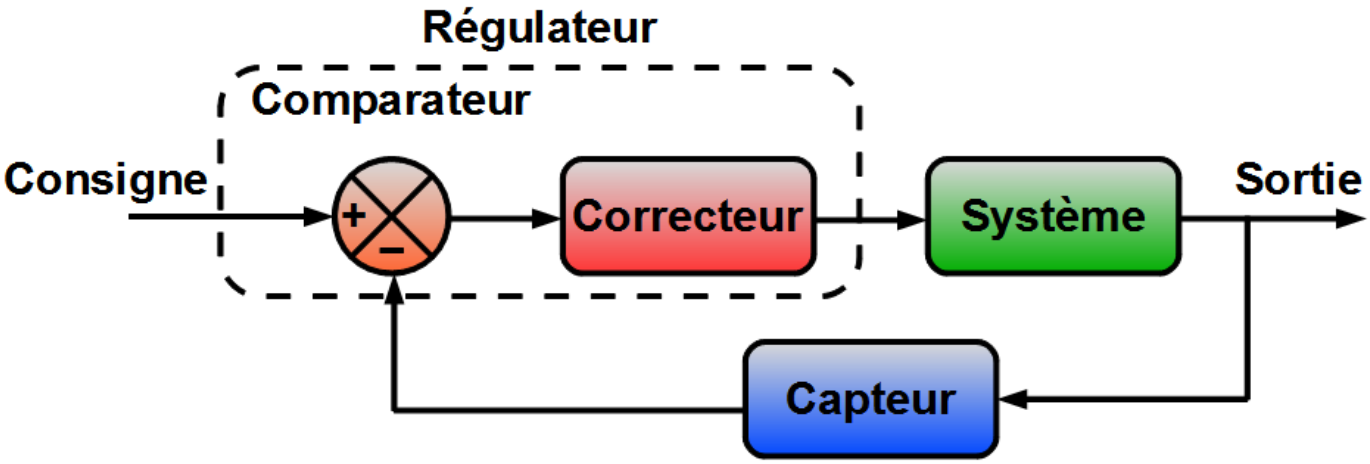
CAHIER DE COLLE

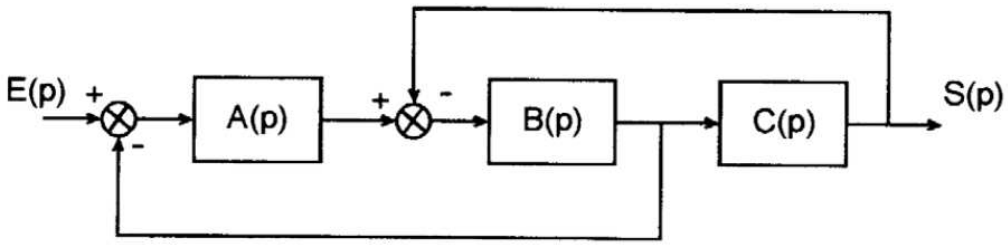
COLLE PERIODE 1 : SLCI



PERIODE 1 - Exercice1 :

Système à boucles imbriquées A.

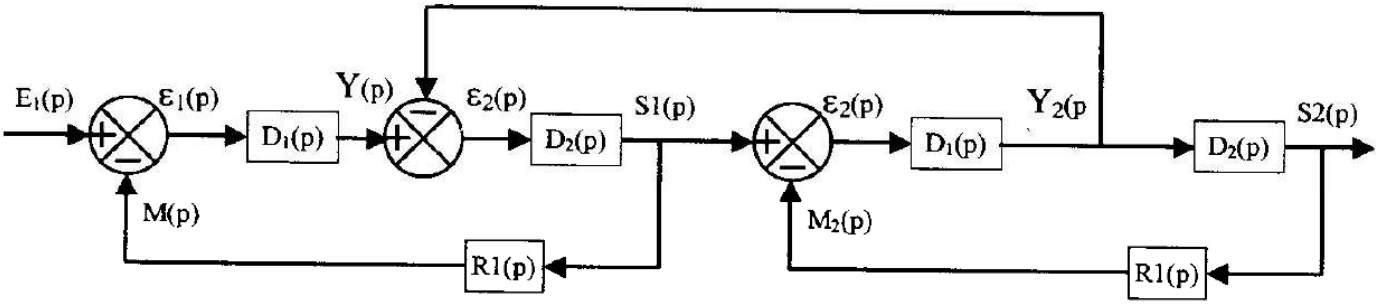
Soit le système définit par le schéma bloc suivant :



Question 1 : *Donner l'expression de la transmittance* $H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}$ *par réduction du schéma bloc.*

Système à boucles imbriquées B.

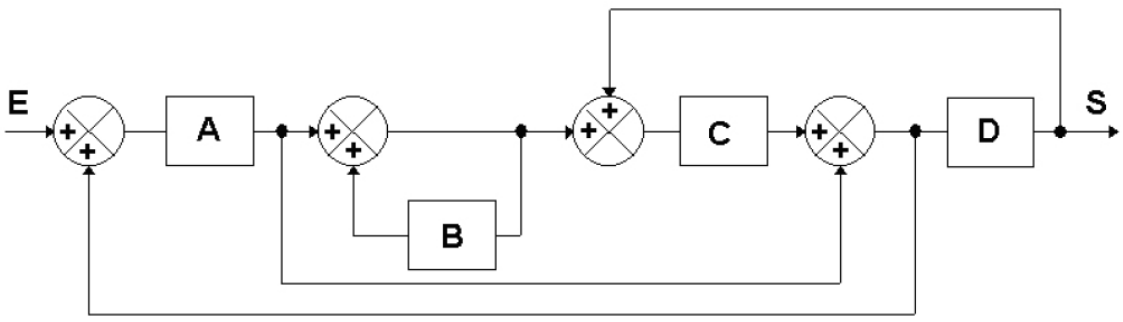
Soit le système définit par le schéma bloc suivant :



Question 2 : *Donner l'expression de la transmittance* $H(p)=\frac{S_2(p)}{E_1(p)}$ *par réduction du schéma bloc.*

Système à boucles imbriquées C.

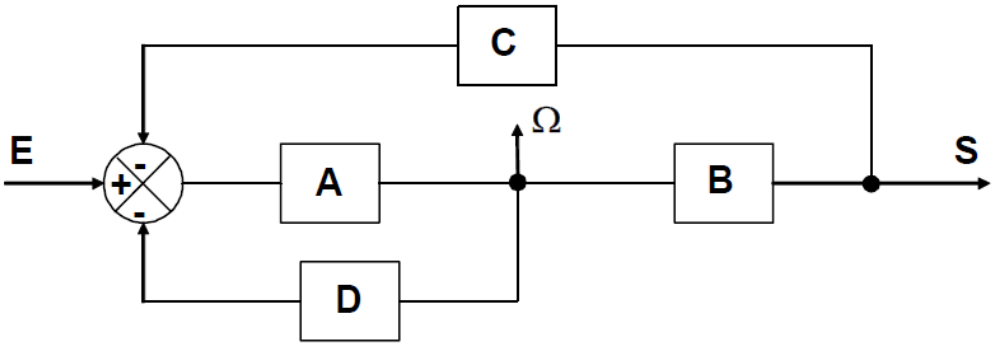
Soit le système définit par le schéma bloc suivant :



Question 3 : *Donner l'expression de la transmittance* $H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}$ *par réduction du schéma bloc.*

Système à deux sorties.

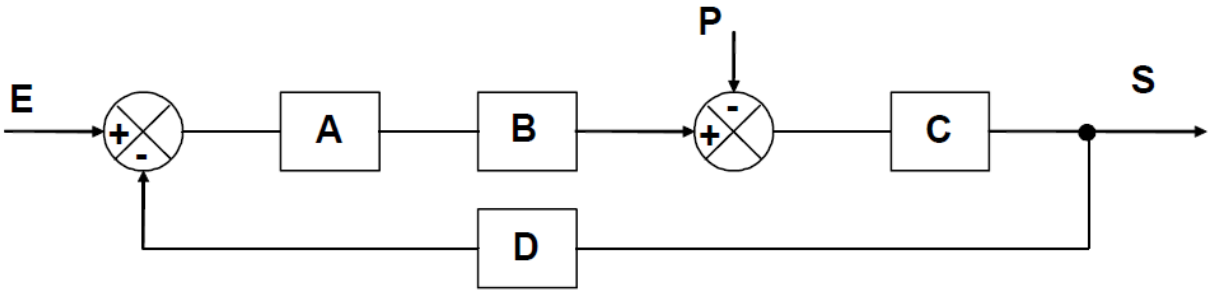
Soit le système défini par le schéma bloc suivant :



Question 4 : *Déterminer l'expression des deux transmittances* $H_1(p)=\dfrac{S(p)}{E(p)}$ *et* $H_2(p)=\dfrac{\Omega(p)}{E(p)}$.

Système à deux entrées A.

Soit le système défini par le schéma bloc suivant :



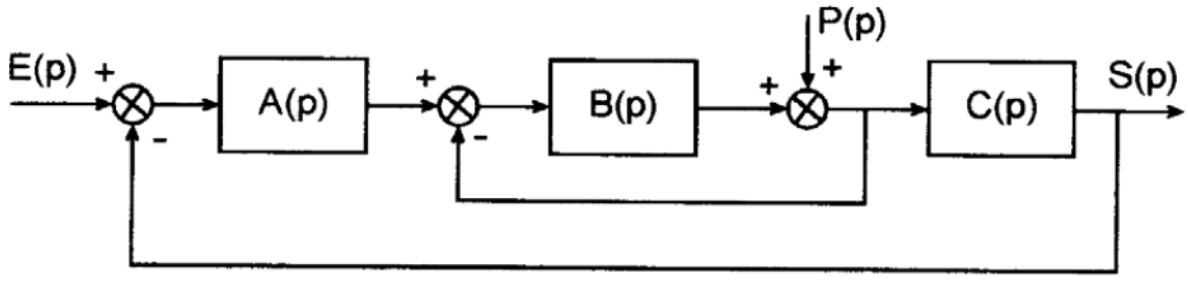
Question 5 : *Calculer l'expression des deux transmittances :* $H_1(p)=\left.\dfrac{S(p)}{E(p)}\right|_{P=0}$,

$H_2(p)=\left.\dfrac{S(p)}{P(p)}\right|_{E=0}$.

Question 6 : *A l'aide du théorème de superposition, déduire l'expression de* $S(p)=f\left[E(p)+P(p)\right]$.

Système à deux entrées B.

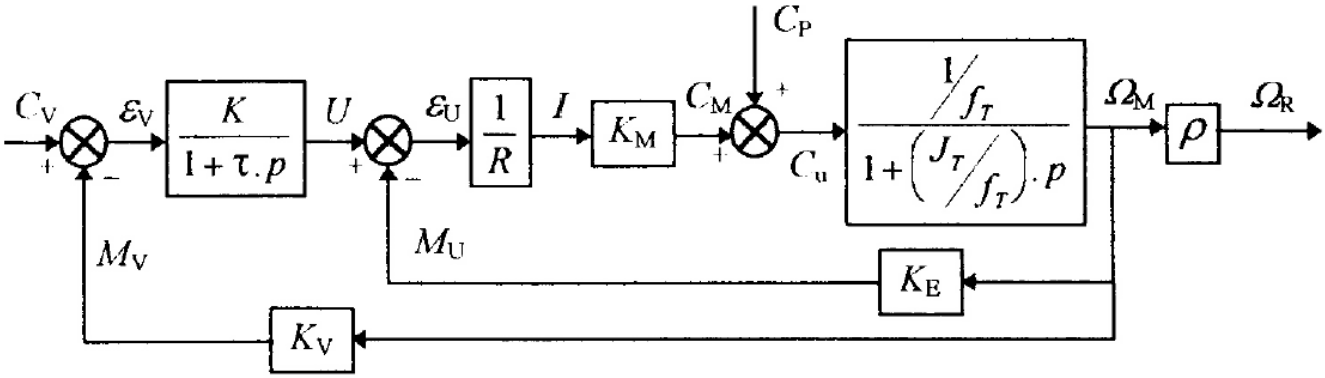
Soit le système défini par le schéma bloc suivant :



Question 7 : *Déterminer l'expression de* $S(p)=f\left[E(p)+P(p)\right]$.

PERIODE 1 – Exercice2 :

Une étude dynamique permet de quantifier l'inertie totale J_T rapportée sur l'axe d'un arbre moteur, de l'ensemble réducteur et moteur, ainsi que le coefficient de frottement visqueux total f_T. Le schéma fonctionnel de l'asservissement en vitesse du moteur suivi du réducteur est donné ci-dessous :



Caractéristiques du moteur électrique :

- constante de la fcem : $K_E = 0{,}6$ V.s.rd^{-1}
- constante de couple : $K_M = 0{,}7$ N.m.A^{-1}
- résistance rotorique : $R = 4{,}5\ \Omega$
- inductance négligée.

