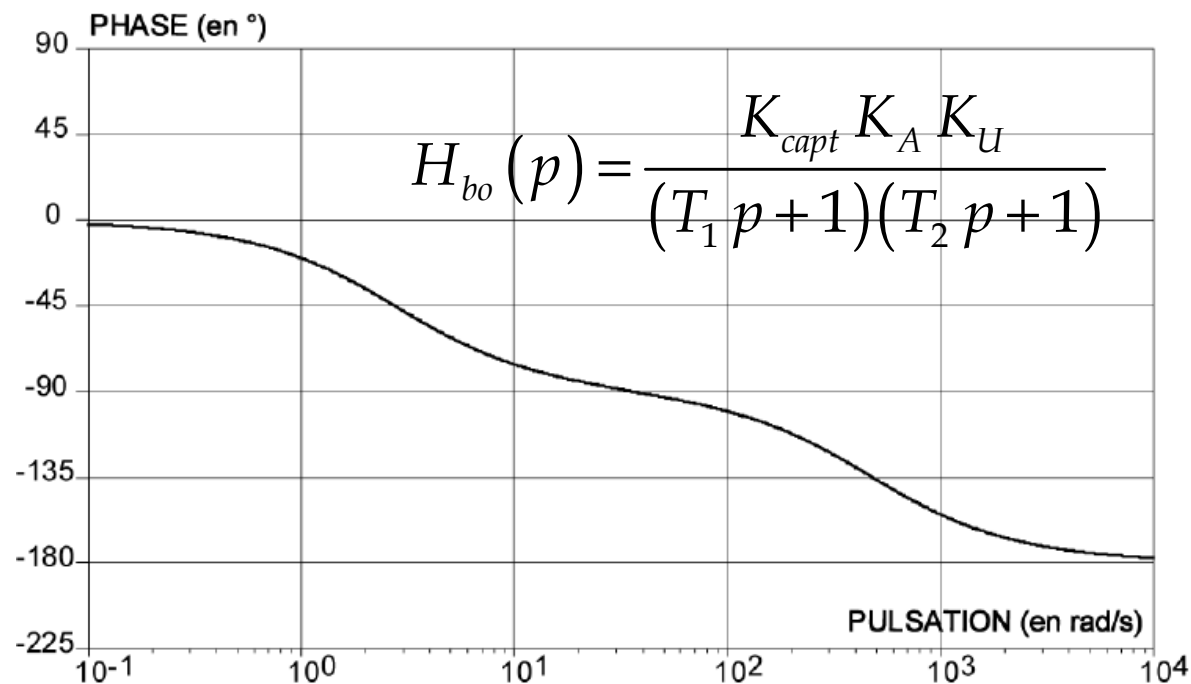
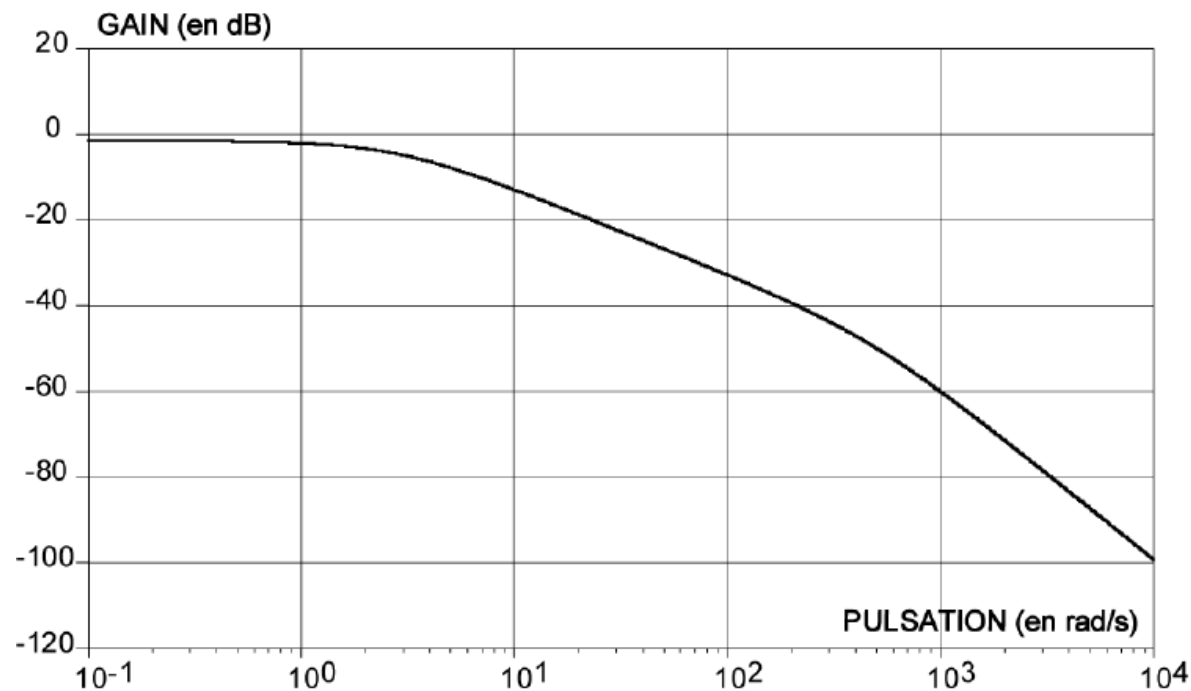
$$C(p) = 1$$



$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$$C(p) = 1$$

Méthode 1



Q4

$Mg \rightarrow \infty$

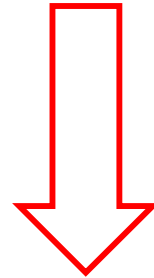
Lecture asymptotique

$Mp = 180^\circ$

$Mp = 180^\circ$
 $Mg \rightarrow \infty$

Méthode 2

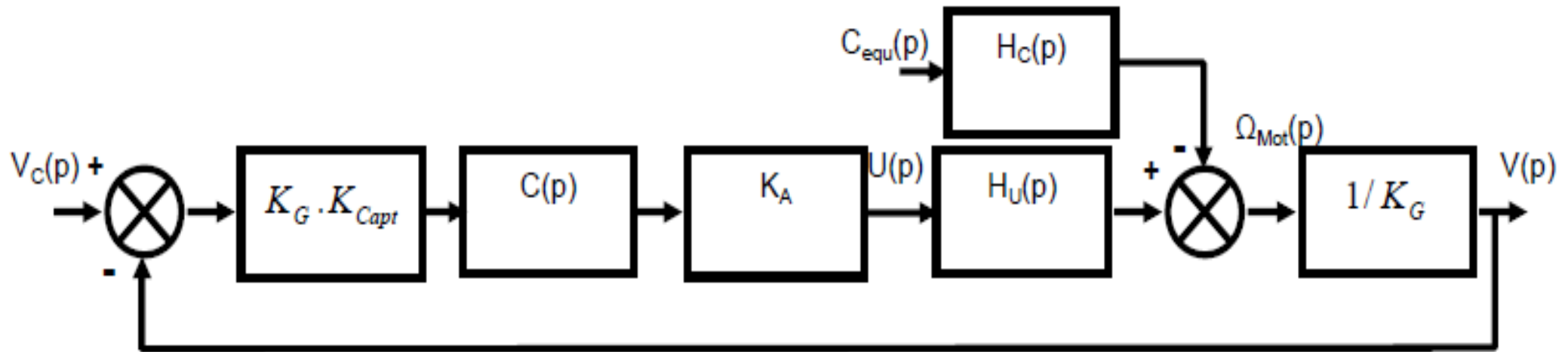
$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$



$H_{bf}(p) = H_{bo}(p) / (1 + H_{bo}(p)) \rightarrow$ second ordre stable naturellement

$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

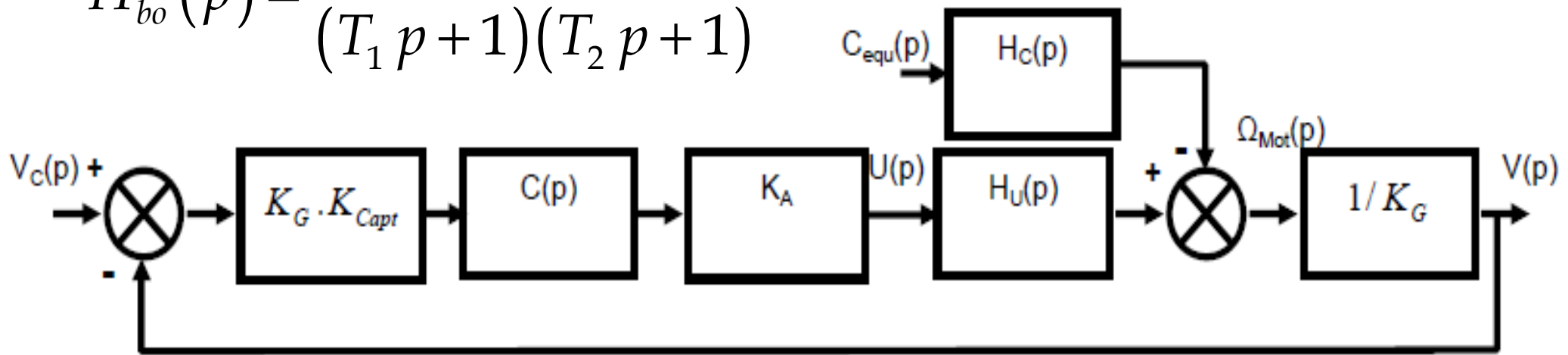
Q5



$$\varepsilon_V(p) = \dots$$

Méthode 1 : calcul (méthode longue)

$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$



$$\varepsilon_V(p) = V_c(p) - V(p)$$

$$V(p) = V_c(p)H_{bf}(p) + C(p)H_{rég}(p)$$

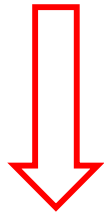
$$V(p) = \frac{V_{C0}}{p} H_{bf}(p) + \frac{C_0}{p} H_{rég}(p)$$

$$\varepsilon_V(p) = \frac{V_{C0}}{p} \underbrace{\left(1 - H_{bf}(p)\right)}_{\frac{1}{1+H_{bo}(p)}} - \frac{C_0}{p} H_{rég}(p)$$

Méthode 1 : calcul (méthode longue)

Méthode 1 : calcul (méthode longue)

$$\mathcal{E}_{V1\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{V_{C0}}{p} \underbrace{\left(1 - H_{bf}(p)\right)}_{\frac{1}{1+H_{bo}(p)}}$$



$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$$\mathcal{E}_{V1\infty} = \frac{V_{C0}}{1 + K_{capt} K_A K_U}$$

Désaccord avec le cahier des charges

Méthode 2 : tableau des erreurs

Tableau des erreurs statiques :

Q5

Consigne Classe α	Echelon $\frac{A}{p}$	Rampe $\frac{A}{p^2}$	Parabole $\frac{A}{p^3}$
$\alpha=0$	$\frac{A}{1+K}$	$+\infty$	$+\infty$
$\alpha=1$	0	$\frac{A}{K}$	$+\infty$
$\alpha=2$	0	0	$\frac{A}{K}$

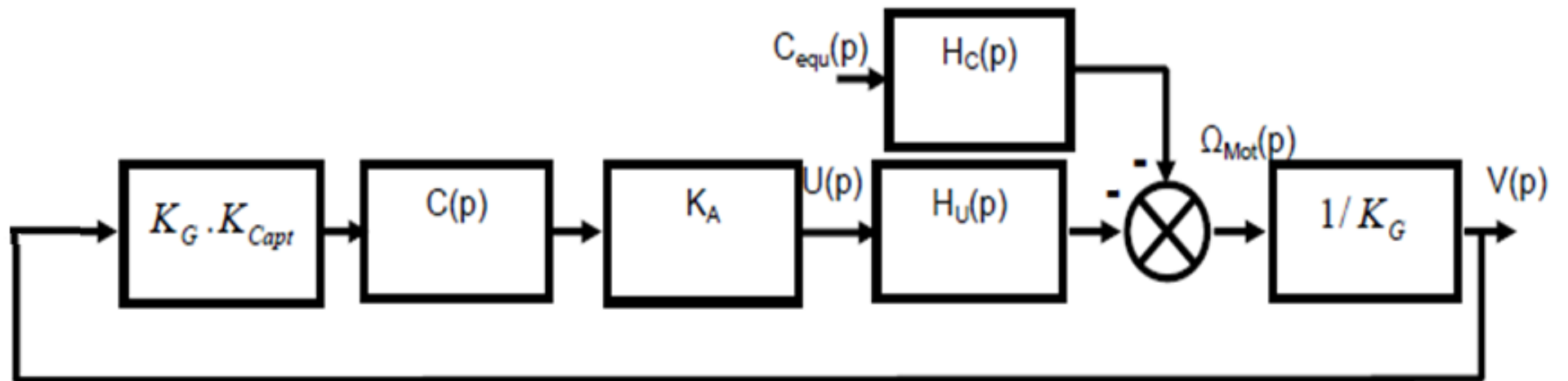
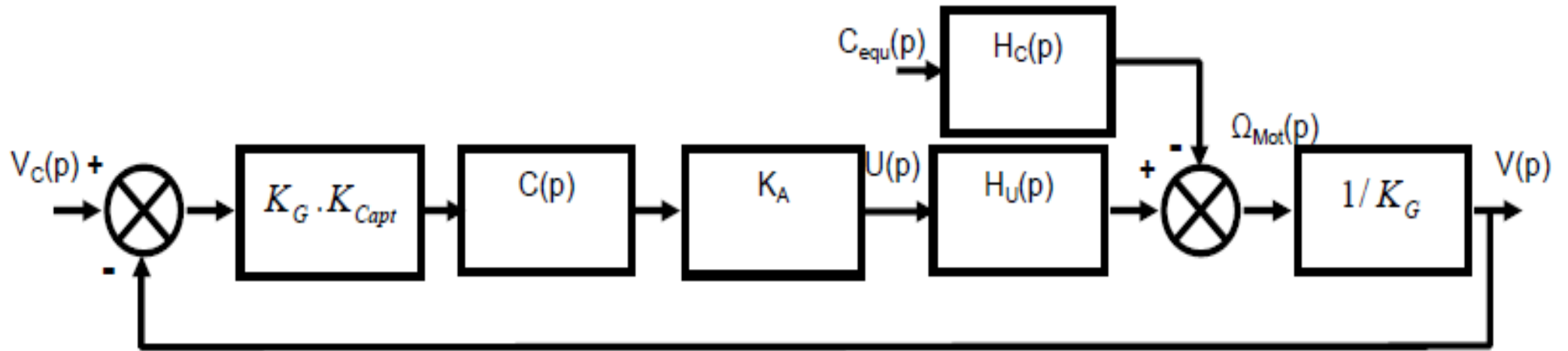
$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \varepsilon_{V1\infty} = \frac{V_{C0}}{1 + K_{capt} K_A K_U}$$

Désaccord avec le cahier des charges

$$\varepsilon_{V2\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{C_0}{p} H_{\text{rég}}(p)$$

$$H_{\text{rég}}(p) = \frac{V(p)}{C_{\text{équ}}(p)}$$

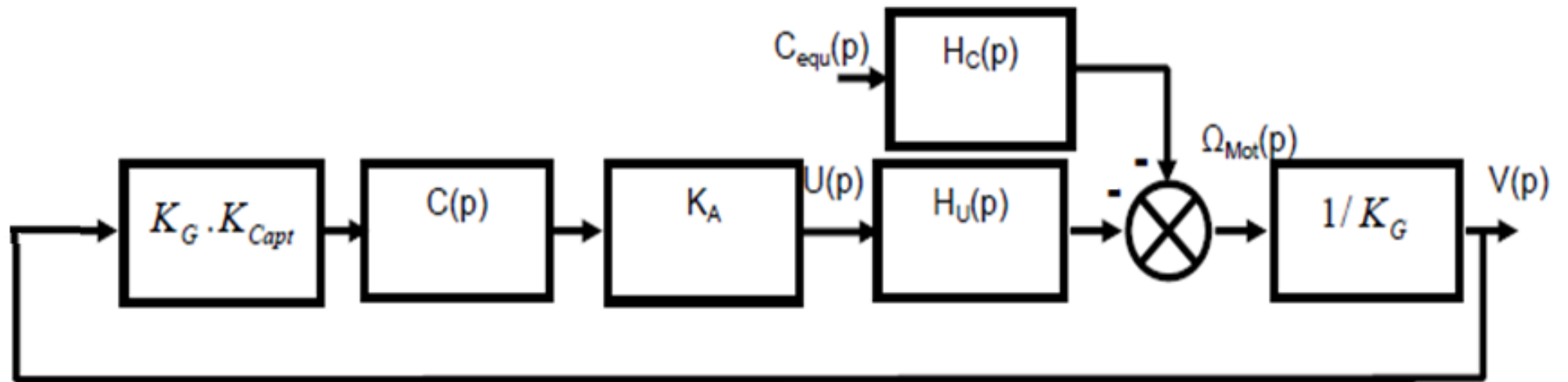
Q5



$$\varepsilon_{V2\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{C_0}{p} H_{\text{rég}}(p)$$

$$H_{\text{rég}(p)} = \frac{V(p)}{C_{\text{équ}}(p)}$$

Q5



$$H_{\text{rég}(p)} = -H_C(p) \frac{\frac{1}{K_G}}{1 + \frac{K_{\text{capt}} K_A K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}} = -\frac{\frac{K_C}{K_G} \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{K_{\text{capt}} K_A K_U + (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$$\mathcal{E}_{V_{2\infty}} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{C_0}{p} H_{\text{rég}}(p)$$

$$H_{\text{rég}(p)} = \frac{V(p)}{C_{\text{équ}}(p)}$$

Q5

$$H_{\text{rég}(p)} = - \frac{\frac{K_C}{K_G} \left(1 + \frac{L}{r} p \right)}{K_{\text{capt}} K_A K_U + (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

$$\mathcal{E}_{V_{2\infty}} = \frac{K_C C_0}{K_G \left(1 + K_{\text{capt}} K_A K_U \right)}$$

Désaccord avec le cahier des charges

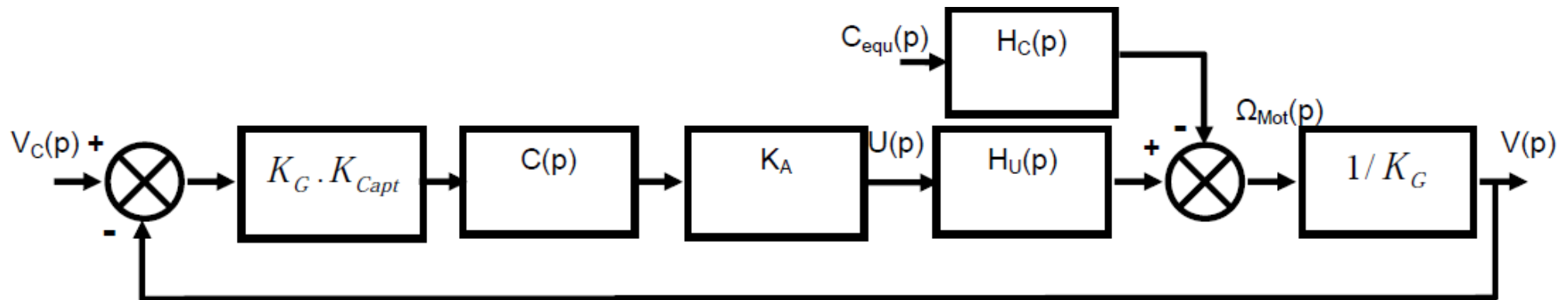


Figure 10 : Schéma bloc à retour unitaire

$H_U(p)$ et $H_C(p)$ sont les fonctions de transfert caractéristiques d'un des six moteurs. Nous retiendrons :

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \text{et} \quad H_C(p) = \frac{K_C \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

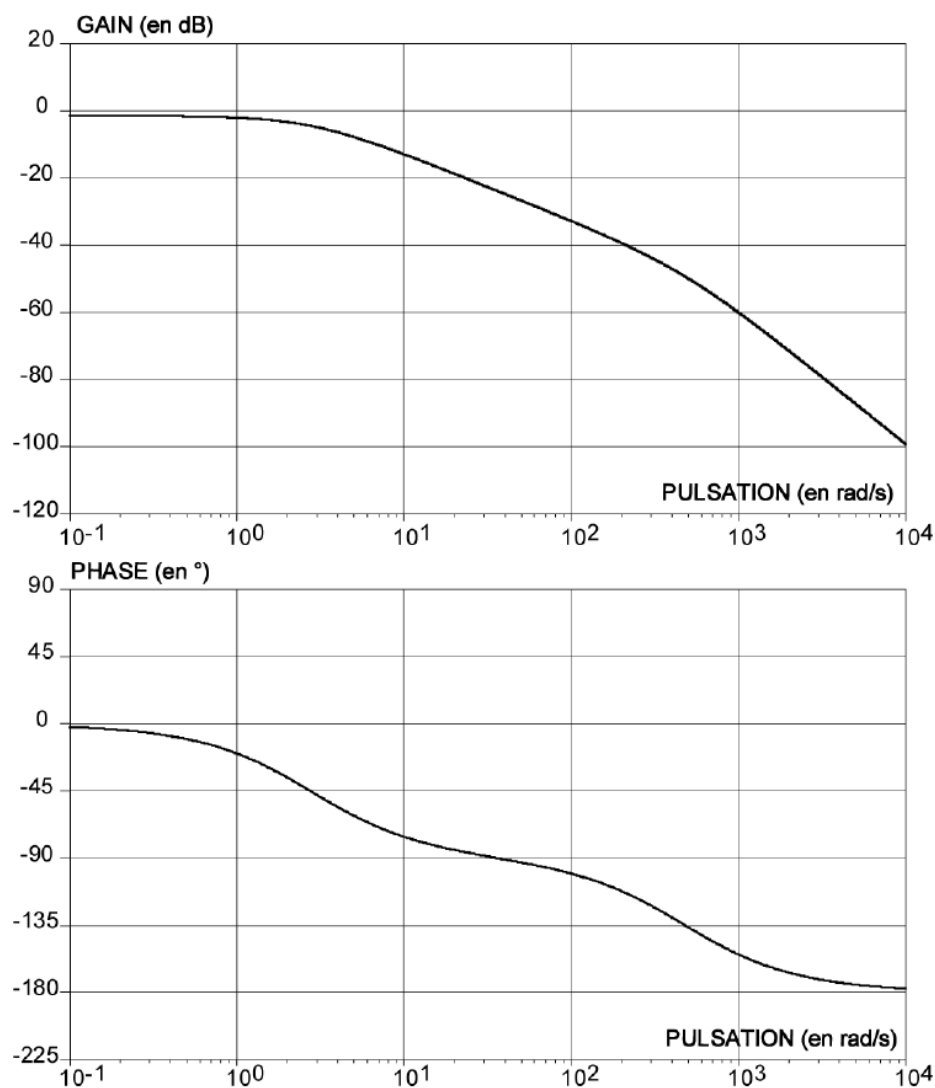
$$K_U = 8,3 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}, \quad K_C = 152,7 \text{ rad.s}^{-1}.\text{N}^{-1}.\text{m}^{-1}, \quad T_1 = 2,1 \text{ ms} \quad \text{et} \quad T_2 = 0,36 \text{ s}$$

Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Q6

Son rôle est **d'annuler les erreurs statiques en poursuite et en régulation** (puisque le correcteur est en amont de la perturbation).

Un tel correcteur, par le déphasage constant de -90 degrés en fonction de la pulsation, est **déstabilisant** : les marges de stabilité sont à vérifier. Il peut aussi ralentir le système, en prolongeant la durée du régime transitoire (indiquée par le temps de réponse à 5 %).