Données :

- $J_T = 2{,}8$ kg.m^2 , $f_T = 1{,}5.10^{-3}$ N.m.s.rd^{-1}
- $K = 200$
- $K_V = 0{,}01$ V/(tr/min)
- $\tau = 15$ ms
- C_V est la tension de consigne de vitesse, ε_V l'écart de vitesse, M_V la mesure de vitesse
- U est la tension de commande, ε_U l'écart de tension, M_U la mesure de tension
- C_M est le couple moteur, C_u le couple utile, C_p le couple dû aux perturbations
- Ω_M est la vitesse de rotation du moteur, Ω_R la vitesse de rotation du rouleau

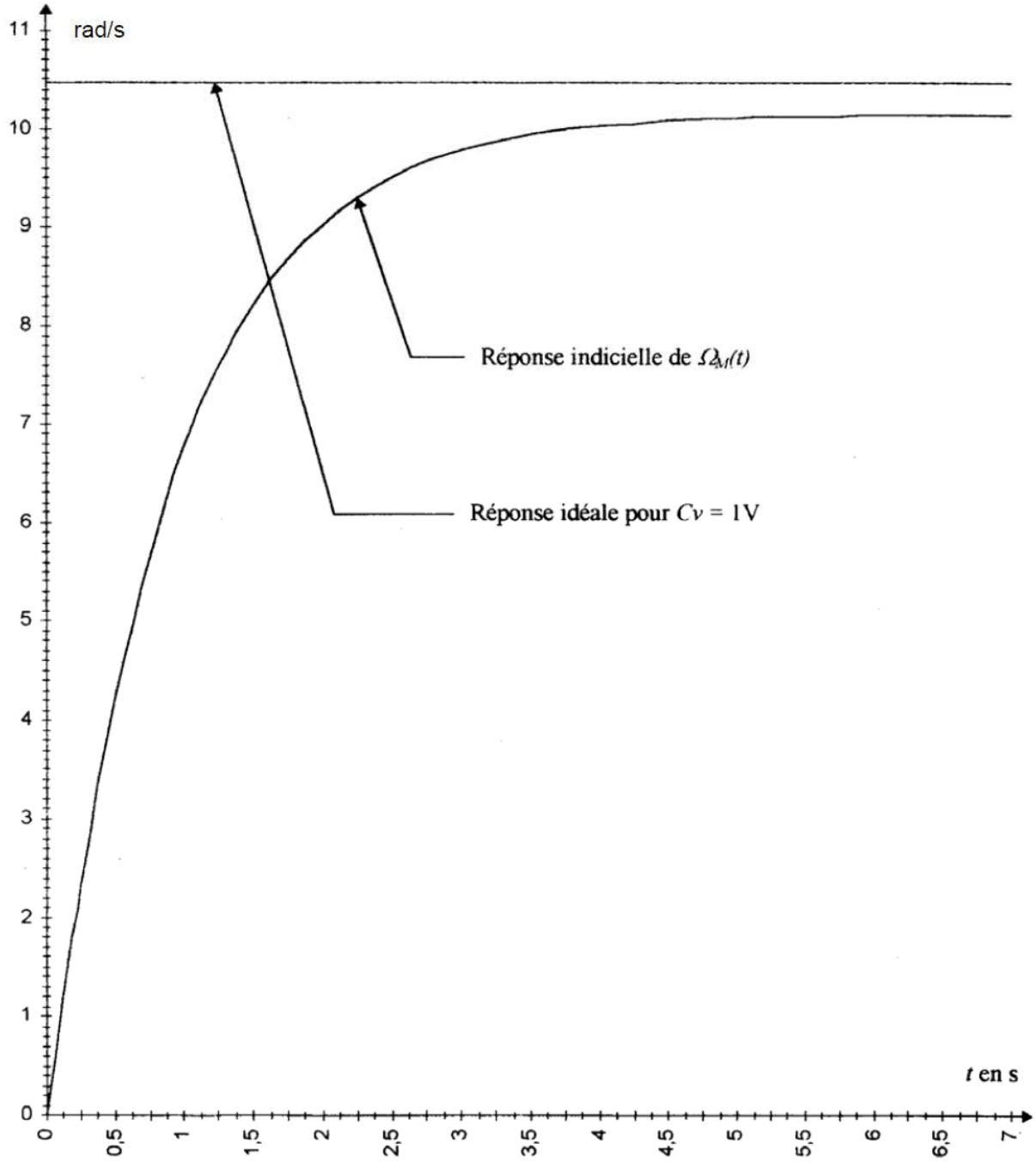
Question 1 : *En supposant qu'il n'y ait pas de perturbation (C_p est nul), donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée :* $H_1(p) = \left.\frac{\Omega_M(p)}{U(p)}\right|_{C(p)=0}$. *Préciser littéralement et numériquement, le gain* K_1 *et la constante de temps* τ_1.

Question 2 : *Nous nous intéressons maintenant à la boucle tachymétrique (d'entrée* C_V *et de sortie* Ω_M*). En supposant toujours que* C_p *est nul, déterminer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte :* $G_2(p) = \frac{M_V(p)}{\varepsilon_V(p)}$.

Question 3 : *Donner l'expression de l'écart de vitesse statique (en régime permanent)* $\varepsilon_{Vs} = \varepsilon_V(+\infty) = \lim_{t \to +\infty} \varepsilon_V(t)$ *pour cette boucle tachymétrique. Faire une application numérique dans le cas où* $C_V(t)$ *est un échelon unitaire.*

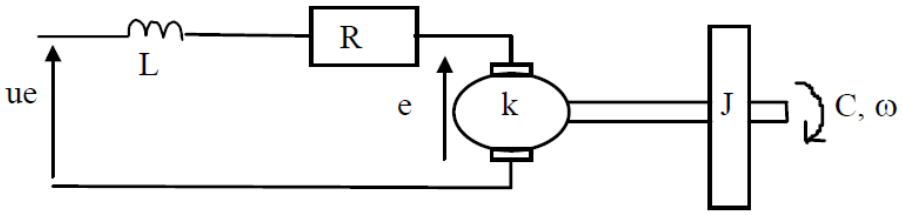
NB : voir cours SLCI pages 11 et 12 pour calcul et différence entre écart et erreur.

Question 4 : *On donne ci-dessous, la réponse indicielle du système, à une entrée de type échelon unitaire (*$C_V = 1\,V$*), ainsi que la réponse idéale (temps de réponse et écart statique nuls) à cette même entrée. Placer sur la figure le temps de réponse à 5 % et l'erreur statique. Donner les valeurs numériques correspondantes. Retrouver le résultat de la question précédente.*



PERIODE 1 – Exercice3 :

Un moteur à courant continu entraîne en rotation une charge modélisée par son moment d'inertie J.



ue est la tension d'alimentation du moteur, R la résistance rotorique, L l'inductance de l'induit, e la force électromotrice, k une constante caractéristique du moteur, J le moment d'inertie, C le couple fourni par le moteur, ω la vitesse de rotation de l'arbre de sortie.

On donne les équations suivantes :

Loi d'Ohm dans l'induit : $u_e = e + ri + L\,di/dt$;

Principe Fondamental de la Dynamique : $C = J\frac{d\omega}{dt}$;

Caractéristiques du moteur : $C = k_c i$ et $e = k_e \omega$.

On donne :

k_c=13,6 10^{-3} N.m/A, k_e=13,5 10^{-3} V.s/rad, r=8,92 Ω, J=3,8 10^{-7} Kg.m^2, L=0,56 mH.

Toutes les conditions initiales sont nulles.

Question 1 :

Déterminer la fonction de transfert $F(p) = \frac{\Omega(p)}{U_e(p)}$ *dans le domaine de LAPLACE.*

Déterminer littéralement puis numériquement ses paramètres caractéristiques.

Question 2 :

Donner la réponse ω(t) à une entrée échelon de la forme :

ue(t)=Uo.u(t) avec Uo=12 V.

Tracer l'allure de la réponse en indiquant ses différentes caractéristiques.

PERIODE 1 – Exercice4 :

Modélisation.

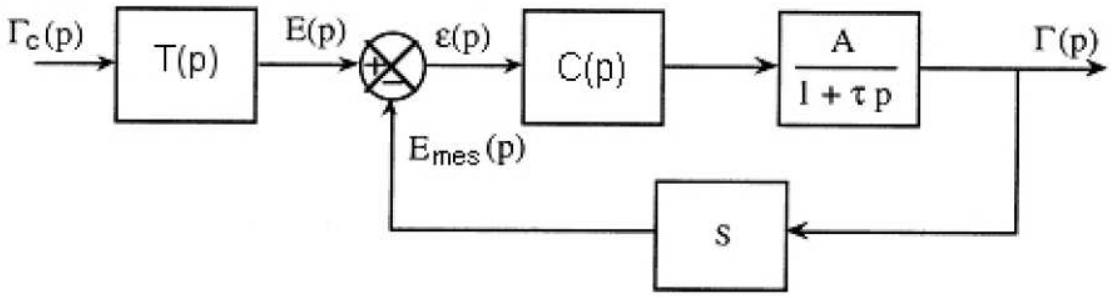
On désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un plateau.

Pour cela, un capteur d'accélération, fixé sur le plateau et de sensibilité S, est utilisé dans la chaîne de retour du système.

Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert $\frac{A}{1+\tau.p}$.

On modélise le correcteur par la fonction de transfert $C(p)$.

Le système asservi étudié est le suivant :



Avec :

$\Gamma(p)$ la transformée de Laplace de $\gamma(t)$

$A = 100g$ $^{m}/_{V.s^2}$ $\qquad g = 10\,^{m}/_{s^2}$

$\tau = 0{,}2\ s$

$S = \frac{10.10^{-3}}{g}$ $V.s^2/m$ où g est l'accélération de la pesanteur

Question 1 : *Quelle doit être la fonction de transfert T(p) du transducteur qui traduira l'accélération de consigne $\gamma c(t)$ en tension de consigne e(t).*

On applique à l'entrée une consigne en accélération $\gamma c = 20g$ (où g est l'accélération de la pesanteur).

Première étude : Système asservi sans correction C(p) = 1.

Question 2 : *Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Faire l'application numérique.*

Question 3 : *Calculer le temps de réponse à 5 % de ce système à une entrée en échelon. Conclure par rapport au système initial (= sans être asservi).*

Question 4 : *Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Sinon, donner l'erreur statique. Conclure.*

Question 5 : *Donner l'allure de la réponse s(t) de ce système en précisant les points caractéristiques.*

Deuxième étude : Système asservi avec un correcteur intégral C(p) = 1/p.

Question 6 : *Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Faire l'application numérique.*

Question 7 : *Calculer le temps de réponse à 5 % de ce système à une entrée en échelon. Conclure par rapport au système asservi précédent (système en boucle fermé).*

Question 8 : *Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Sinon, donner l'erreur statique. Conclure.*

Question 9 : *Donner l'allure de la réponse s(t) de ce système en précisant les points caractéristiques.*

Bilan.

Question 10 : *Conclure sur les 3 cas (systèmes initial, asservi sans correction, asservi avec correction).*

PERIODE 1 – Exercice5 :

Etude de la broche d'un tour à commande numérique

1. Présentation

Le tour étudié possède 3 axes.
Outre les deux axes de déplacement linéaires du chariot porte-outil : axe Z parallèle à l'axe de la broche et axe X transversal, un tour à trois axes dispose également d'un axe C angulaire, de rotation autour de l'axe de la broche.
Ce dernier permet de réaliser un asservissement de vitesse pour des opérations de tournage classiques, et un asservissement de position angulaire de la broche pour des opérations de perçage désaxées ou de fraisage avec des outils tournants montés en lieu et place d'un outil classique.

2. Modélisation de la motorisation de la broche

La modélisation retenue pour la motorisation est en première approximation celle d'un moteur à courant continu :

- Equation de commande : $u(t)=R.i(t)+L.\frac{di(t)}{dt}+e(t)$

  avec R=0,28 Ω et L=0,25 mH : résistance et inductance de l'induit ;
- relation de couple moteur : $c_m(t)=K_C.i(t)$

  avec Kc=1,146 Nm/A ;
- relation de force contre-électromotrice $e(t)=K_e.\omega_m(t)$

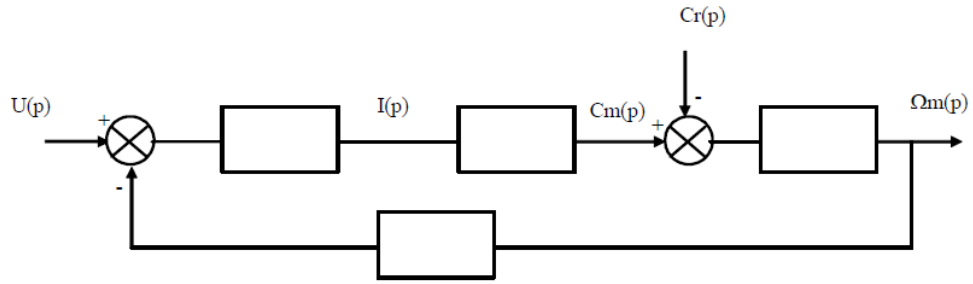
  avec Ke=120 V/(1000 tr/min) ;
- équation mécanique : $J.\frac{d\omega_m(t)}{dt}=c_m(t)-c_r(t)$

  avec J=2,3 kg.m^2 : inertie globale ramenée sur l'arbre moteur et c_r le couple résistant.

On suppose toutes les conditions initiales nulles.

Question 1 :

Compléter le schéma bloc suivant :



Question 2 :

Appliquer le théorème de superposition et déterminer $F_1(p)$ et $F_2(p)$ tels que :
$\Omega_m(p)=F_1(p)U(p)-F_2(p)C_r(p)$.

Pour le modèle d'une motorisation électrique, on définit classiquement deux constantes de temps :

- la constante de temps mécanique : $T_m = \frac{R.J}{K_e.K_C}$;
- la constante de temps électrique : $T_e = \frac{L}{R}$.

Question 3 :

Montrer que $1 + T_m p + T_e T_m p^2 \approx 1 + (T_m + T_e) p + T_e T_m p^2$.
Montrer alors que l'on peut admettre un modèle du 1er ordre pour $F_1(p)$ et $F_2(p)$, de la forme :

$$F_1^*(p) = \frac{K_1}{1 + T_m p} \text{ et } F_2^*(p) = \frac{K_2}{1 + T_m p}.$$

On conserve par la suite ce modèle.

Question 4 :

Donner l'expression littérale de la vitesse de la broche pour une tension de commande U_o constante et un couple résistant C_{ro} constant.

Question 5 :

Calculer la valeur de la chute de vitesse consécutive à une opération d'usinage avec un couple résistant de 100 Nm.
Conclure alors sur la nécessité d'une régulation de vitesse.

3. Asservissement de vitesse

La structure de l'asservissement de vitesse est telle que :
- la consigne de vitesse est notée $\omega_{réf}(t)$;
- la tension de commande u(t) du moteur est proportionnelle à la fonction d'écart $u(t) = K_V \varepsilon(t)$;
- la mesure de vitesse est réalisée par un capteur modélisé par un gain pur K_{RV} ;
- un comparateur mesure la différence entre la tension de référence $u_{réf}(t)$ et la tension mesurée par le capteur $u_{mes}(t)$: $\varepsilon(t) = u_{réf}(t) - u_{mes}(t)$;
- la tension de référence $u_{réf}(t)$ est proportionnelle à la vitesse de référence $\omega_{réf}(t)$.

Question 6 :

Construire le schéma bloc pour un fonctionnement correct de l'asservissement.
Tracer le schéma équivalent ayant un retour unitaire.

Question 7 :

Appliquer le théorème de superposition et déterminer $G_1(p)$ et $G_2(p)$ tels que : $\Omega_m(p)=G_1(p)\Omega_{réf}(p)-G_2(p)C_r(p)$.

On donne le produit $K_V.K_{RV}$=23 V.s/rad

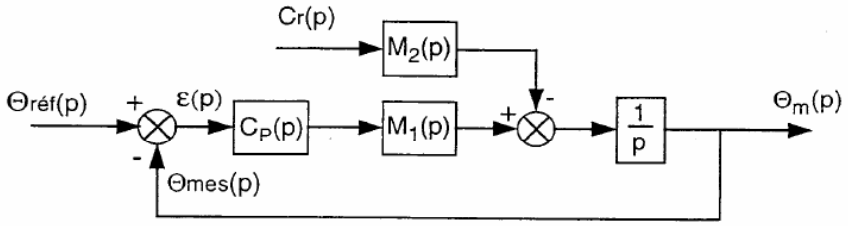
Question 8 :

Exprimer littéralement la fonction écart $\varepsilon(p)$.
Déterminer l'erreur statique pour une consigne en échelon d'amplitude ω_0 *= 300 rad/s et un couple résistant constant* c_{ro}*=100 N.m.*

Pour améliorer le système, il faudrait alors placer un correcteur après le comparateur (à suivre en deuxième année …)

4. Asservissement de position

On envisage pour la réalisation de l'asservissement de position une structure telle que celle modélisée par le schéma ci-dessous :



avec : $C_P(p)=K_{CP}$, $M_1(p)=K_P.F_1^*(p)=K_P.\frac{K_1}{1+T_m p}$ et $M_2(p)=F_2^*(p)=\frac{K_2}{1+T_m p}$;

K_1=0,87 rad/(s.V), K_2=0,21 rad/(s.N.m) et T_m=0,5 s.