Q7

$$FTBO(p) = \frac{K_{cap} \times K_A \times K_U}{(1 + 2,1 \cdot 10^{-3} p)(1 + 0,36 p)}$$

$$K_{cap} \times K_A \times K_U = 5 \cdot 10^{-3} \times 8,3 \times 20 = 0,83$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\tau_1} = 2,7 \text{ rad.s}^{-1}$$

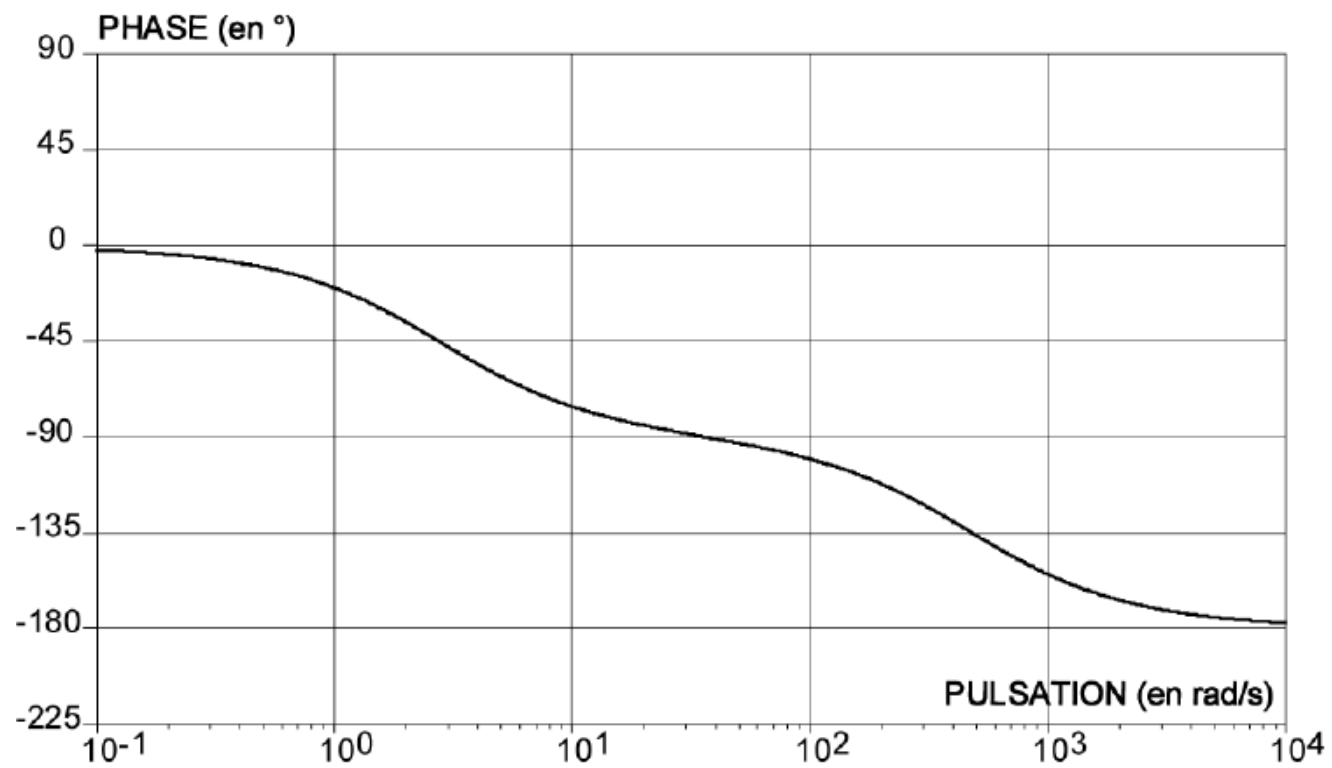
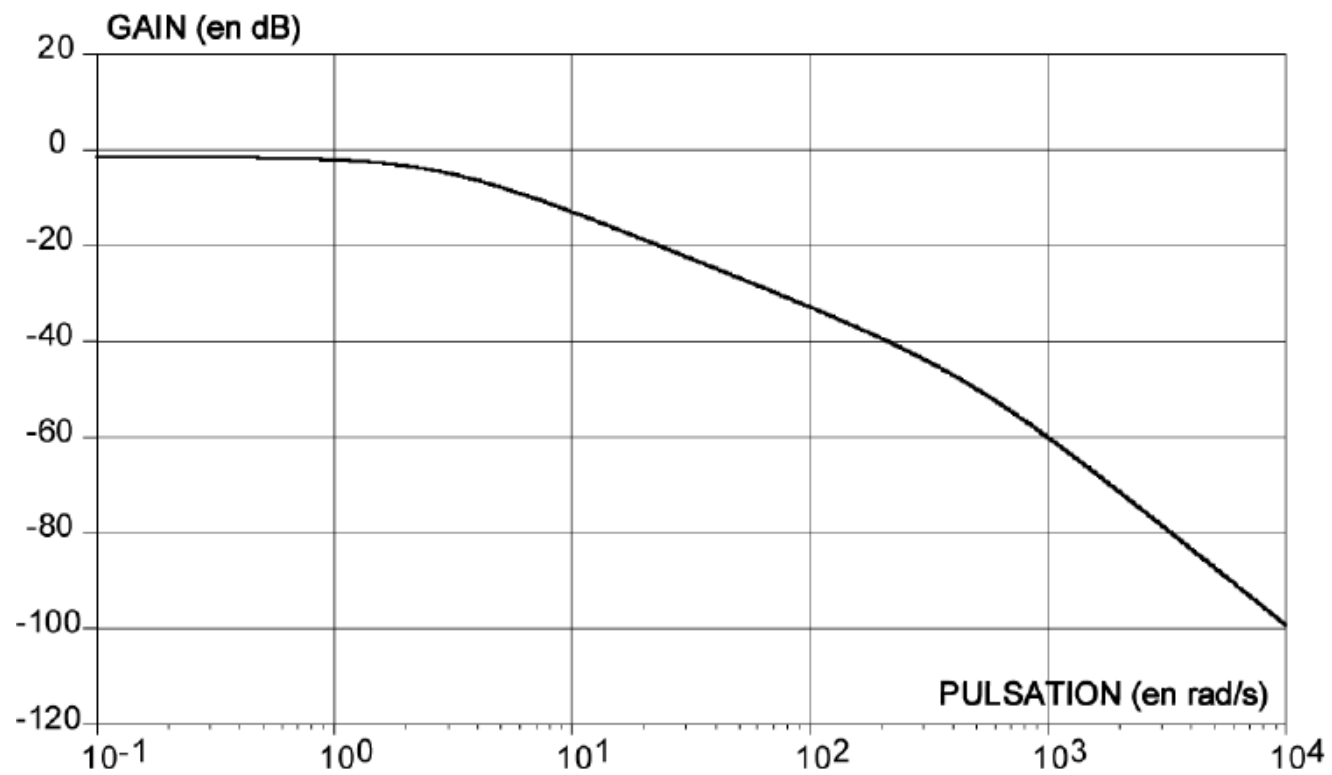
$$\omega_2 = \frac{1}{\tau_2} = 476 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\omega_0 = 36 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$FTBO_{NC}(p) = \frac{0,83}{(1 + 2,1 \cdot 10^{-3} p)(1 + 0,36 p)}$$

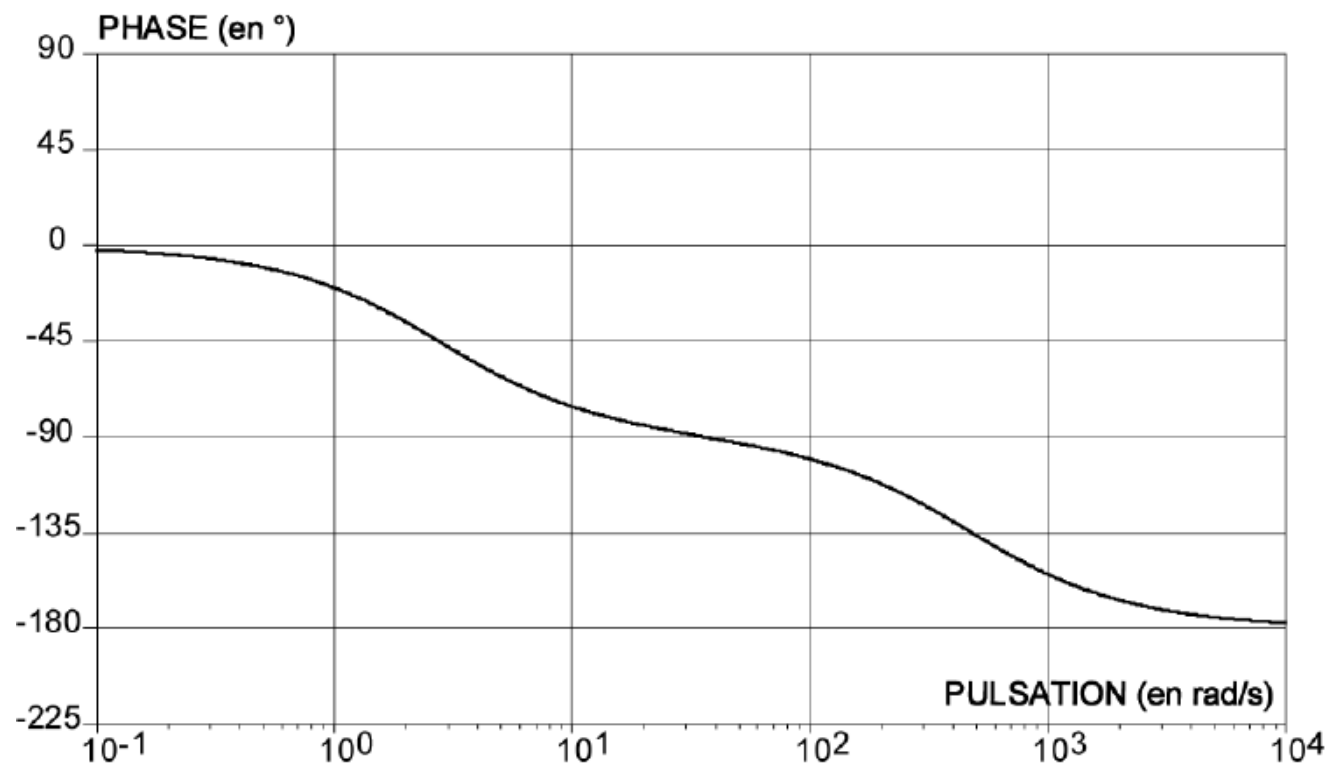
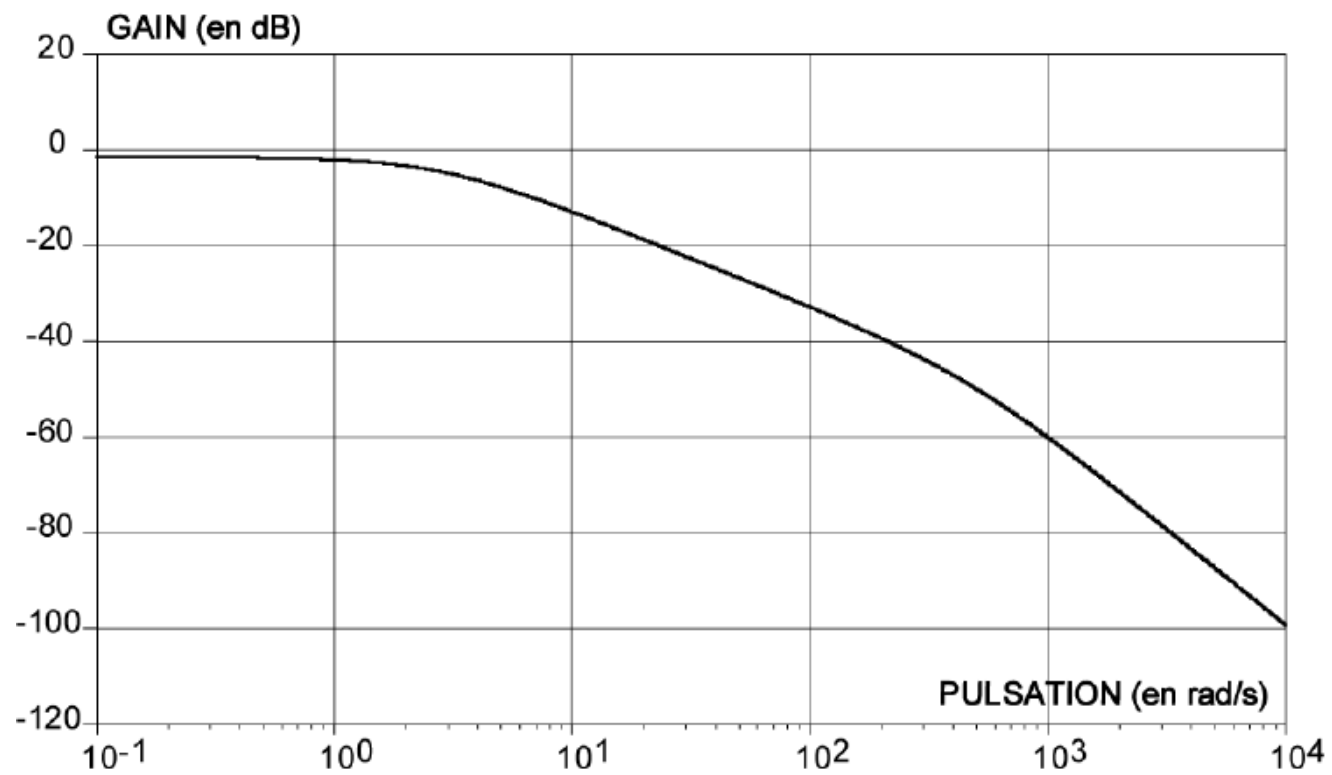
$$FTBO_c(p) = \frac{0,83 KI}{p(1 + 2,1 \cdot 10^{-3} p)(1 + 0,36 p)}$$