Question 9 :

Appliquer le théorème de superposition et déterminer $H_1(p)$ et $H_2(p)$ tels que : $\Theta_m(p)=H_1(p)\Theta_{réf}(p)-H_2(p)C_r(p)$.

On souhaite un asservissement en position sans dépassement lors d'une réponse à un échelon et un temps de réponse aussi petit que possible.

Question 10 :

Déterminer la relation entre K_{CP} et K_P pour satisfaire aux conditions précédentes.

On définit la raideur de l'asservissement de position par la relation $r_{a\theta}=\frac{\Delta c_r}{\Delta\theta}$, rapport d'une variation de couple supposée constante, à l'écart de position permanent qu'elle engendre.

Question 11 :

Déterminer en régime permanent (position angulaire atteinte), l'expression de la raideur ra_{θ}.
En déduire la valeur minimale du produit $K_{CP}.K_P$ *pour limiter la valeur maximale d'un défaut d'usinage de* 6.10^{-3} *rad pour* Δc_r=20N.m.

Question 12 :

Déduire de la question 10, la limite admissible pour la raideur.
Conclure.

On envisage maintenant un asservissement de position avec boucle interne de vitesse et sans correcteur dans la boucle de vitesse.
Les fonctions $M_1(p)$ et $M_2(p)$ ont alors pour expression :

$M_1(p)=G_1(p)=\frac{K_{G1}}{1+T_1 p}$ et $M_2(p)=G_2(p)=\frac{K_{G2}}{1+T_1 p}$

avec K_{G1}=0,95 rad/(s.V), K_{G2}=0,01 rad/(s.N.m) et T_1=0,023 s.

Question 13 :

Appliquer le théorème de superposition et déterminer $W_1(p)$ *et* $W_2(p)$ *tels que :*
$\Theta_m(p)=W_1(p)\Theta_{réf}(p)-W_2(p)C_r(p)$.

Question 14 :

Déterminer la nouvelle expression de la raideur.

Question 15 :

Quelle est la condition sur K_{CP} *pour un temps de réponse minimal et pas de dépassements ?*
Déterminer la nouvelle limite pour la raideur.
Conclure.

PERIODE 1 – Exercice6 :

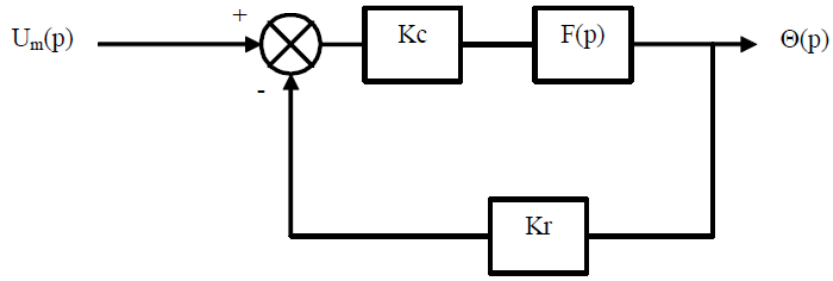
On s'intéresse à la chaîne fonctionnelle permettant d'orienter la roue motrice d'un véhicule télécommandé.
L'orientation de la roue est mesurée par l'angle θ.
La fonction de transfert modélisant l'ensemble moteur + transmetteur de puissance est donnée par :

$$F(p) = \frac{1}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

avec T1=0,02 s et T2=0,6 s.

$\Theta(p)$ est la transformée de Laplace de la fonction du temps $\theta(t)$.
$U_m(p)$ est la transformée de Laplace de la fonction du temps $u_m(t)$, tension d'alimentation du moteur.

Le schéma bloc simplifié de l'asservissement en direction du véhicule est le suivant :

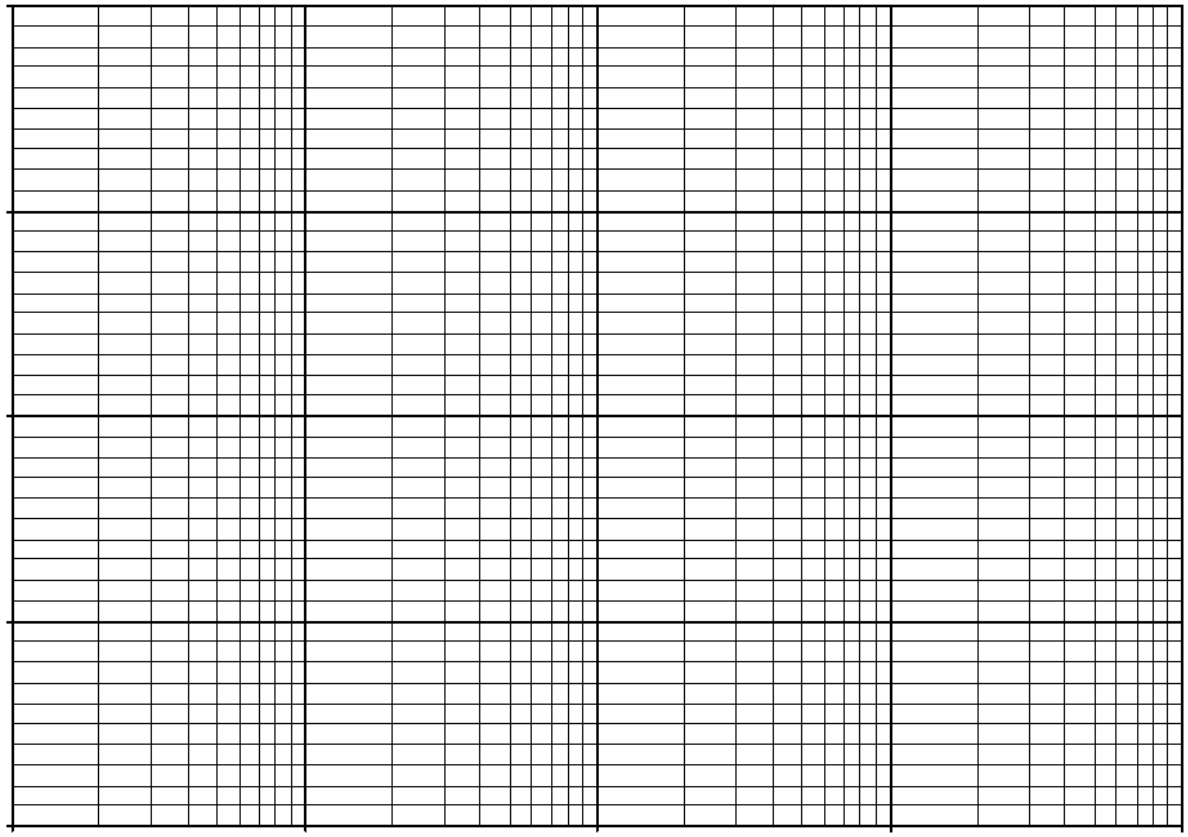


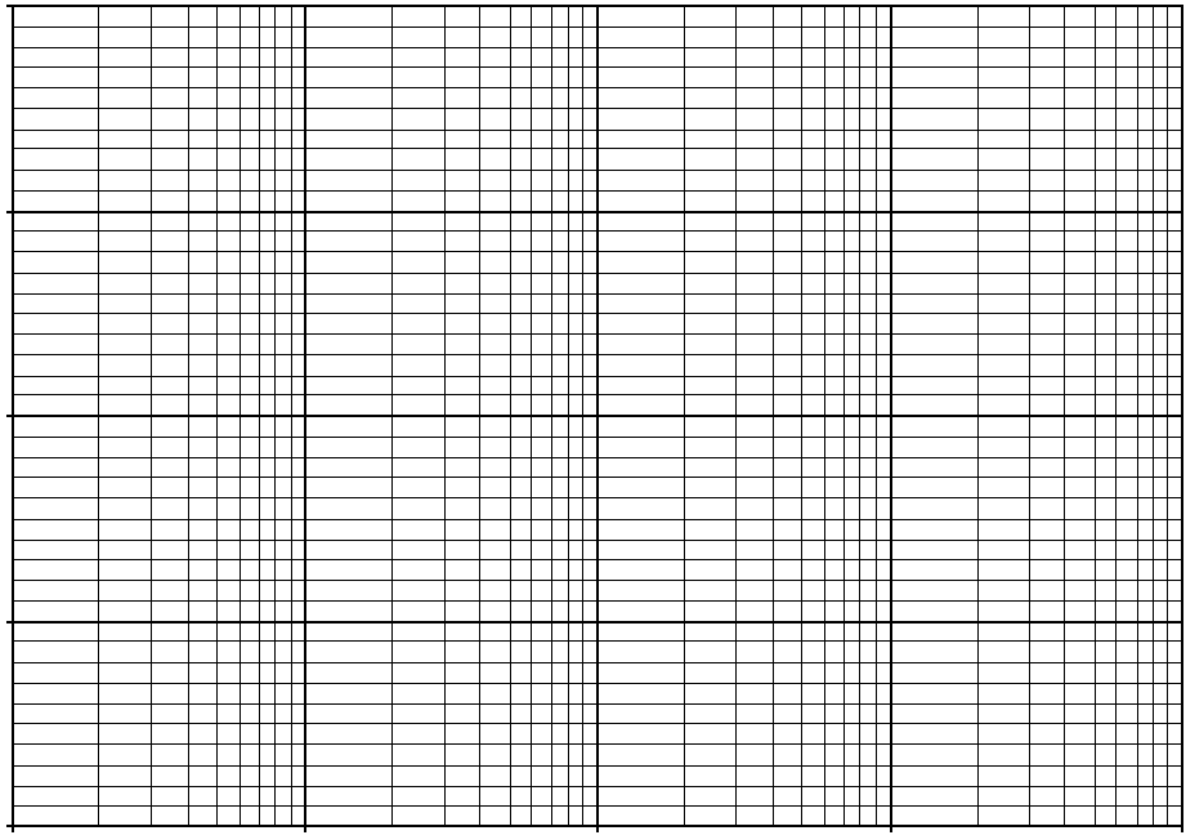
Kr est le gain d'un capteur de position angulaire (potentiomètre de recopie).
On donne Kr=4 V/rad.
On choisit Kc=10.

On souhaite étudier le comportement du système pour une entrée sinusoïdale de la forme $e(t)=eo.\sin(\omega t)$.

→ *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en* ***boucle ouverte****.*

- ➔ Donner marge de gain et de phase
- ➔ Modifier Kc pour avoir une marge de phase de 45 °
- ➔ Idem pour une marge de gain de 20 dB



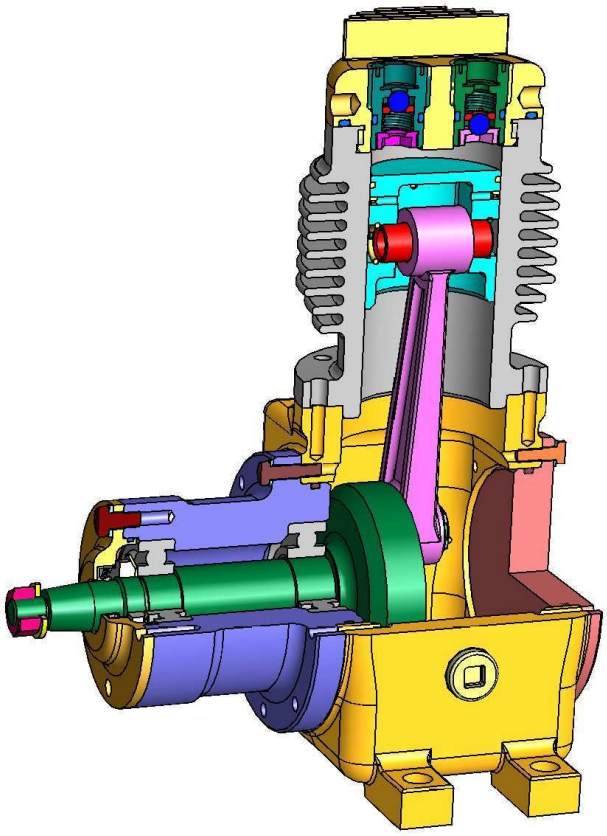


COLLE PERIODE 2 :

RAPPEL DE PCSI :

- CINEMATIQUE
- MODELISATION DES ACTIONS MECANIQUES
- STATIQUE
- CENTRE DE GRAVITE

PSI : HYPERSTATISME



Loi de mouvement – position, vitesse, accélération

PERIODE 2 - Exercice1 :

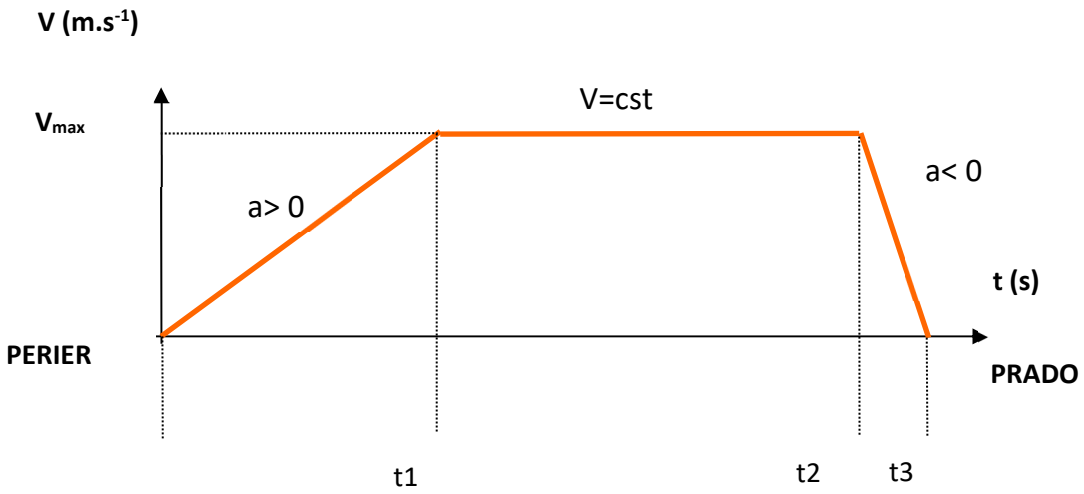
Une rame de métro se déplace entre deux stations suivant la loi donnée ci-dessous.