$$C(p) = \frac{K_I}{p}$$



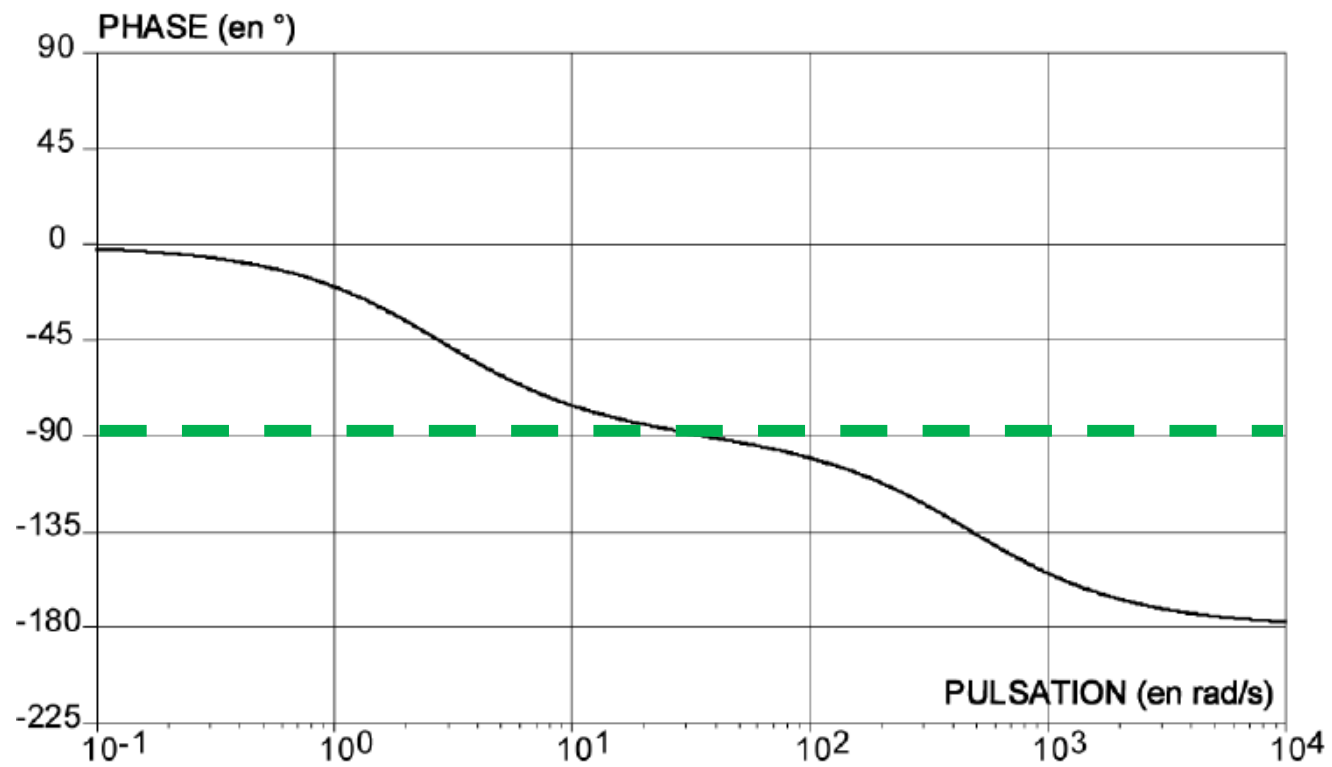
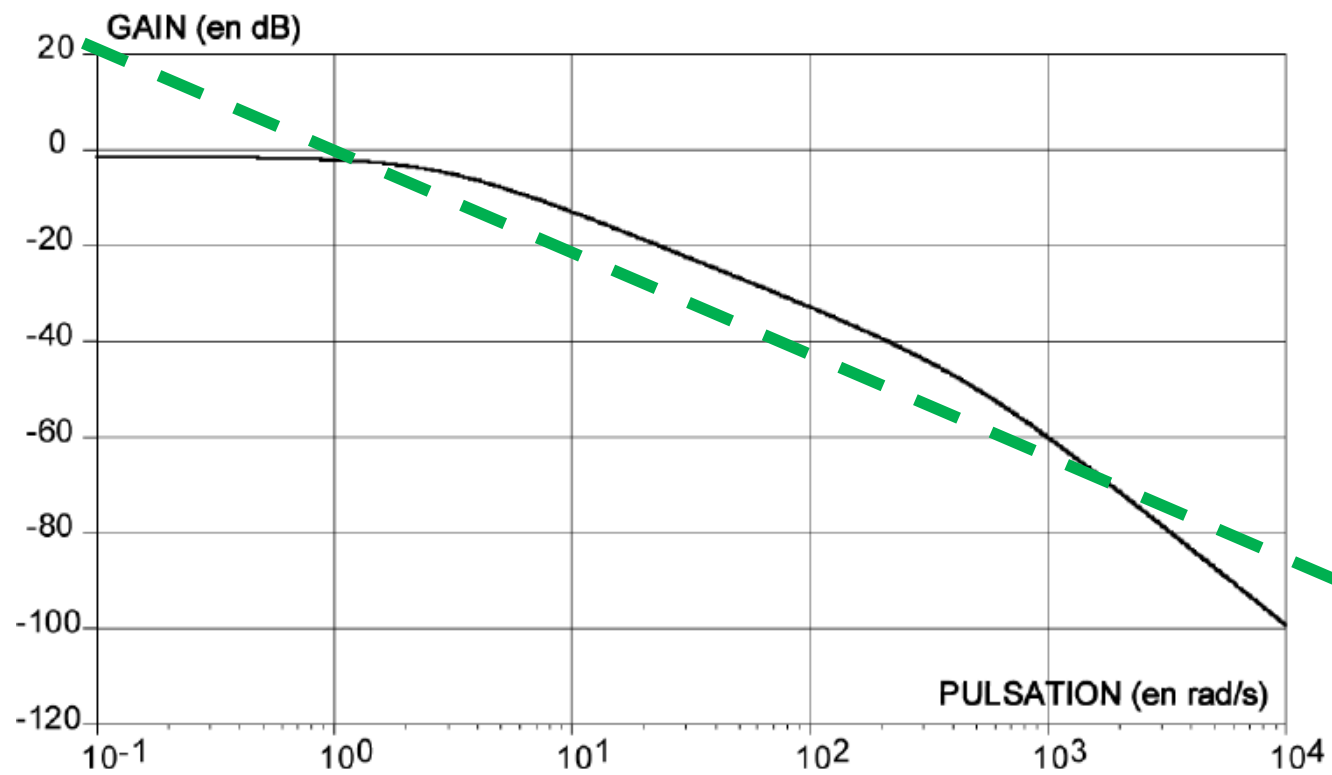
Q7

$$C(p) = \frac{1}{p}$$



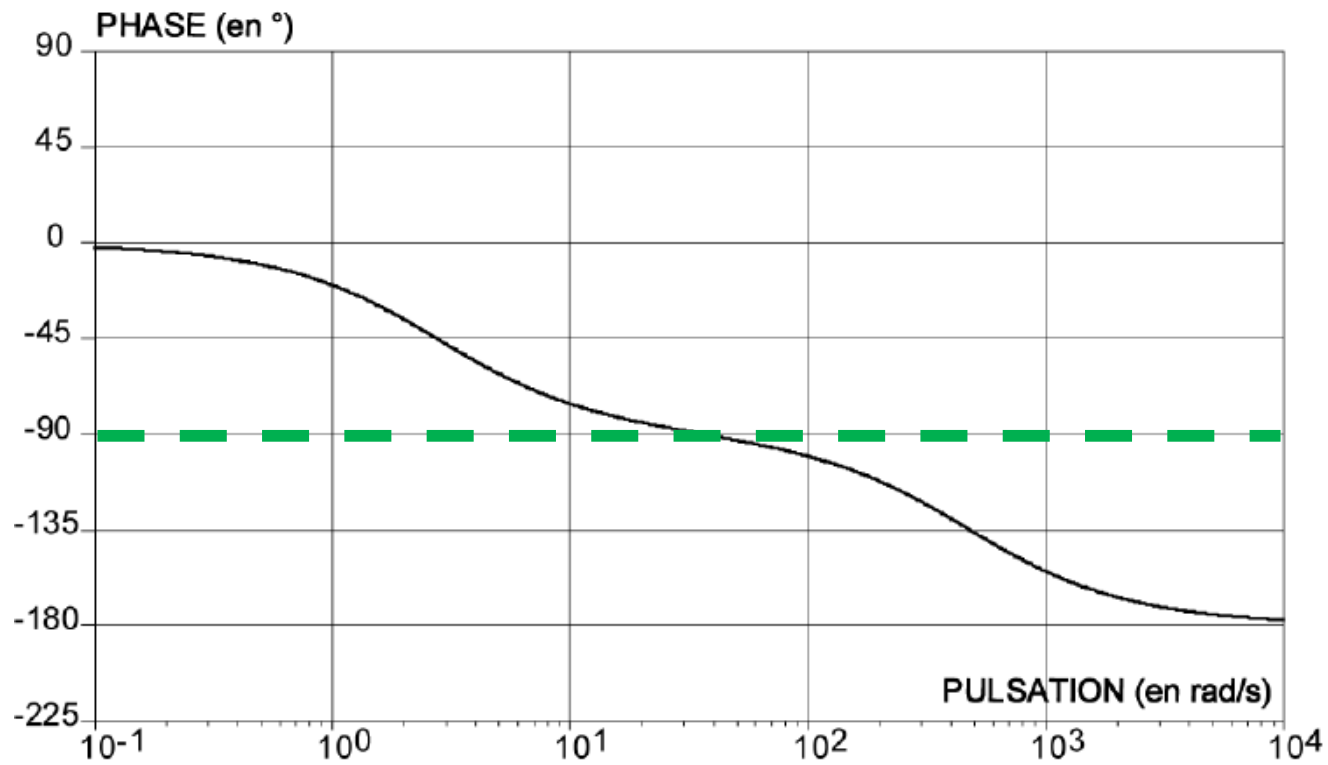
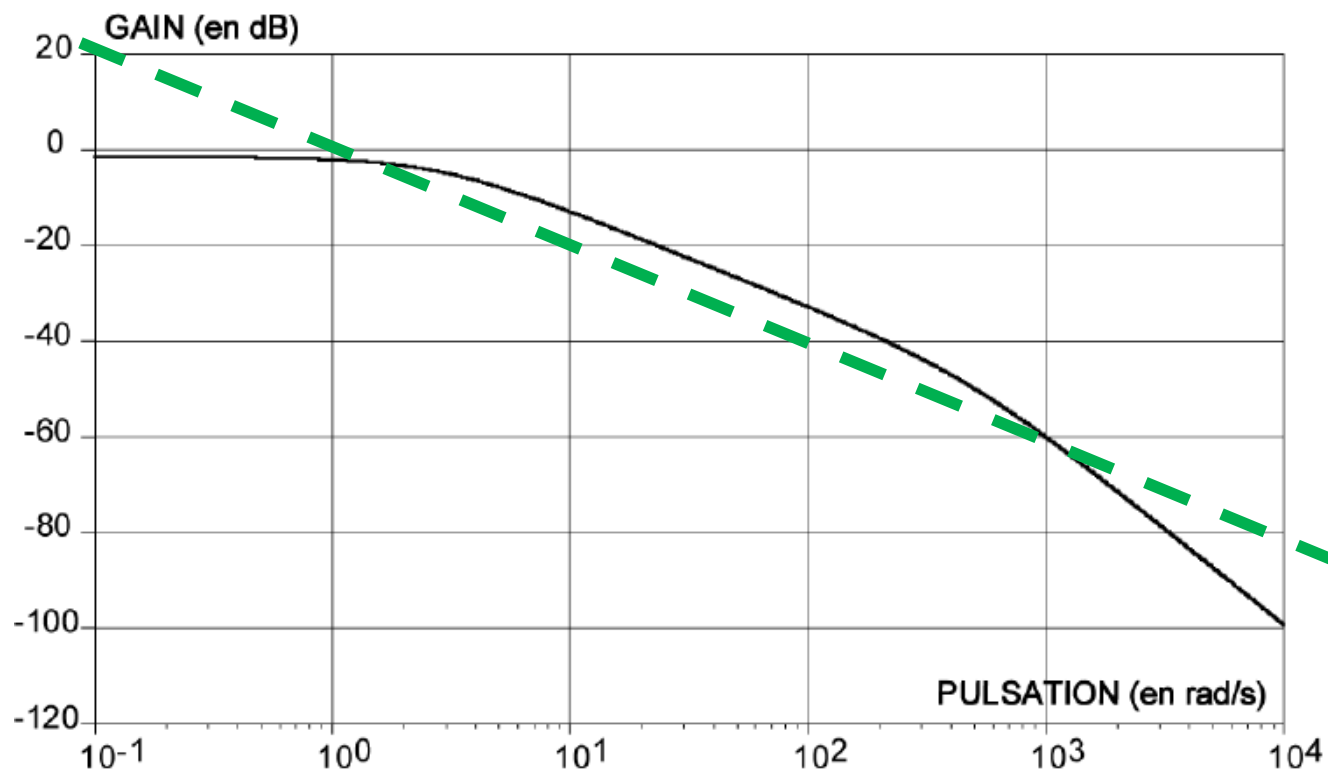
Q7