1. Donner la distance parcourue

et les accélérations en fonction de

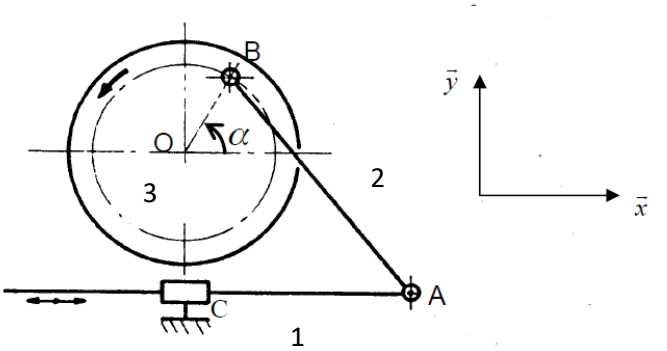
V_{max}, t1, t2 et t3.



PERIODE 2 – Exercice2 : fermeture géométrique

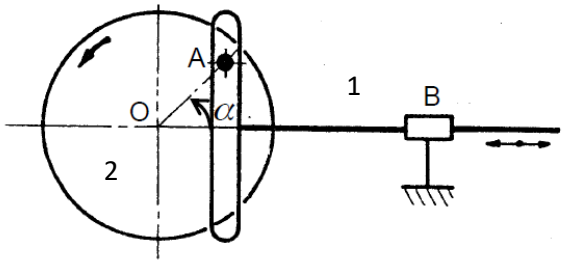
Transformation de mouvement

On donne différents schémas de principe, permettant de transformer un mouvement de rotation en une translation rectiligne alternative :



OB=e
AB=L
OC=b
AC=λ

0/1 : glissière (sortie)
1/2 : pivot en A
2/3 : pivot en B
3/0 : pivot O (entrée)



OA=e
OB=L
$\overrightarrow{AB} = \mu\vec{y} + \lambda\vec{x}$

0/1 : glissière (sortie)
1/2 : pivot en A
2/0 : pivot en B
3/0 : pivot O (entrée)

Faire un paramétrage complet et donner les figures planes correspondantes.

Donner les paramètres constants

Donner les paramètres variables

Exprimer la loi E/S géométrique

En déduire la loi E/S cinématique (cas1 : on prendra b>>e)

PERIODE 2 – Exercice3 : Calcul de vitesse par dérivation du vecteur position

(formule de dérivation de vecteur par changement de base)

Rotor d'hélicoptère

On donne en page suivante le modèle simplifié d'un rotor d'hélicoptère.

On pose $\overrightarrow{OA_3} = r.\vec{x}_1$ et $\overrightarrow{A_3G} = L.\vec{x}_{23}$.

M est un point courant de la pale 3 tel que $\overrightarrow{GM} = x.\vec{x}_{23}$.

① Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en fonction des paramètres et constantes du mécanisme ;

② Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(M \in 3/R)$;

On se place dans le cas où l'angle de pas α, la vitesse angulaire de rotation $\dot{\theta}$ du rotor et l'angle de battement $\beta=\beta_0$ sont constants.

③ Déterminer le vecteur accélération $\vec{\Gamma}(G \in 3/R)$.

Modèle simplifié du rotor

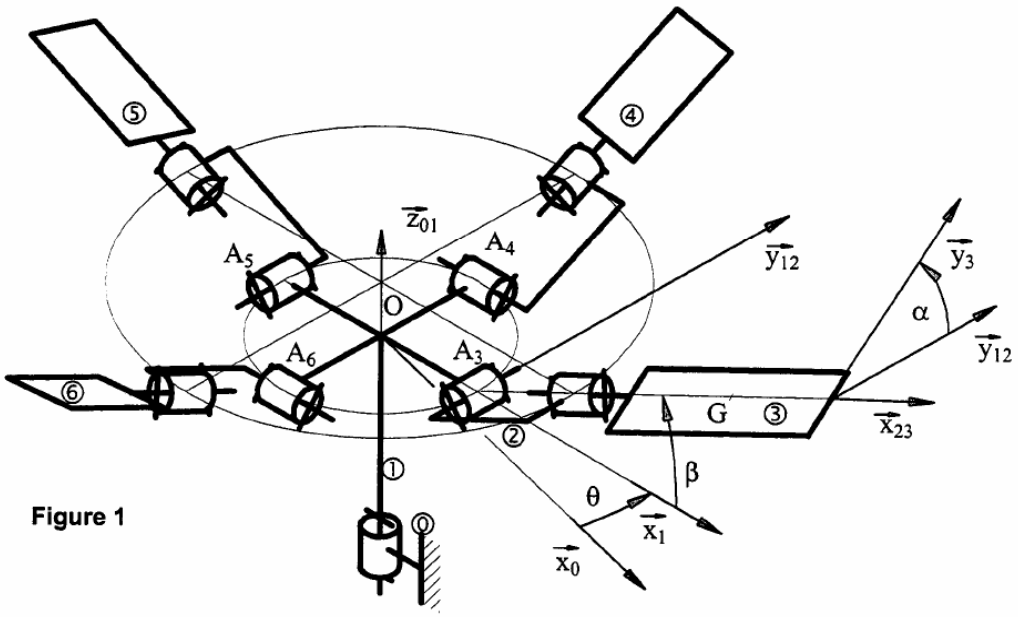
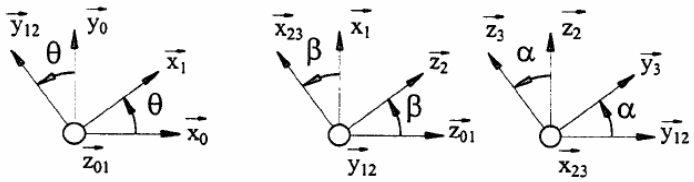


Figure 1

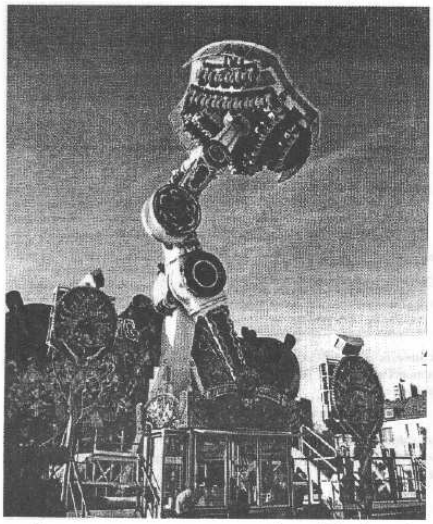
Figures « de calcul »

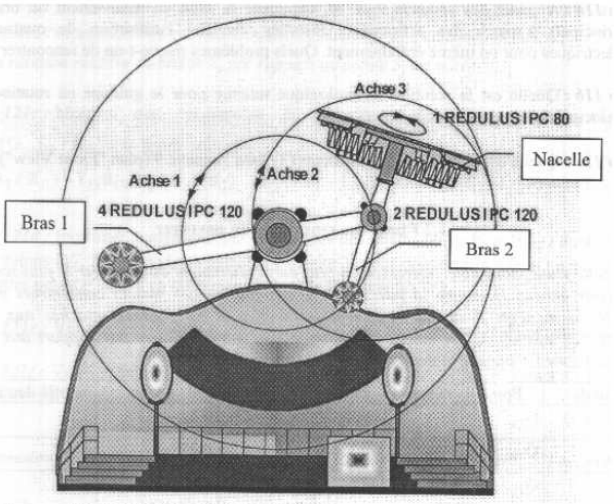


θ= ($\vec{x}_0$, $\vec{x}_1$): angle de rotation du rotor; β= ($\vec{x}_1$, $\vec{x}_{23}$) : angle de battement;
α= ($\vec{y}_{12}$, $\vec{y}_3$): angle de pas

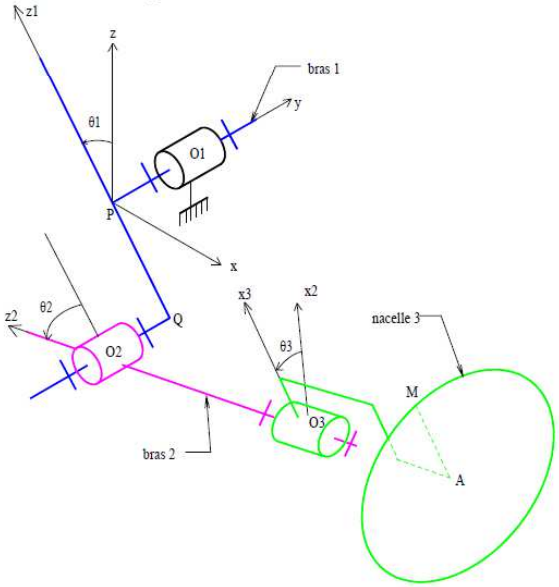
PERIODE 2 – Exercice4 :

Magic arms





Le « magic arms » est un manège fabriqué par la société WAAGNER-BIRO.
Ses mouvements simultanés autour de trois axes, désorientent les 39 passagers embarqués qui ne savent plus reconnaître le dessus du dessous pendant quelques minutes.
La modélisation adoptée est la suivante :



On pose : $O_1P=l_1$; $PQ=a$; $QO_2=l_2$; $O_2O_3=b$; $O_3A=c$; $AM=R$.

① Montrer par trois figures planes, les angles θ_1, θ_2, θ_3, les bases $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, $(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$, $(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$, $(\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$ attachées respectivement au bâti, au bras 1, au bras 2 et à la nacelle 3 ;

② Exprimer le vecteur position $\vec{O_1M}$ en fonction des paramètres et constantes du mécanisme ;

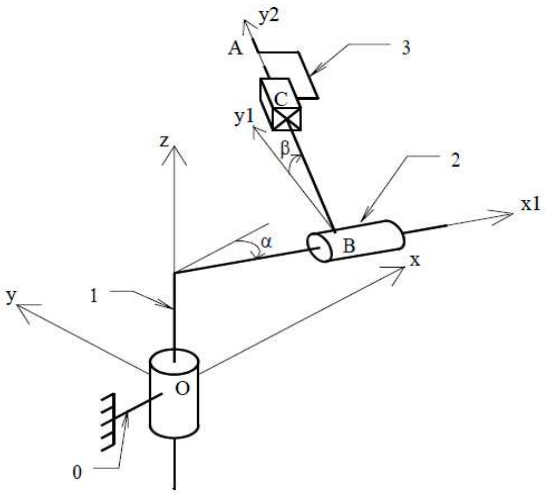
③ Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(M\in 3/R)$;

④ Déterminer le vecteur accélération $\vec{\Gamma}(M\in 3/R)$.

PERIODE 2 – Exercice5 : Calcul de vitesse par composition des torseurs cinématiques

Robot 5 axes

On donne le schéma cinématique d'un robot « 5 axes » (5 mobilités) :
$L_{1/0}$: pivot glissant d'axe $(O,\vec{z})$;
$L_{2/1}$: pivot glissant d'axe $(B,\vec{x}_1)$;
$L_{3/2}$: glissière de direction $\vec{y}_2$.



$\alpha = (\vec{x},\vec{x}_1) = (\vec{y},\vec{y}_1)$;
$\beta = (\vec{y}_1,\vec{y}_2) = (\vec{z},\vec{z}_2)$;
$\vec{OB} = \lambda\vec{z} + \mu\vec{x}_1$;
$\vec{BC} = v\vec{y}_2$;
$\vec{CA} = a\vec{y}_2$.

- Donner les torseurs cinématiques caractérisant les mouvements de 1/0, 2/1 et 3/2 ;
- Donner le torseur cinématique au point A caractérisant le mouvement 3/0 ;
- Donner l'accélération $\vec{\Gamma}(A \in 3/0)$.

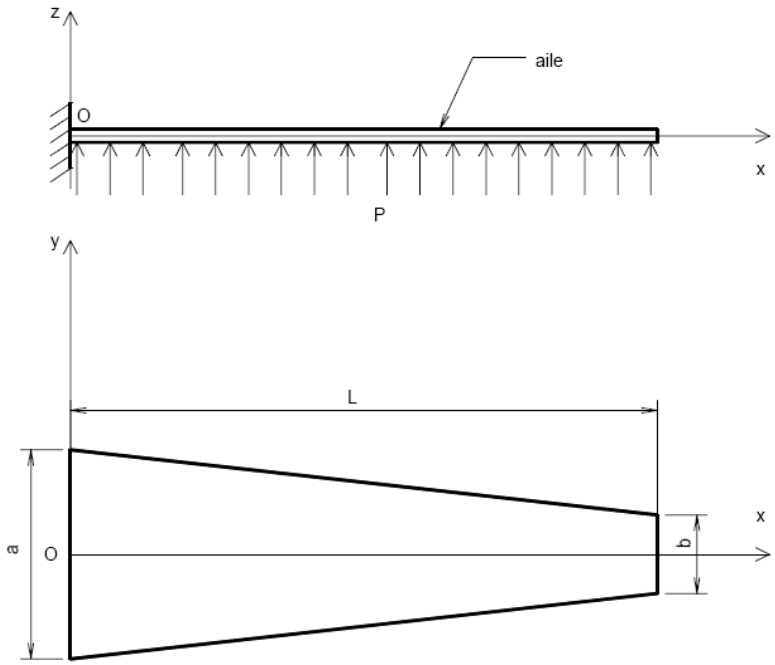
PERIODE 2 – Exercice6 : torseur des actions mécaniques de pression de l'air sur une aile d'avion.