$$C(p) = \frac{1}{p}$$



Q7

$$C(p) = \frac{1}{p}$$



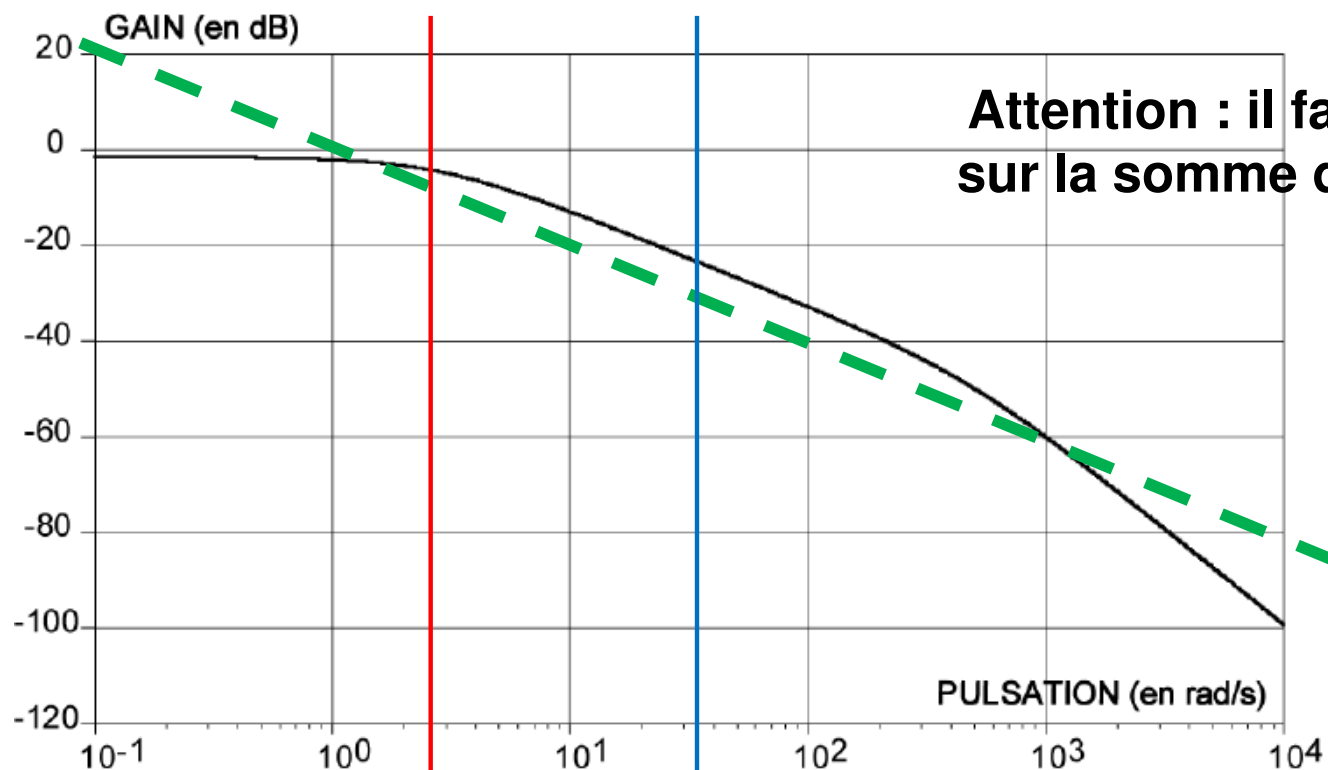
$$C(p) = \frac{1}{p}$$

$$FTBO_{NC}(p) = \frac{0,83}{(1 + 2,1 \cdot 10^{-3} p)(1 + 0,36 p)}$$

$$K_I = ?$$

$$M_{\phi} \geq 45 \text{ degrés}$$

$$MG \geq 6 \text{ dB}$$



Q7

$$C(p) = \frac{1}{p}$$

$$FTBO_{NC}(p) = \frac{0,83}{(1 + 2,1 \cdot 10^{-3} p)(1 + 0,36 p)}$$

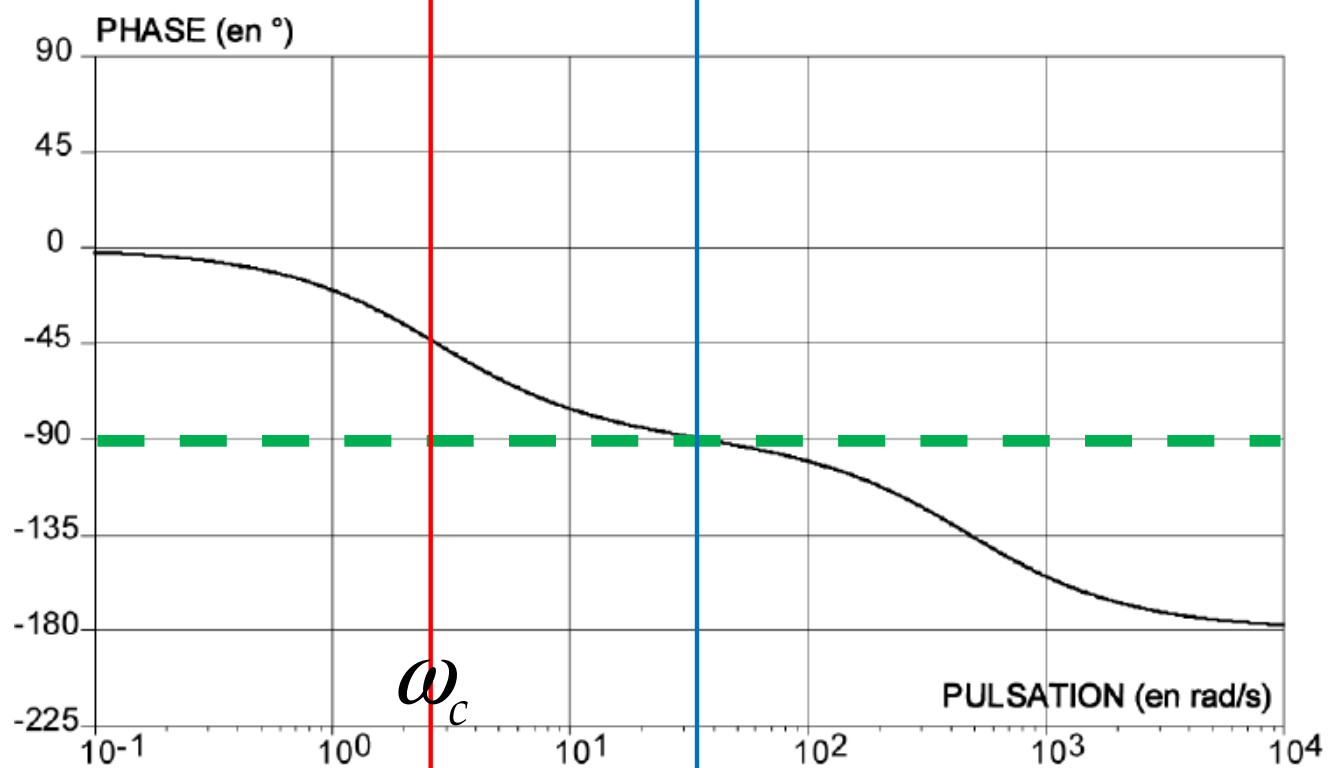
$$K_I = ?$$

$$M\phi \geq 45 \text{ degrés}$$

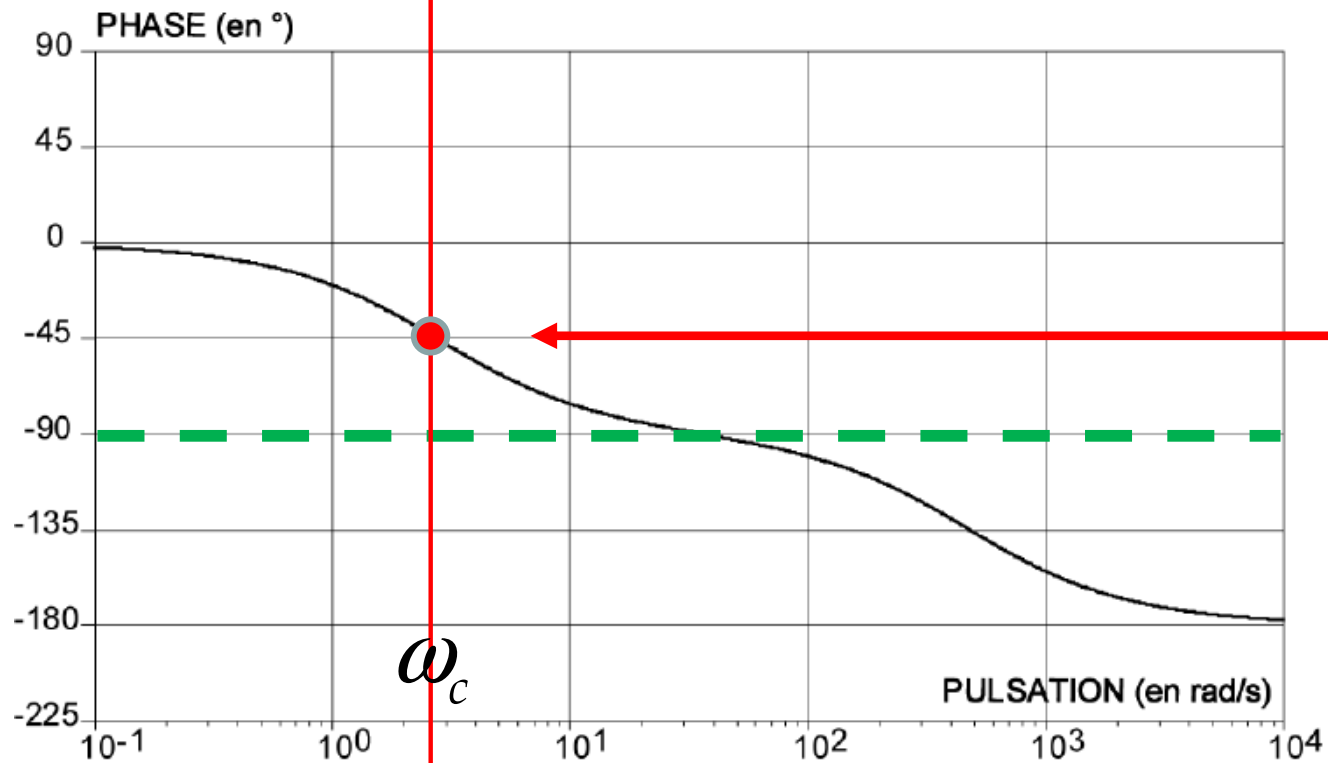
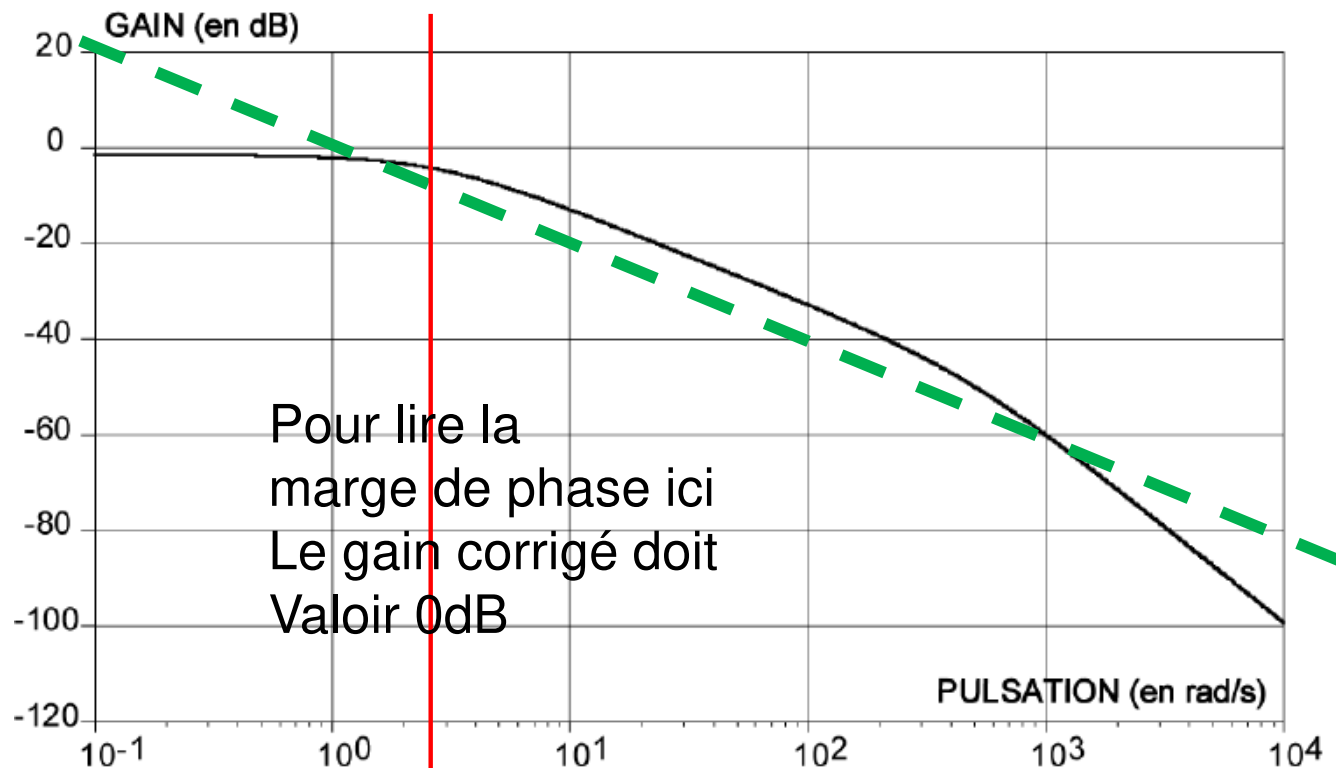
→ contrainte la plus contraignante

$$MG \geq 6 \text{ dB}$$

→ On a déjà quasiment 55dB



Q7



$$M\varphi \geq 45 \text{ degrés}$$

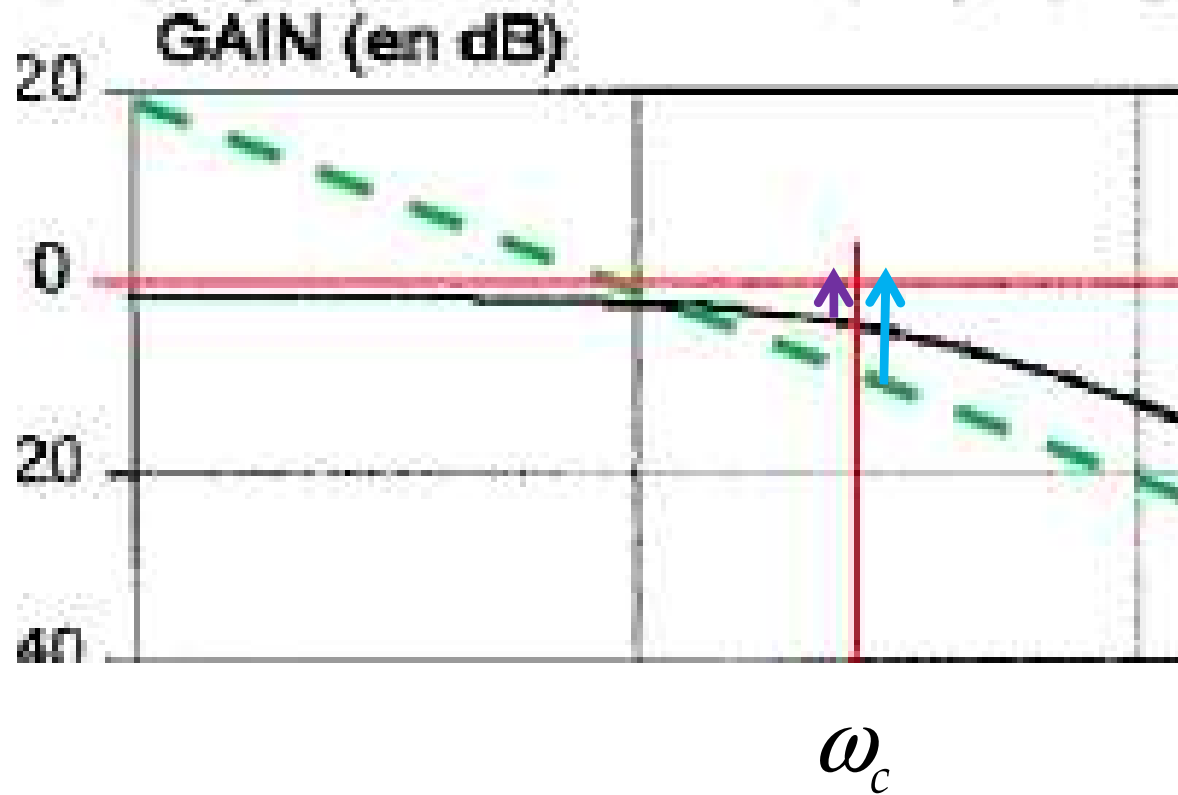
$$FTBO_C(p) \rightarrow \varphi = -135^\circ$$



$$C(p) = \frac{K_I}{p} \rightarrow \varphi = -90^\circ$$

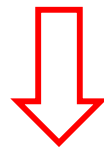
$$FTBO_{NC}(p) \rightarrow \varphi = -45^\circ$$

Q7

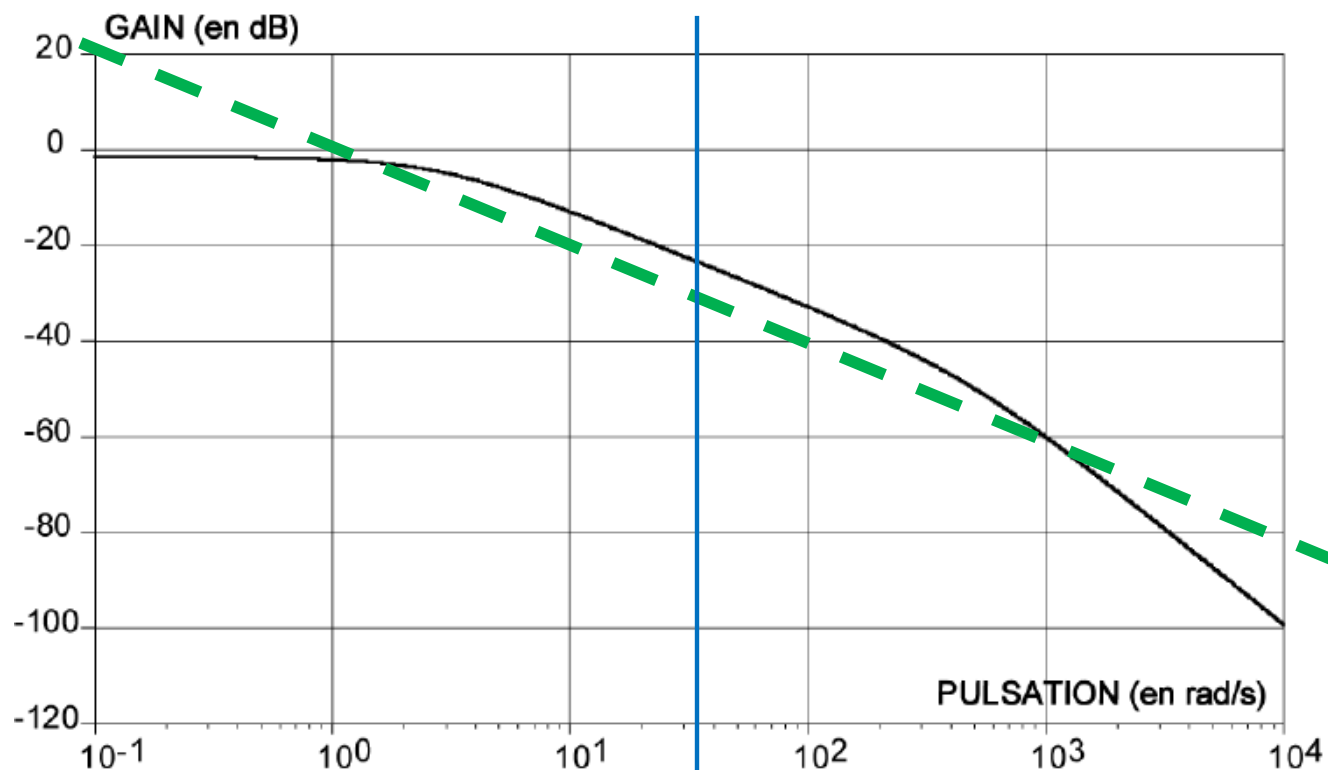


Le gain K_I doit
permettre d'ajuster
le gain global à 0dB
En remontant la
courbe de $20\log(K_I)$

$$20\log(K_I) = \underbrace{-G_{NC}(\omega_C)}_{-5} - \underbrace{G_I(\omega_C)}_{-9} = 14dB$$



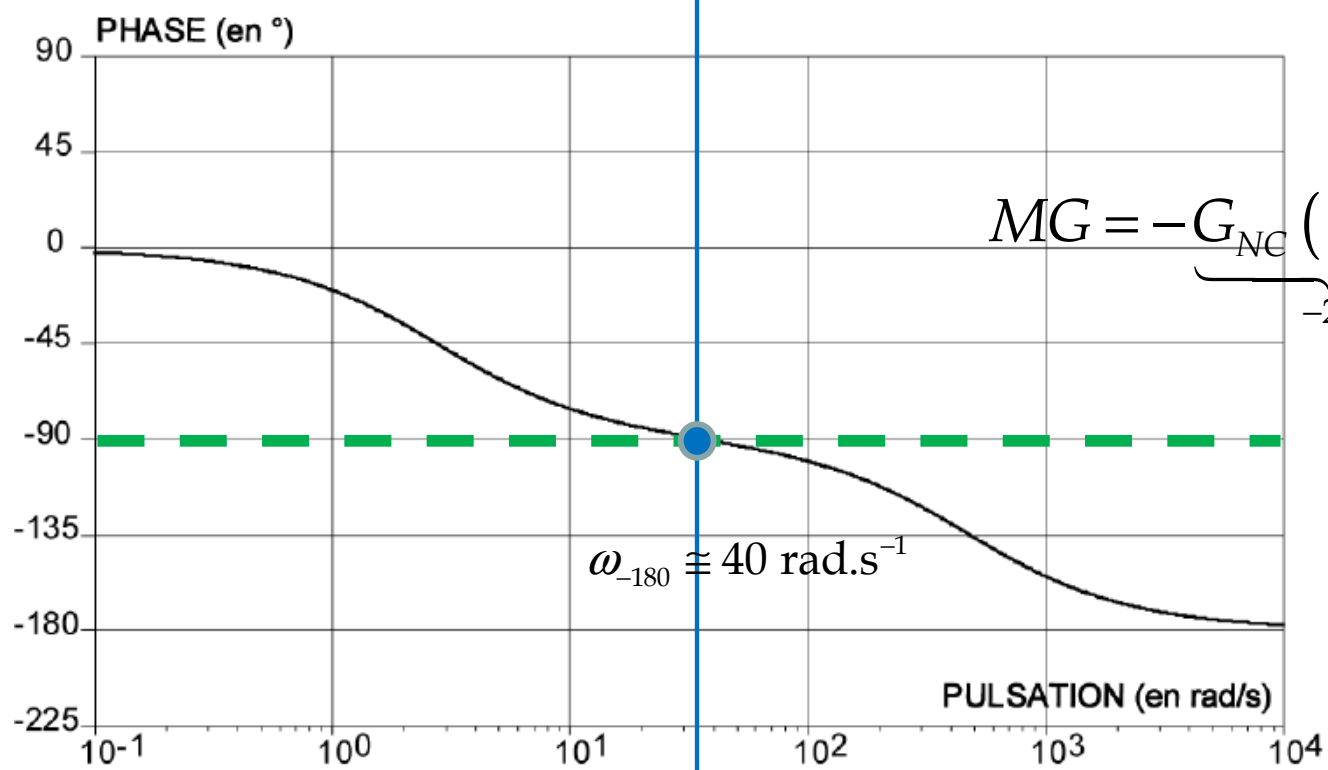
$$K_I = 4,8$$



Q7

On vérifie que le gain K_I garantit

$$MG \geq 6 \text{ dB}$$



$$MG = \underbrace{-G_{NC}(\omega_{-180})}_{-23} - \underbrace{G_I(\omega_{-180})}_{-30} - \underbrace{20\log(K_I)}_{+13,6}$$