Extrait de " La Passion Verticale " sur la mécanique du vol de l'hélicoptère

http://www.jp-petit.org/TELECHARGEABLES/livres_telechargeables.htm

On donne ci-dessous le schéma simplifié d'une aile d'avion :



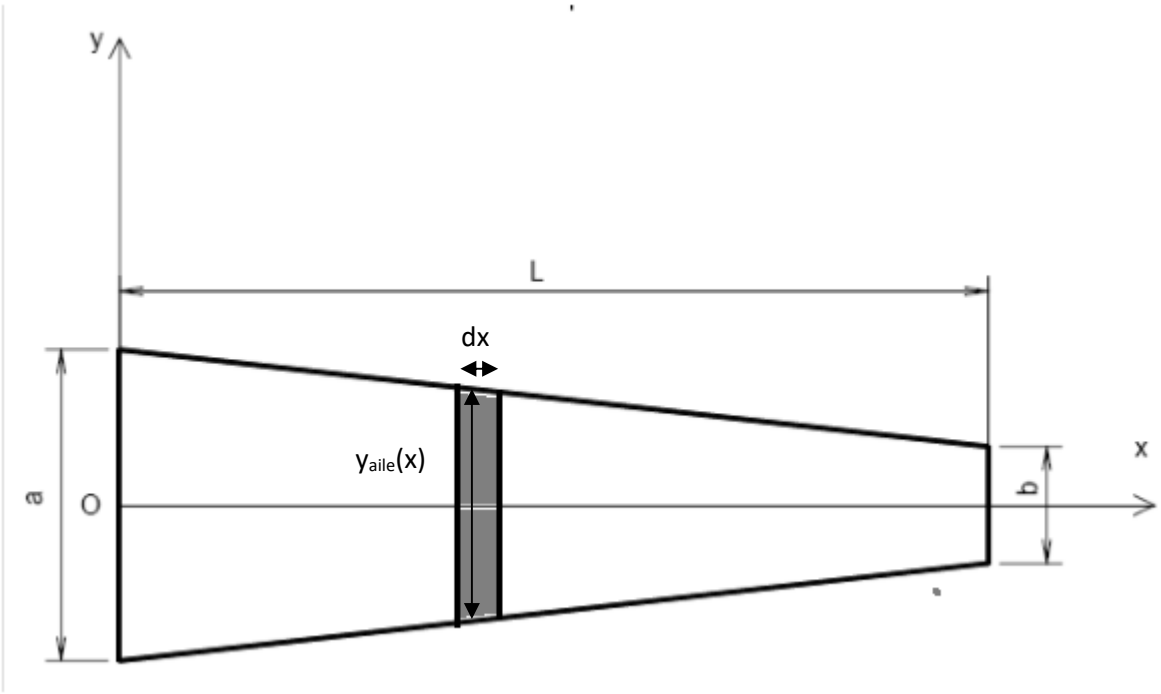
Une pression uniforme P, due à l'action de l'air s'exerce sur toute sa <u>surface inférieure</u>. On rappelle que

$$d\vec{F}(M)_{air\to aile} = P(M).dS.\vec{z}$$

1. *Calculer le torseur élémentaire en M et O des actions mécaniques locales appliquées en M(x,y) sur une surface dS. On le note (en M) :* $\left\{ \begin{matrix} d\vec{F}(M) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_M$

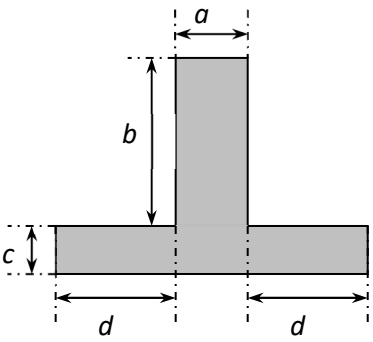
   On calculel ensuite le torseur global des actions mécaniques en O noté $\left\{ T_{air\to aile} \right\}_O = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{air\to aile} \\ \overrightarrow{M}_{o\ air\to aile} \end{matrix} \right\}_O$

2. *Calculer* dS *en fonction de x, a , b et L. NB : si la surface totale était rectangulaire en prendrait* $dS = dx.dy$ *; or ici la largeur de l'aile dépend de x (forme trapézoïdale). On prendra donc ici ce type d'élément de surface :*

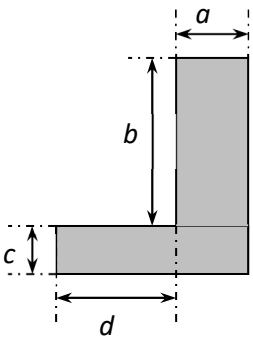


3. *Calculer la résultante globale par intégration de l'action de l'air sur l'aile* $\vec{R}_{air\to aile}$
4. *Calculer le moment résultant en O de l'action de l'air sur l'aile* $\vec{M}_{O,air\to aile}$
5. *En déduire de 3 et 4 le torseur des actions mécaniques de l'air en O sur l'aile entière :* $\left\{ T_{air\to aile} \right\}_O$
6. *Donner la position du centre de poussée P de l'action de l'air sur l'aile. Ce point P est défini comme le point sur lequel s'appliquerait la résultante de l'action de l'air* $\vec{R}_{air\to aile}$ *seule (ceci implique* $\overrightarrow{M}_{P,air\to aile} = \vec{0}$*) et qui aboutirait au même torseur des actions mécaniques de l'air en O sur l'aile. <u>On parle alors de chargement équivalent d'un point de vue global.</u>*
7. *Vérifier vos résultats pour le cas simple a=b.*
8. *Calculer à l'aide du PFS le torseur des actions transmissibles par la liaison encastrement en O de la part du bâti sur l'aile garantissant l'équilibre statique.*

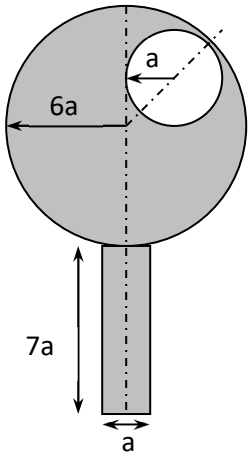
PERIODE 2 – Exercice7 : Calcul de position de centre gravité (méthode intégrale, relation barycentrique ou Guldin)



Cas 1

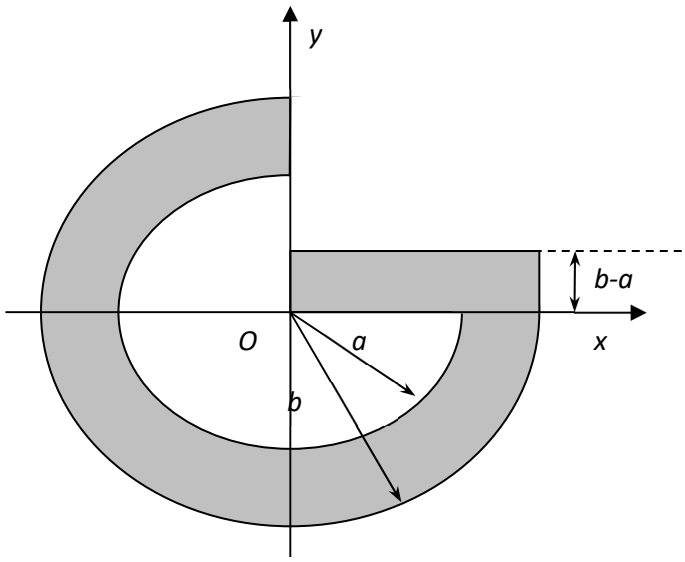


Cas 2



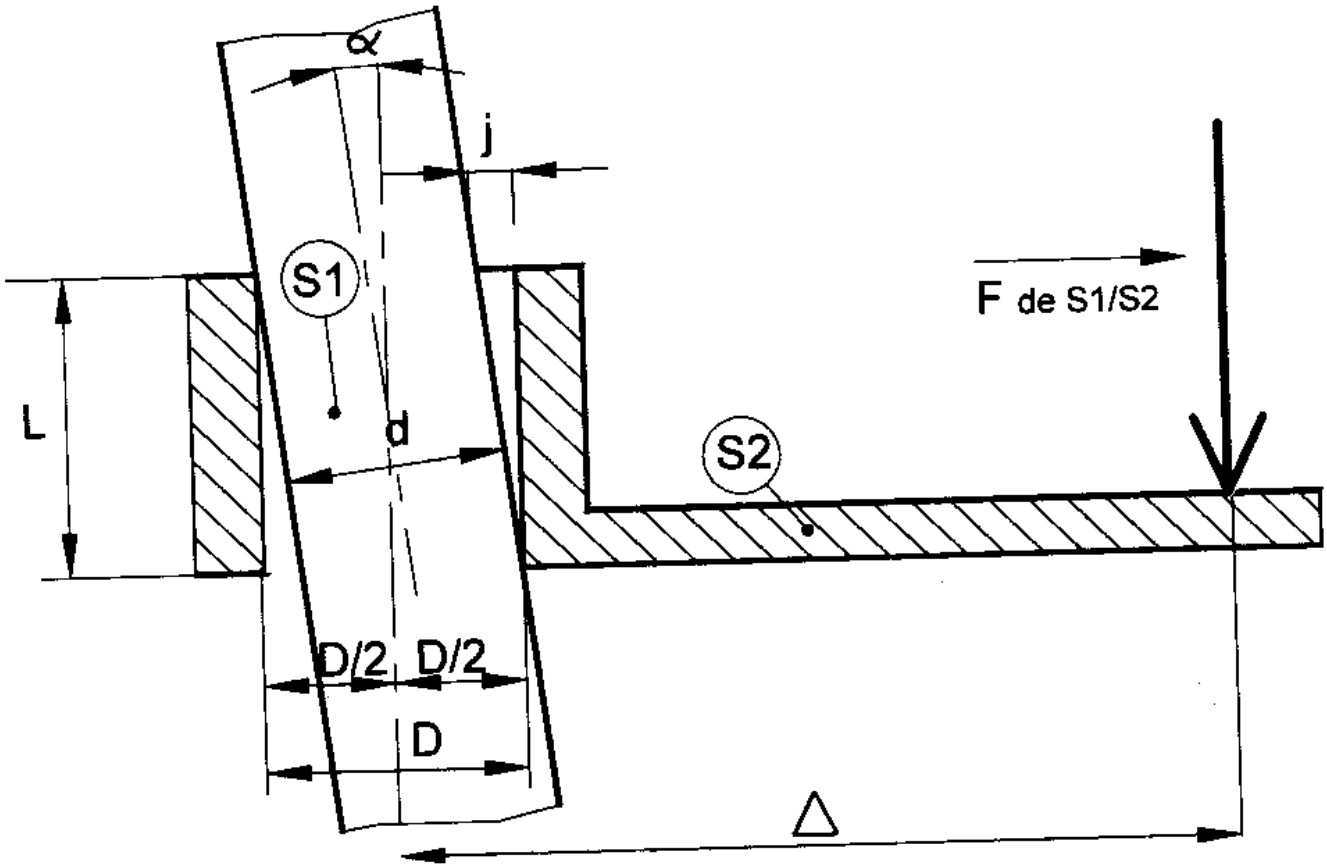
Cas 3

Cas 4 : Considérons la surface homogène de masse surfacique σ représentée ci-dessous. Elle est constituée d'un ¾ d'anneau (pièce S_1) et d'un rectangle (pièce S_2).



1. En utilisant les propriétés de symétrie, sur quel axe se trouve le centre de gravité de la surface S_1 (donner son équation). Que peut-on en déduire pour les coordonnées de G_1, centre de gravité de S_1?
2. Donner la masse de S_1 en fonction de σ, *a* et *b*.
3. En utilisant la définition du centre de gravité, calculer les coordonnées de G_1. Indications: en coordonnées polaires $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ et $dm = \sigma ds = \sigma r dr d\theta$
4. Donner la masse de S_2 en fonction de σ, *a* et *b* et les coordonnées de G_2, centre de gravité de S_2.
5. En déduire les coordonnées de *G*, centre de gravité de l'ensemble S_1+S_2.

PERIODE 2 – Exercice8 : arc-boutement - cas général (α petit !!)



Le phénomène d'arc-boutement se traduit par le basculement du coulisseau (figure 11), entraînant une impossibilité de déplacement par rapport à la glissière (quelle que soit l'intensité de l'effort).
Ce blocage peut provoquer la détérioration du coulisseau ou de la glissière.

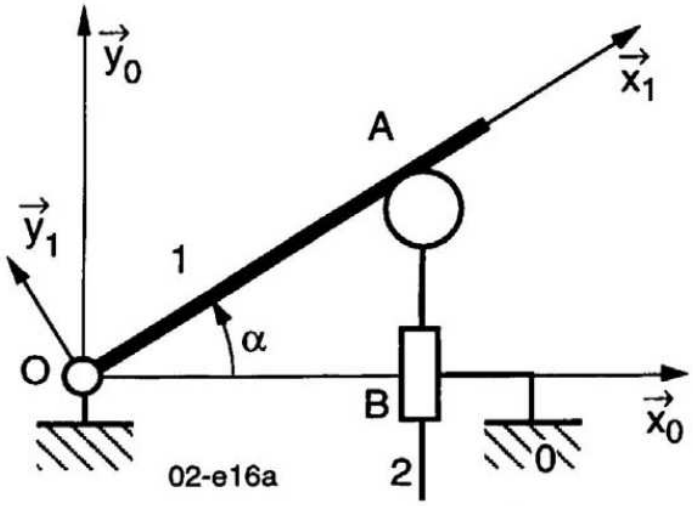
Pour éviter ce phénomène, il y a trois possibilités :

- **Augmenter la longueur de guidage L ;**
- **Diminuer le facteur de frottement f (changer les matériaux en contact) ;**
- **Diminuer le jeu de guidage.**

Contact en B à gauche , contact en A à droite. A, action mécanique normale en A . B, action mécanique normale en B ; f coef frottement .

Montrer qu'on a arc-boutement si : $\Delta \leq \frac{L}{2f}$

PERIODE 2 – Exercice9 : PFS pour n solides (2D)



On associe les repères :

- $R_0(O, \vec{x_0}, \vec{y_0}, \vec{z_0})$ au bâti 0, tel que $\overrightarrow{OB} = b.\vec{x_0}$
- $R_1(O, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ au poussoir 1, tels que $\overrightarrow{BA} = \lambda.\vec{y_0}$ et $\alpha = (\vec{x_0}, \vec{x_1})$

Un système non représenté assure le maintien du contact du coulisseau 2 avec le poussoir 1 au point A.

Le poussoir 1 est soumis au couple moteur C_m et le piston 2 à l'action F de pression du fluide.
On suppose le problème plan, les liaisons sans frottement et on néglige les effets d'inertie et de la pesanteur.

L'objectif de l'étude est de déterminer la loi entrée-sortie en statique (c'est-à-dire déterminer F en fonction de C_m).

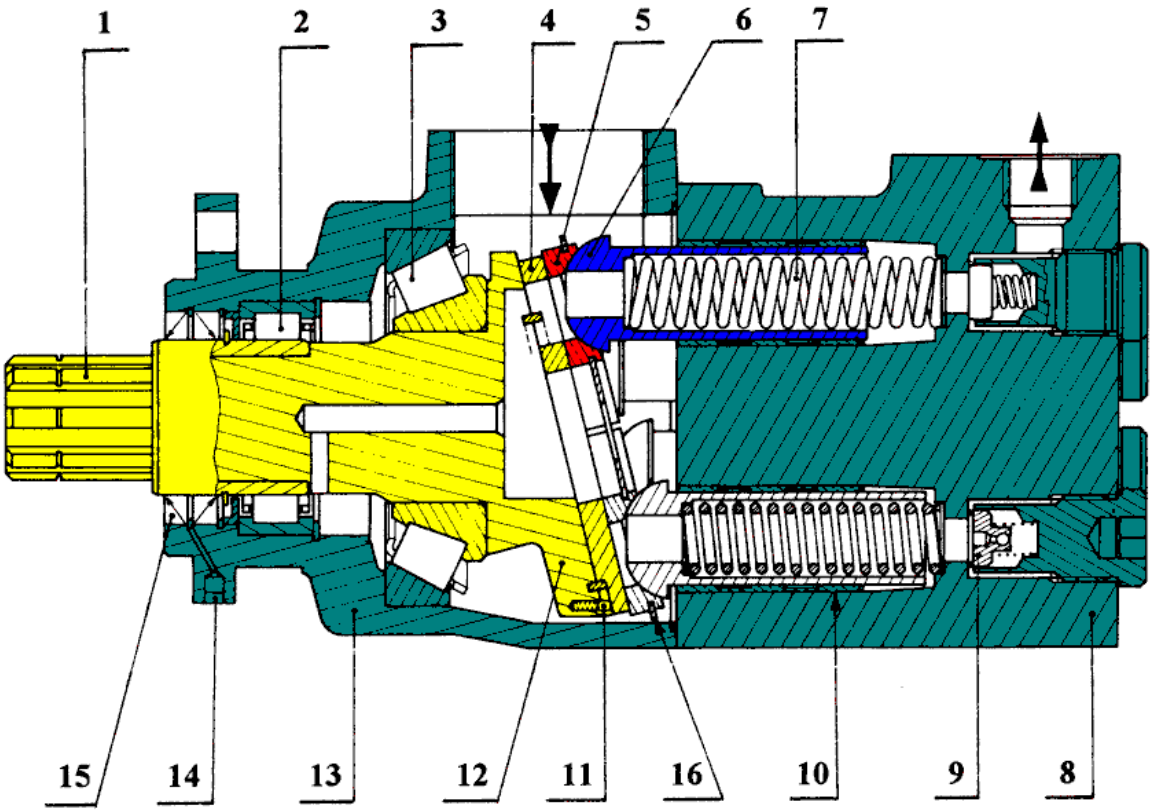
Question 1 : *Déterminer le graphe de structure.*

Question 2 : *Isoler {1} et en déduire une relation entre* C_m *et* $\left\|\overrightarrow{A_{2\to1}}\right\|$.