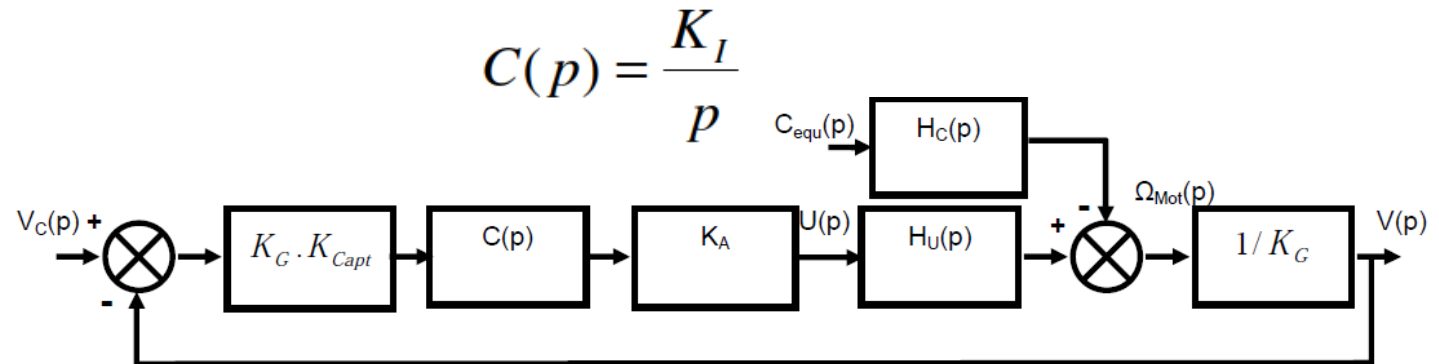
$$MG = 40 \text{ dB}$$

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Q8

$$H_U(p) = \frac{K_U}{1 + T_2 p}$$

avec $T_2 = 0,36$ s



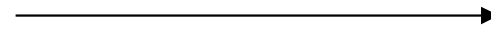
$$H_{bo}(p) = \frac{K_{capt} K_I K_A K_U}{p(T_2 p + 1)}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{capt} K_I K_A K_U} p + \frac{T_2}{K_{capt} K_I K_A K_U} p^2} .$$

Rq : gain statique = 1

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Réponse échelon unitaire



$$\approx K_U \left(1 - \frac{1}{(T_1 - T_2)} (T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2}) \right)$$

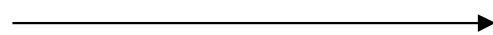
$$(T_1 \ll T_2)$$

$$\approx K_U \left(1 - \frac{1}{(-T_2)} T_2 e^{-t/T_2} \cdot \left(\frac{T_1}{T_2} e^{-t/T_1 + t/T_2} - 1 \right) \right)$$

$$\approx K_U (1 - e^{-t/T_2})$$

$$H_u(p) = \frac{K_u}{1 + T_2 p}$$

Réponse échelon unitaire



$$K_U (1 - e^{-t/T_2})$$

$$\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_{capt} K_I K_A K_U T_2}} \Rightarrow K_I = \frac{1}{4\xi^2 K_{capt} K_A K_U T_2} ;$$

on en déduit $K_{I\ 5\%} = 1,76$

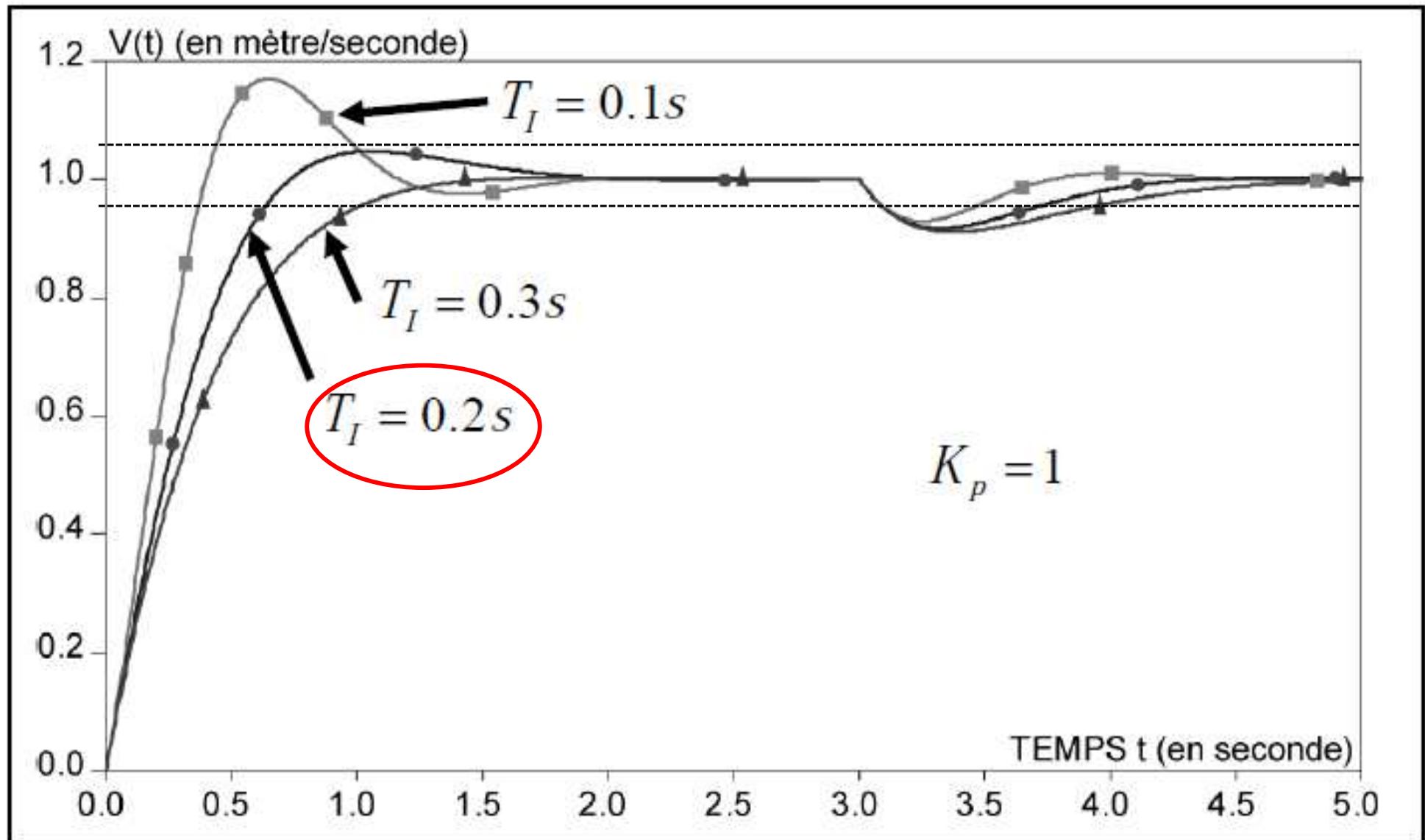
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_{capt} K_{I\ 5\%} K_A K_U}{T_2}} \Rightarrow T_{5\% \text{ mini}} = 3 \sqrt{\frac{T_2}{K_{capt} K_{I\ 5\%} K_A K_U}}$$

on en déduit $T_{5\% \text{ mini}} = 1,5 \text{ s}$

Désaccord avec le cahier des charges

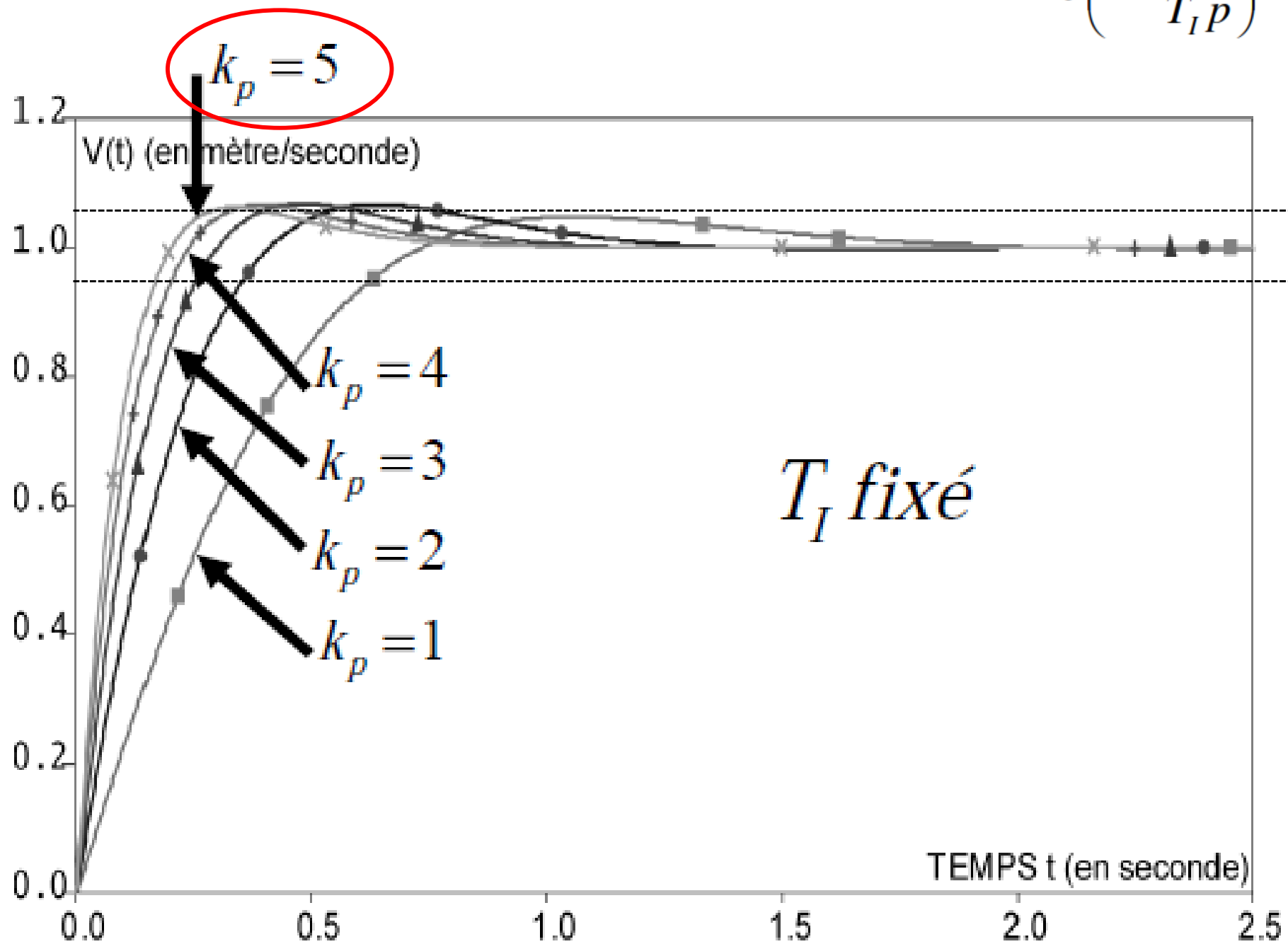
$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$$

Q9



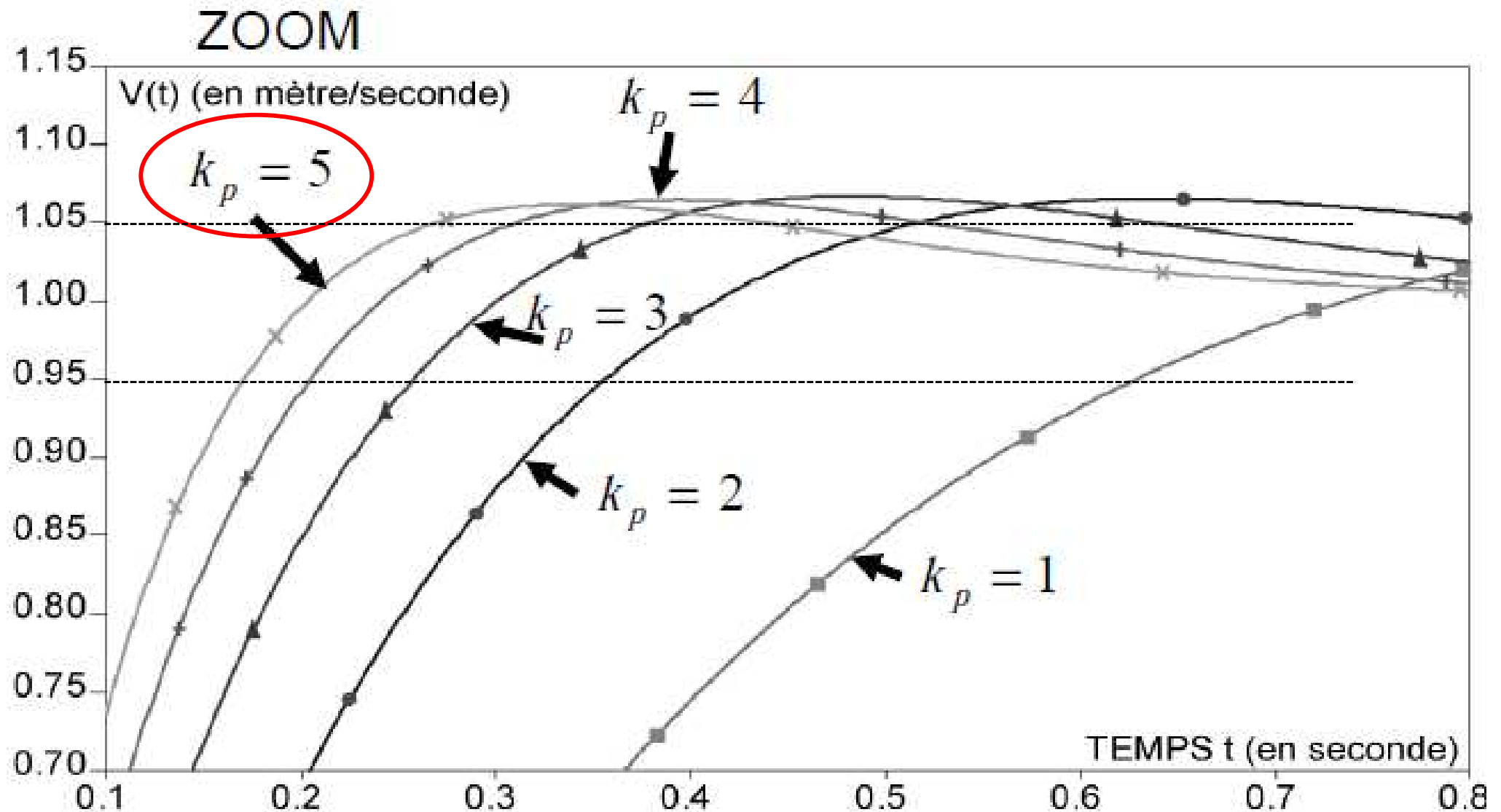
$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$$