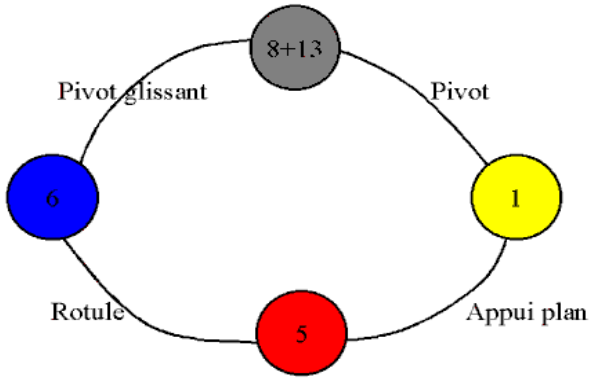
Question 3 : *Isoler {2} et en déduire une relation entre* C_m *et F.*

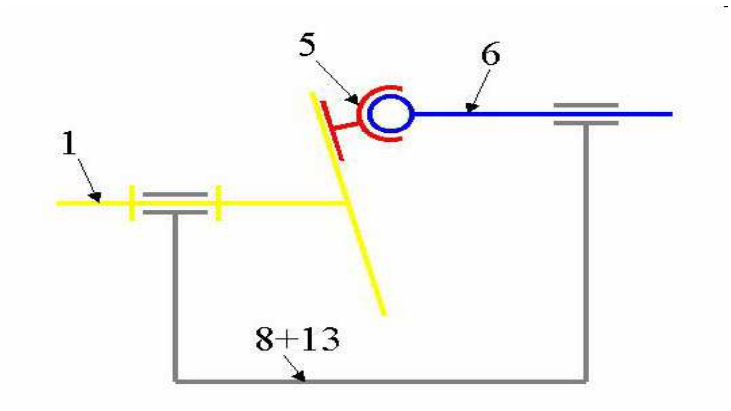
PERIODE 2 – Exercice10 : Calcul d'hyperstatisme (formules rapides)

10.A



L'arbre **1**, lié au plateau **12**, est entraîné en rotation par un moteur. Les cinq pistons **6**, décalés de 72° (deux pistons ont été placés dans le plan de coupe pour montrer les positions extrêmes de la course), s'appuient sur une plaque **4** (en liaison fixe avec **12**) par l'intermédiaire de plots en bronze **5**. Le corps de la pompe est constitué des pièces **8** et **13**.

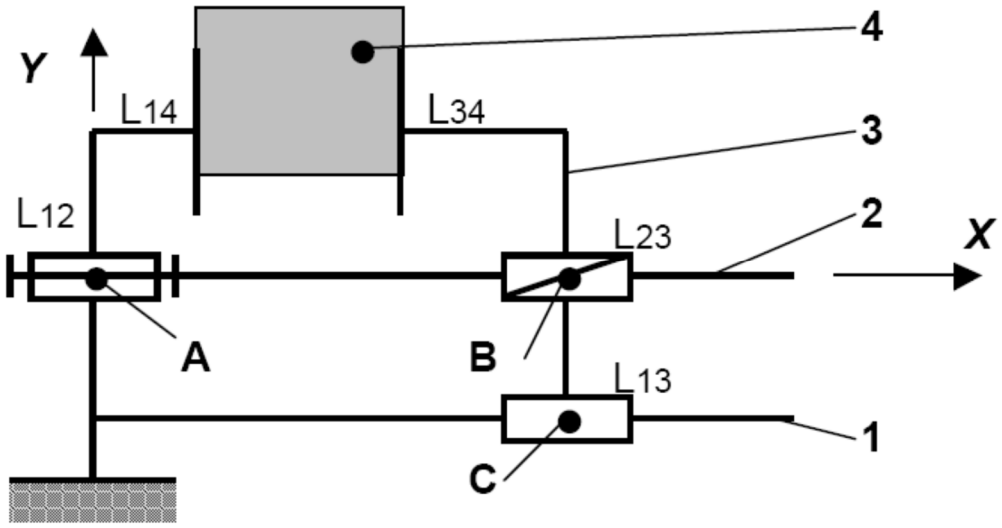




Donner la liaison équivalente entre 6 et 1.

Déterminer le degré d'hyperstatisme de la modélisation spatiale proposée.

10.B



1 : Mors fixe 2 : Vis de commande 3 : Mors mobile 4 : Pièce	L12 : Liaison pivot L13 : Liaison glissière L14 : Liaison plane L23 : Liaison hélicoïdale L34 : Liaison plane

Faire un graphe de liaison.

Déterminer le degré d'hyperstatisme de la modélisation spatiale proposée dans le cas où l'on déplace le mors mobile (sans pièce serrée).

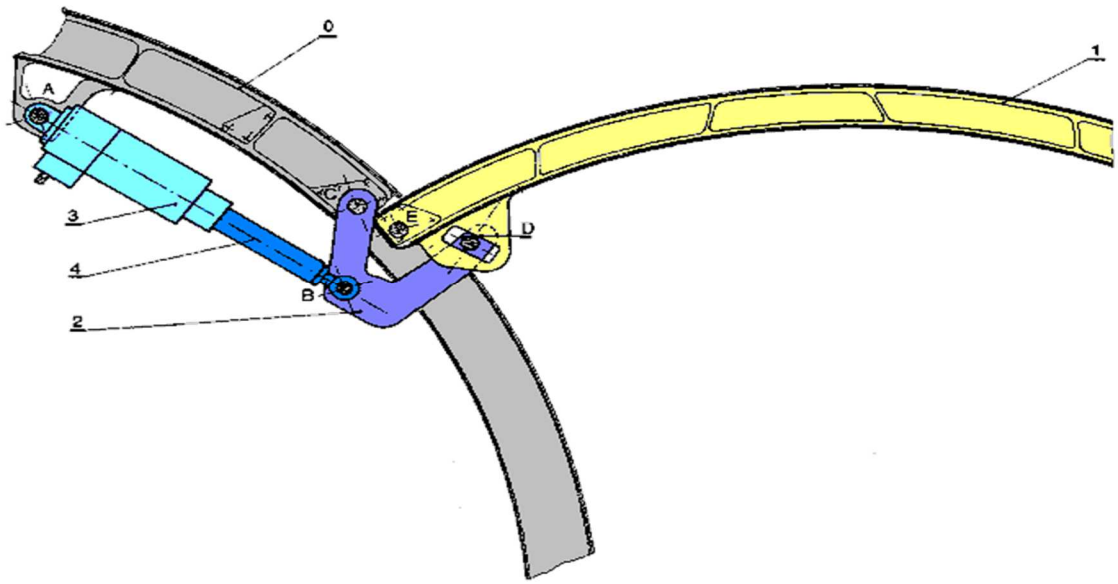
Proposer un modèle isostatique.

Déterminer le degré d'hyperstatisme de la modélisation spatiale proposée dans le cas où la pièce est serrée (mors immobile)

Proposer un modèle isostatique.

Modélisation, schématisation cinématique et calcul du degré d'Hyperstatisme

Mécanisme ouvre porte d'avion ATR42 :



0 : carlingue

1 : porte

2 : basculeur

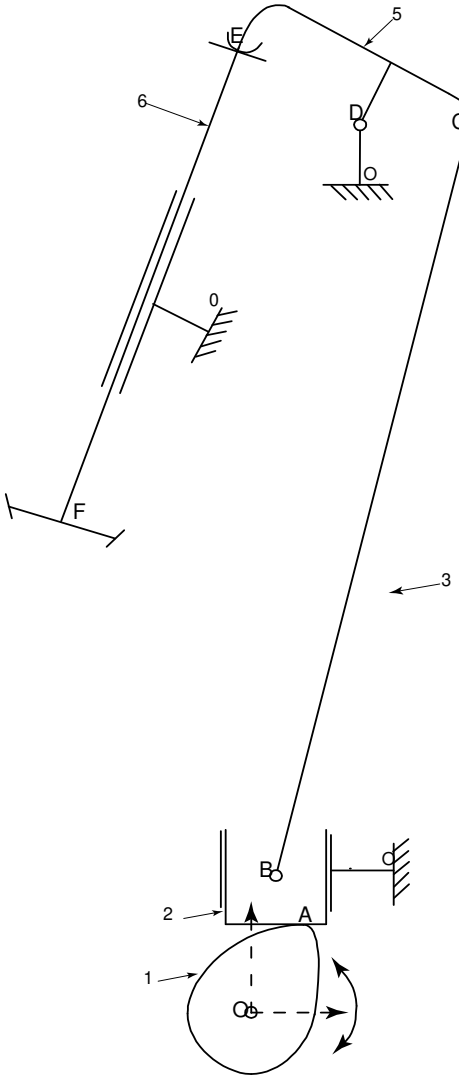
3 : corps de vérin

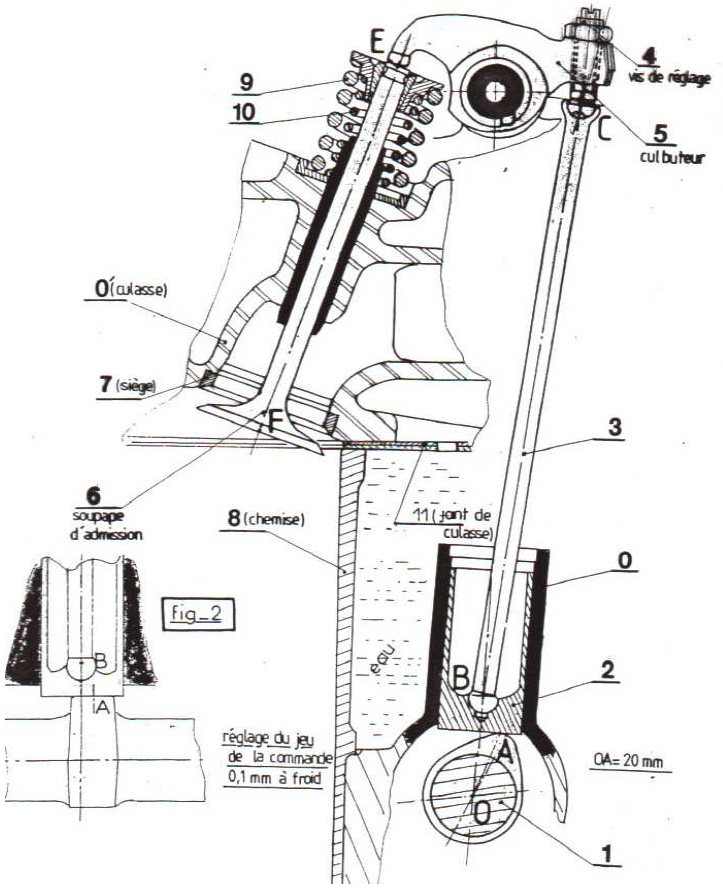
4 : tige de vérin

Modèle 1	**Modèle 2**	**Modèle 3**
Liaison Pivot 1/0 en E Liaison Pivot 2/0 en C Liaison Pivot 3/0 en A Liaison Pivot 4/2 en B Liaison Glissière 4/3 selon AB Liaison linéaire rectiligne 2/1 (ou cylindre plan) en D	Liaison Pivot 1/0 en E Liaison Pivot 2/0 en C Liaison Rotule (ou sphérique) 3/0 en A Liaison Rotule 4/2 en B Liaison Glissière 4/3 selon AB Liaison Ponctuelle (ou sphère plan) 2/1 en D	Liaison Pivot 1/0 en E Liaison Pivot 2/0 en C Liaison Rotule (ou sphérique) 3/0 en A Liaison Rotule 4/2 en B Liaison Pivot Glissant 4/3 selon AB Liaison Ponctuelle (ou sphère plan) 2/1 en D

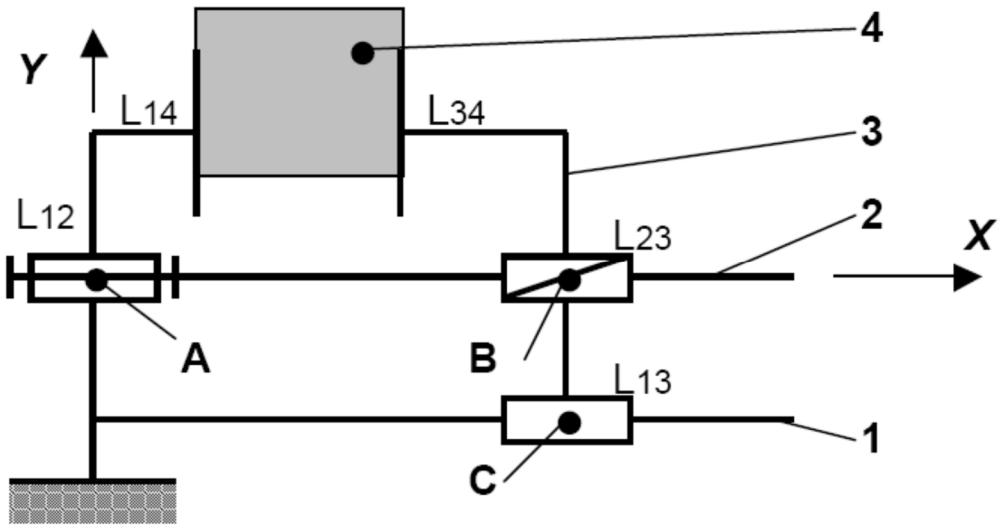
Mécanisme de levée de soupapes :

Modèle 1	Modèle 2
Liaison Pivot 1/0 en O Liaison linéaire rect. (ou cylindre plan) 2/1 en A Liaison Pivot glissant 2/0 Liaison Pivot 3/2 en B Liaison Pivot 3/5 en C Liaison Pivot 5/0 en D Liaison Pivot Glissant 6/0 Liaison linéaire rect. 6/5 en E	Liaison Pivot 1/0 en O Liaison Ponctuelle (ou sphére plan) 2/1 en A Liaison Pivot glissant 2/0 Liaison Rotule (ou sphèrique) 3/2 en B Liaison Rotule 3/5 en C Liaison Pivot 5/0 en D Liaison Pivot Glissant 6/0 Liaison Ponctuelle (ou sphère plan) 6/5 en E





ETAU



1 : Mors fixe 2 : Vis de commande 3 : Mors mobile 4 : Pièce	L12 : Liaison pivot L13 : Liaison glissière L14 : Liaison plane L23 : Liaison hélicoïdale L34 : Liaison plane

Faire un graphe de liaison.