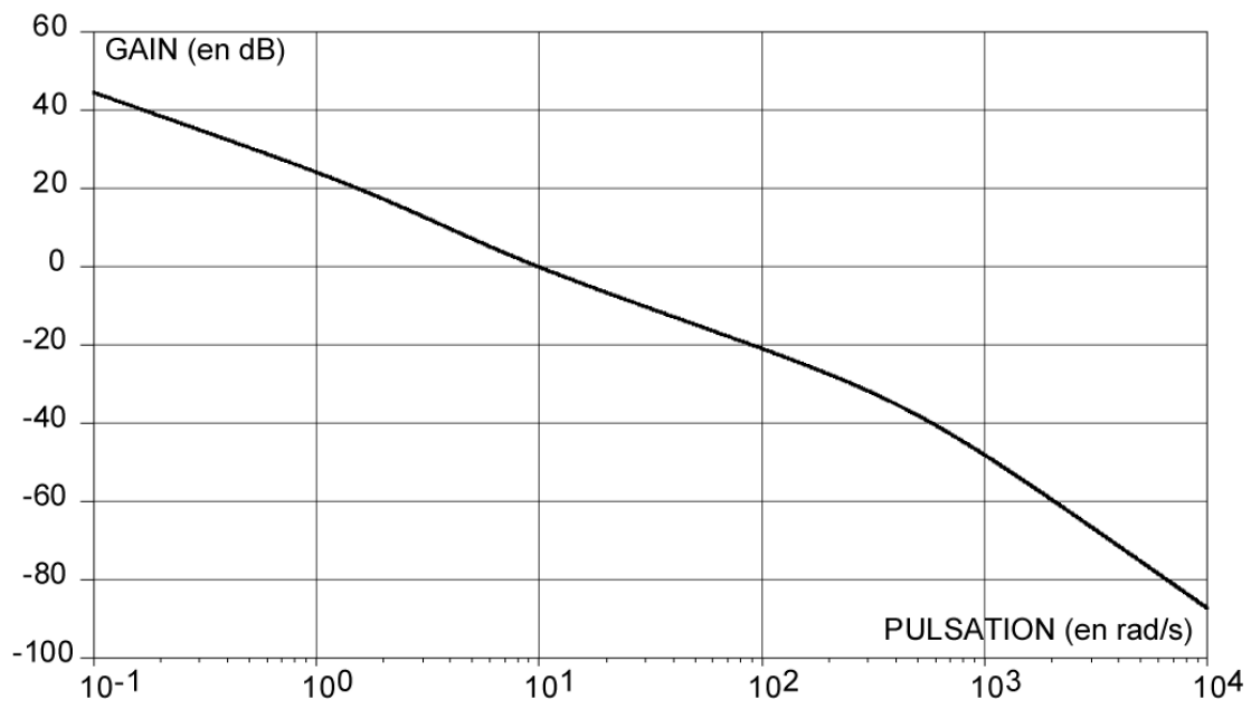
Q10



$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$$

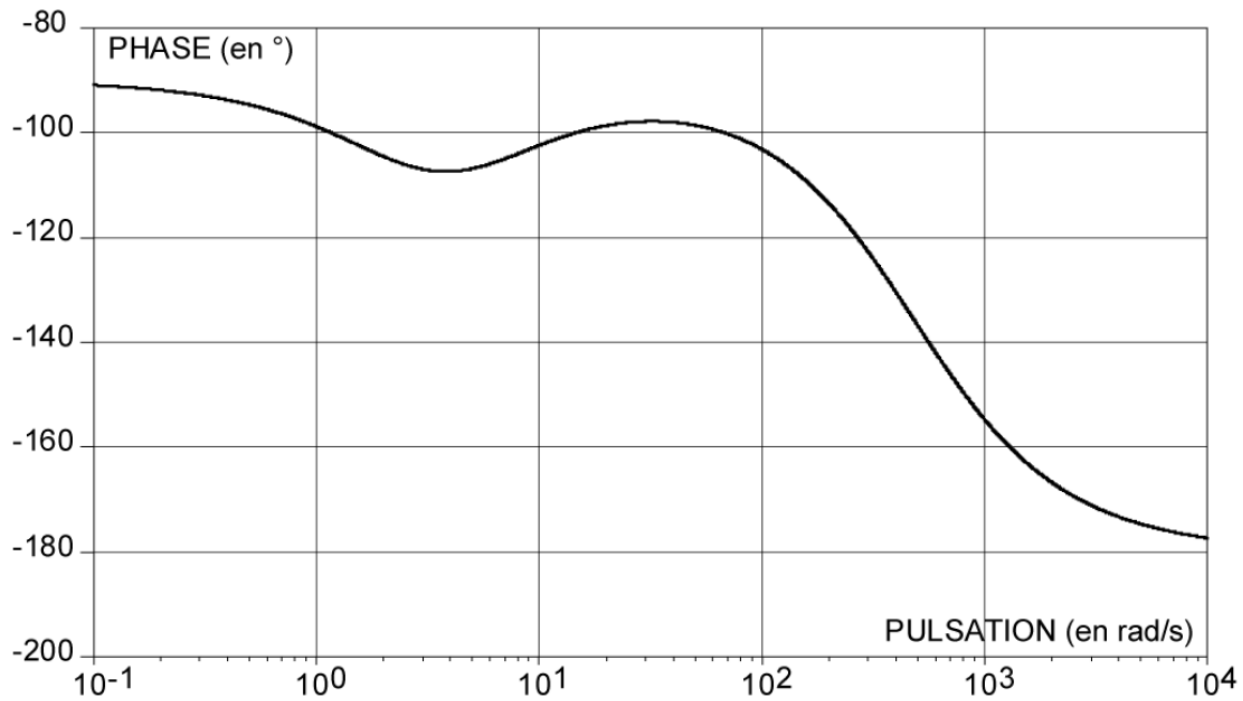
Q10



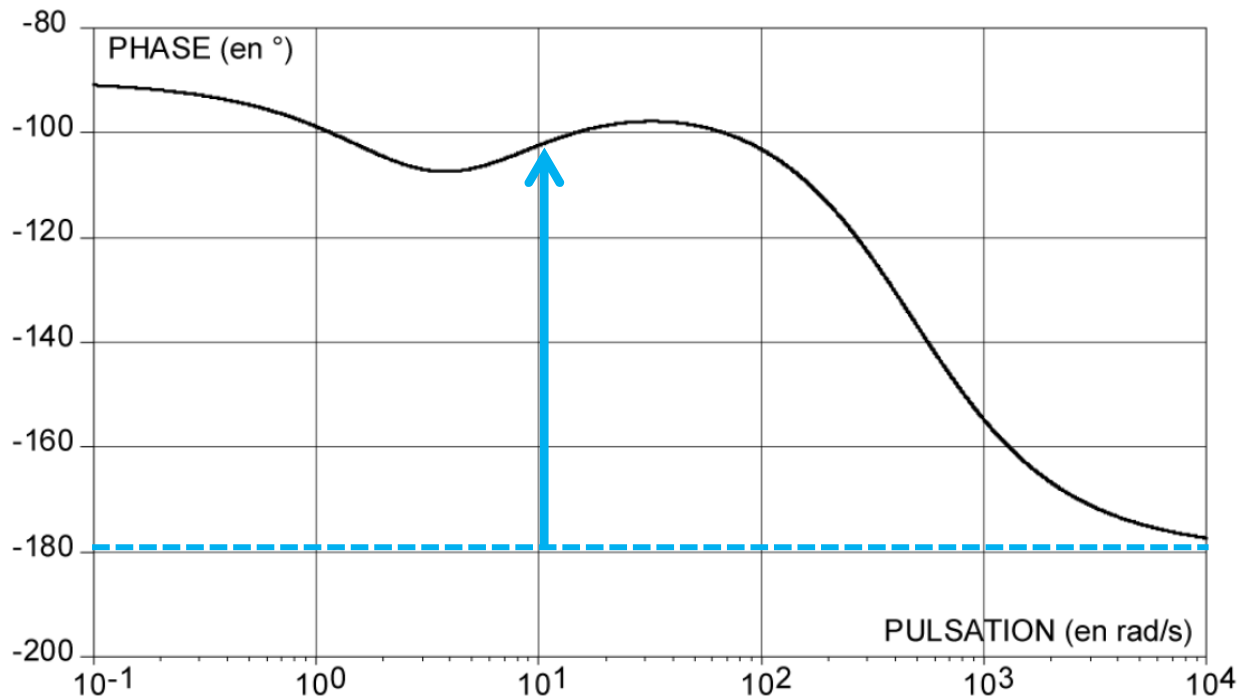
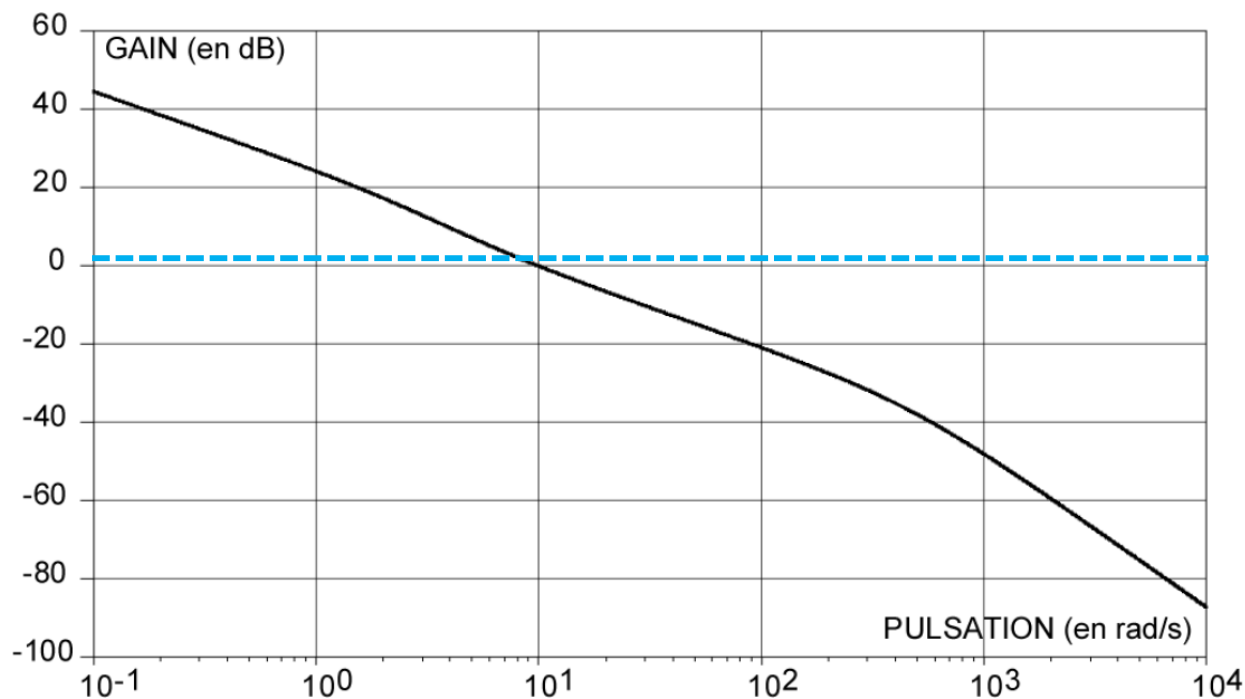


Q11

$$C(p) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$$



Q11



BILAN :

- Annule erreurs statiques poursuite et régulation

- Ajuste le temps de réponse à 5% à 0,5 s

- MG = infinie

- $M_p = 75^\circ$

- Bon sur toute la ligne !!!!