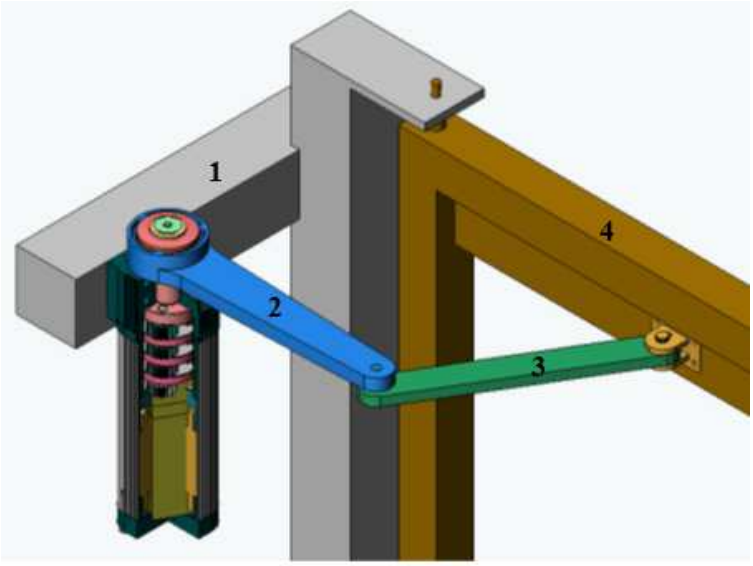
Déterminer le degré d'hyperstatisme de la modélisation spatiale proposée dans le cas où l'on déplace le mors mobile (sans pièce serrée).

Proposer un modèle isostatique.

Déterminer le degré d'hyperstatisme de la modélisation spatiale proposée dans le cas où la pièce est serrée (mors immobile)

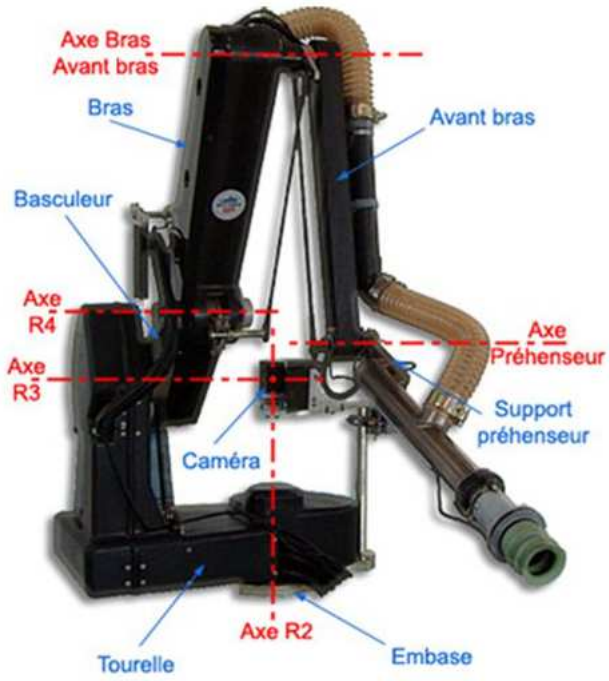
Proposer un modèle isostatique.

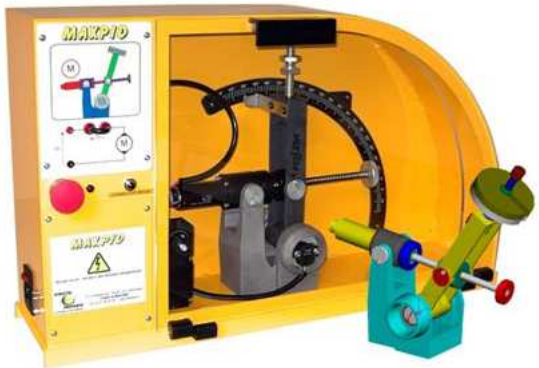
Portail Domoticc



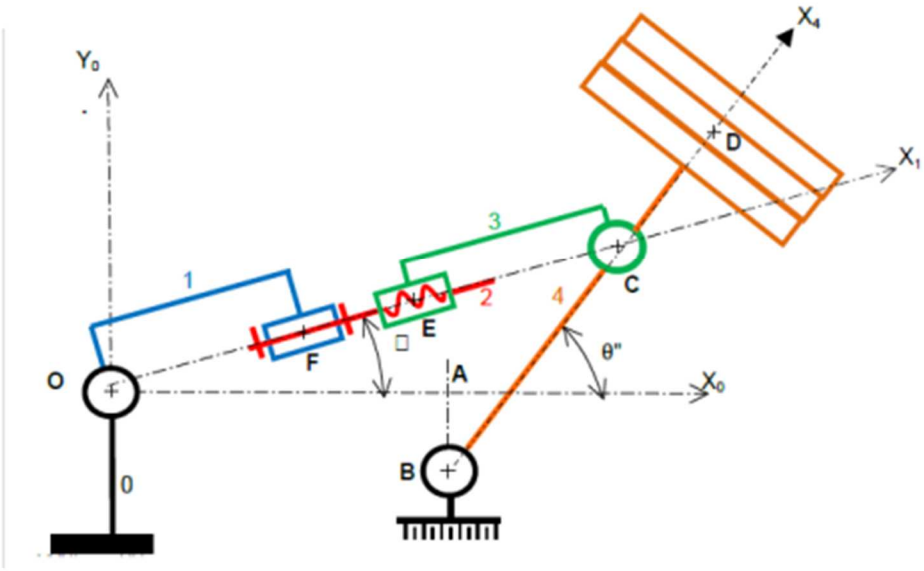
Modèle (sans tenir compte du jeu)
Liaison Pivot 2/1 **Liaison Pivot 4/1** **Liaison Pivot 3/2** **Liaison Pivot 4/3**

Robot Maxpid :

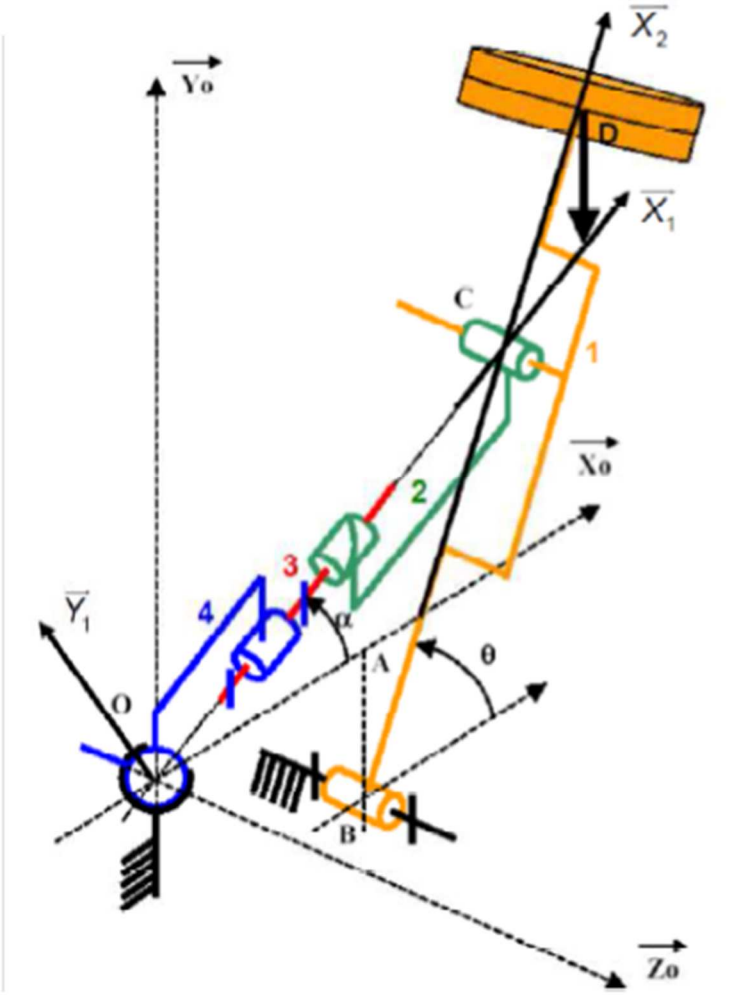




Modèle 1



Modèle 2

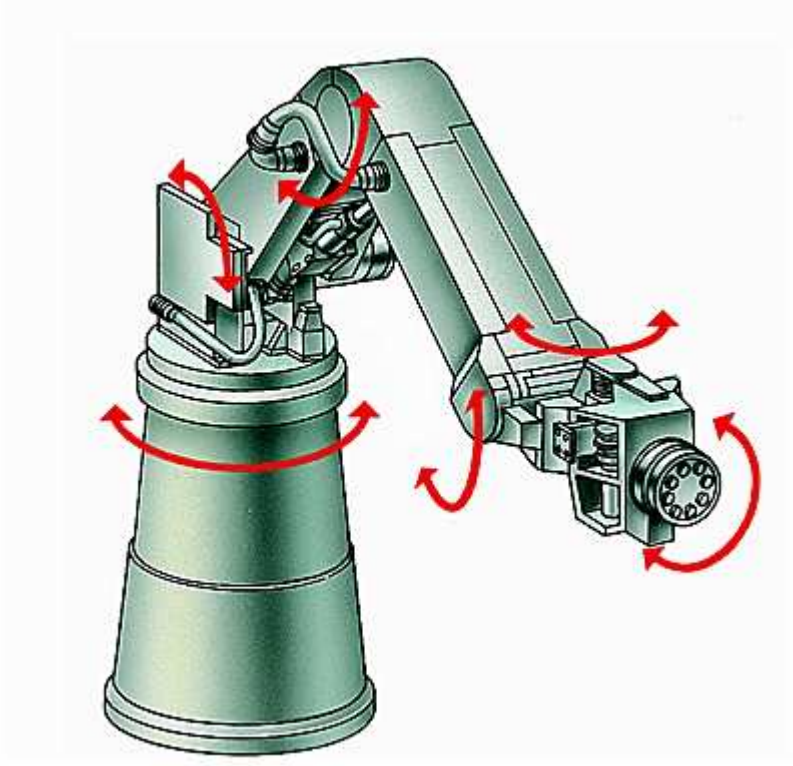


COLLE PERIODE 3 :

PSI :

DYNAMIQUE

ENERGETIQUE

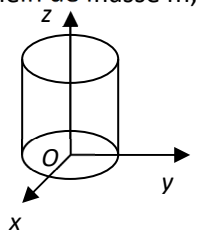


PERIODE 3 – Exercice1 : Matrice d'inertie

1. On considère une plaque rectangulaire homogène de côté b et h. Déterminer sa matrice d'inertie $\left[I_G(S)\right]_{R_G}$.
2. Déterminer la matrice d'inertie $\left[I_G(S)\right]_{R_G}$ d'un anneau filaire homogène de masse *m* et de rayon *R*.
3. Déterminer la matrice d'inertie $\left[I_G(S)\right]_{R_G}$ d'un cylindre plein de masse m, de rayon R et de hauteur H

   En déduire la matrice d'inertie en O, notée $\left[I_O(S)\right]_{R_0}$

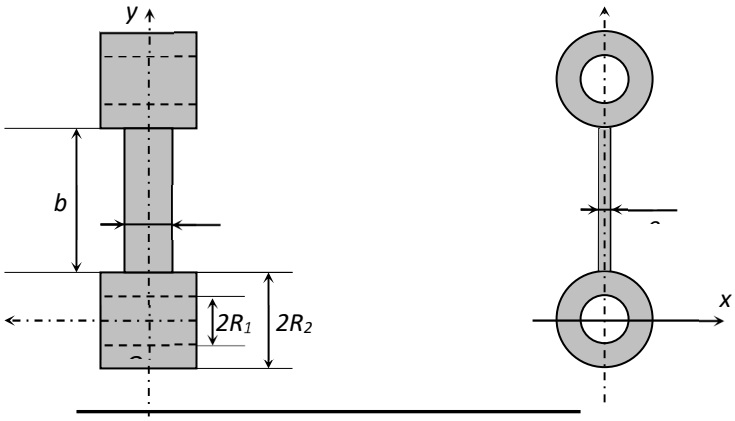
   Cas particulier d'un disque et d'un barreau cylindrique



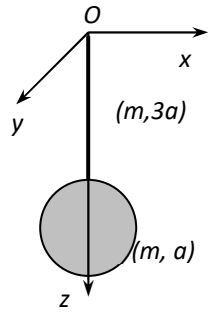
4. Considérons une bielle homogène représentée ci-dessous. Elle est constituée des éléments suivants:

- Deux cylindres creux identiques S_1 et S_3, de rayon intérieur R_1 et extérieur R_2, de longueur *h* et de masse $m_1 = m_3 = \mu V_1 = \mu V_3$
- Un parallélépipède rectangle, de côtés respectifs *a*, *b* et *e*, et de masse $m_2 = \mu V_2$

  Déterminer le moment d'inertie de la bielle par rapport aux axes (O,x) (O,y) et (O,z)



5. Soit une barre de masse m, de longueur 3a, d'épaisseur négligeable et un disque de masse m, de rayon a



(2)

b) Déterminer la position du centre d'inertie G de l'ensemble

c) Déterminer la matrice d'inertie de l'ensemble en G

PERIODE 3 – Exercice2 : Moment cinétique et moment dynamique

La vitesse de rotation du régulateur, liée à la vitesse du véhicule, agit sur un circuit hydraulique et permet de faire varier l'assistance en fonction de la vitesse. Ce régulateur est représenté sur la figure 1 et modélisé sur la figure 2.

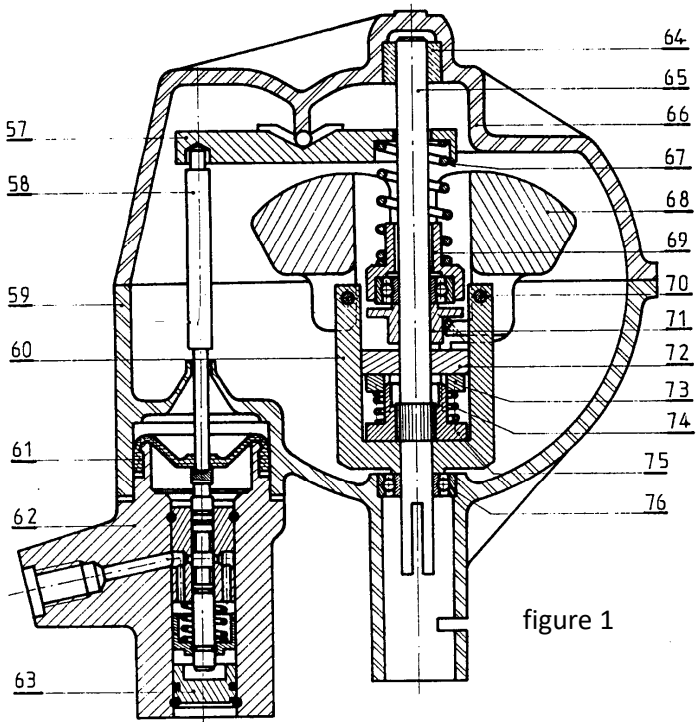


figure 1

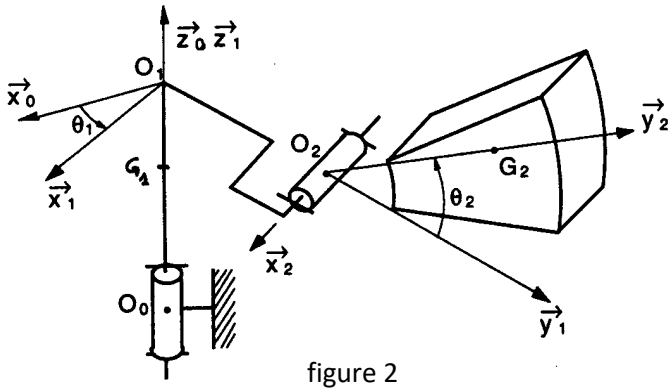


figure 2

Le repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti **59**.

Le repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié à l'arbre **65** = **S_1**.

Le repère $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est lié à la masselotte **68** = **S_2**

Données :

$\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = \theta_1$ avec $\dot{\theta}_1 = Cte$

$\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ et $(\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2) = \theta_2$ avec $\dot{\theta}_2 = Cte$

S_1 : masse m_1, centre de gravité G_1, matrice d'inertie $I(O_1,S_1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)}$

S_2 : masse m_2, centre de gravité G_2, matrice d'inertie $I(G_2,S_2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & -D_2 \\ 0 & -D_2 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$

$\overrightarrow{O_0G_1} = l_1 \vec{z}_0$ $\quad$ $\overrightarrow{O_0O_2} = d_1 \vec{z}_0 + L_1 \vec{y}_1$ $\quad$ $\overrightarrow{O_2G_2} = l_2 \vec{y}_2$

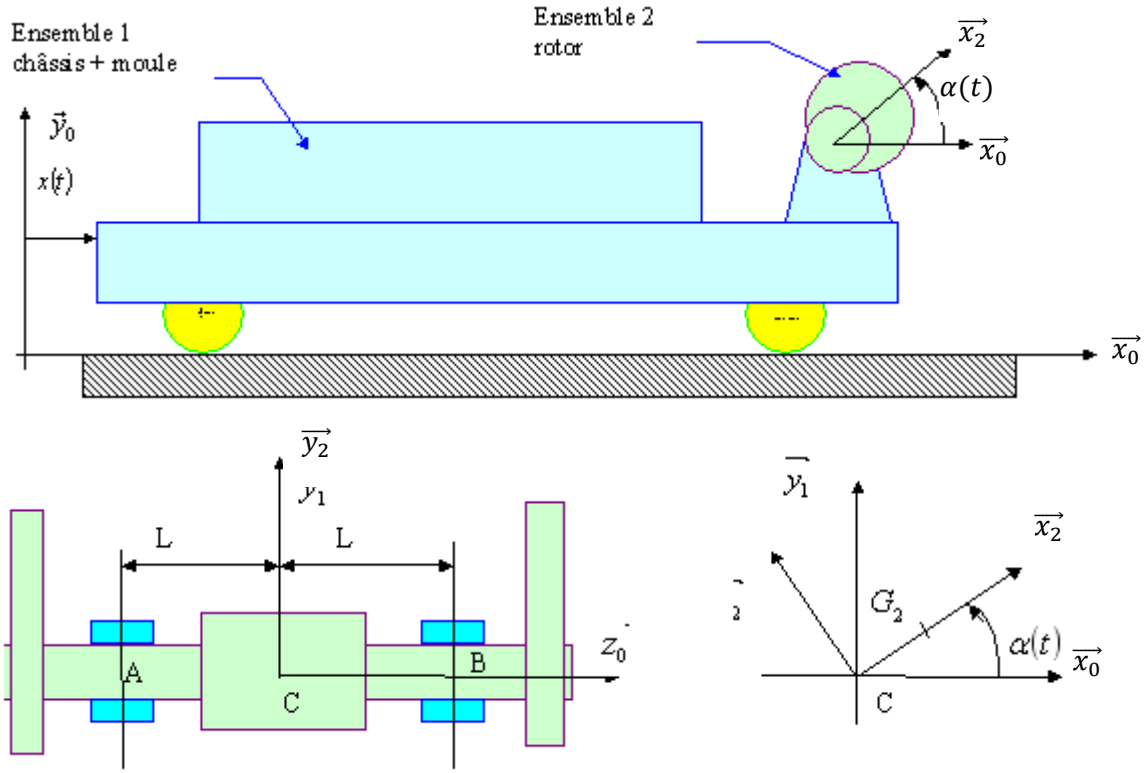
Justifier l'allure des matrices d'inertie de S_1 et S_2.

Déterminer le torseur dynamique de S_1 en O_1 dans son mouvement par rapport à R_0.

Déterminer le moment dynamique de S_2 en O_2 dans son mouvement par rapport à R_0 en projection sur $\vec{x}_2$.

PERIODE 3 – Exercice3 : Dynamique

Les deux figures suivantes représentent schématiquement une machine à vibrer des éléments préfabriqués en béton. Un châssis sur roues est solidaire du moule et du stator d'un moteur électrique destiné à générer les vibrations.



Repères

L'ensemble 1 en translation comprend la plate-forme, le moule, le béton et le stator du moteur électrique. L'ensemble 2, tournant sur 1 par rapport à $C, \overrightarrow{z_0}$), comporte le rotor du moteur, son arbre et deux disques excentrées. Les roues sont en liaison pivot, sans frottement, par rapport à 1. La masse et l'inertie des roues sont négligeables.

Données

On modélisera la liaison en A par une liaison sphérique et celle en B par une liaison sphère cylindre.

Le plan$(C, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1})$ est plan de symétrie du système.

L'ensemble 1 a une masse M_1, sa position par rapport au repère R_0, galiléen, lié la terre est définie par $x(t)$. L'ensemble 2, de masse M_2, tourne à une vitesse constante ω par rapport au repère $(C, \overrightarrow{z_1})$ avec G_2le centre d'inertie, situé dans le plan $(C, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1})$ défini par $\overrightarrow{CG_2} = a.\overrightarrow{x_2}$. La matrice d'inertie de l'ensemble 2 est définie, en C dans la base $(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_0})$ par : $[I_C(2)] = \begin{bmatrix} I_{Cx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{Cy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{Cz} \end{bmatrix}$.

Le moteur applique sur le rotor un couple noté C_m.

Questions

1/ Déterminer le torseur cinétique de 2 dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen

2/ Déterminer le torseur dynamique de 2 dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen

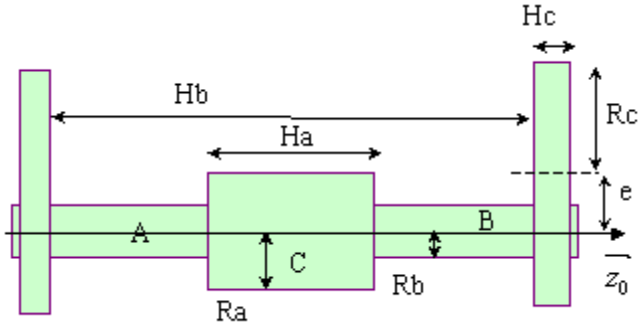
3/ Déterminer les actions de l'ensemble 2 (rotor) sur l'ensemble 1.

4/ Déduire le mouvement du châssis du moule

5/ Exprimer le couple du moteur. Justifier, sans calcul, que sa puissance moyenne est nulle.

Question subsidiaire :

6/ Déterminer, en fonction des dimensions du rotor, les coefficients de la matrice d'inertie



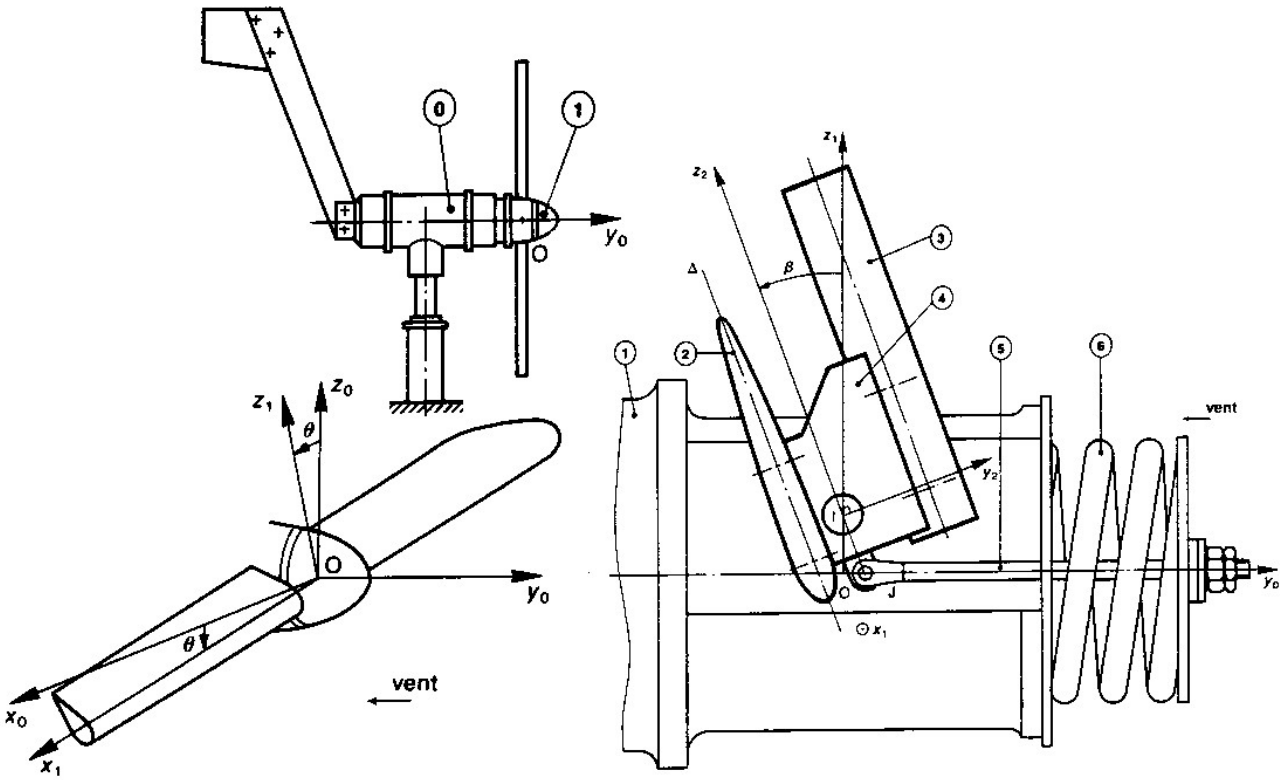
Dimensions rotor

PERIODE 3 – Exercice3 : Dynamique

L'aérogénérateur présenté ci-dessous est utilisé pour répondre aux besoins en énergie électrique d'installations isolées : milieux désertiques, milieux maritimes. Son rôle est de transformer l'énergie éolienne en énergie électrique. Celle-ci, utilisée directement ou stockée dans des batteries d'accumulation.

L'aérogénérateur est constitué :

- d'une hélice bipale d'axe horizontal ;
- d'un dispositif d'orientation (safran et liaison pivot d'axe vertical) ;
- d'un générateur électrique.



Etudions l'aérogénérateur par vent stable :

Soit R_0 $(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ un repère galiléen lié au corps **0** de l'aérogénérateur tel que l'axe $(O,\vec{y}_0)$ soit confondu avec l'axe de l'hélice.

Le vent souffle à la vitesse $\vec{V}=-V\vec{y}_0$ (V : constante positive).

L'arbre **1** de l'hélice est en liaison pivot d'axe $(O,\vec{y}_0)$ avec **0**. Soit R_1 $(O,\vec{x}_1,\vec{y}_0,\vec{z}_1)$ un repère lié à **1** tel que l'axe $(O,\vec{x}_1)$ soit parallèle à l'axe des pales. On pose $\theta=(\vec{x}_0,\vec{x}_1)$ avec θ' = Cste = ω (ω>0).

Le fonctionnement optimal de l'aérogénérateur est obtenu avec les conditions suivantes :

- V = 7 m/s
- ω = 120 rad/s

Un système de régulation modifiant l'angle de calage β permet de rester au voisinage de ce point de fonctionnement. Il existe un système de régulation par pale. Pour la pale **2**, celui-ci est constitué par un ensemble **S** de pièces cinématiquement équivalente : {**2** : pale ; **3** : barre de régulation ; **4** : support} et par un ressort **6** pris entre l'arbre **1** et la tige de rappel **5**.

Cet ensemble **S** est en liaison pivot sans frottement d'axe $(I,\vec{x}_1)$ avec l'arbre **1**, telle que $\overrightarrow{OI}=d\vec{z}_1$ (d>0).

Soit R_2 $(I,\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ un repère lié à **S**, tel que l'axe $(I,\vec{z}_2)$ soit parallèle à la droite de référence Δ de la pale. On pose $\beta=(\vec{z}_1,\vec{z}_2)$ avec β = Cste = 20°.

La tige **5** est en liaison linéaire annulaire sans frottement d'axe $(J,\vec{x}_1)$ avec **S**, telle que $\overrightarrow{IJ}=-a\vec{z}_2$ (a>0). Le point J est sur l'axe $(O,\vec{y}_0)$ lorsque β = 20°.

S a pour masse M et la position de son centre d'inertie G est définie par : $\overrightarrow{IG}=\lambda\vec{x}_1+\mu\vec{z}_2$. La matrice d'inertie de **S** au point G, dans la base $(\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ est la suivante : $\overline{\overline{I}}(G,S)=\begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$.

L'action mécanique du vent sur la pale **2** est représentée par le torseur : $\{T_{(vent\to 2)}\}=\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_H$ avec $\vec{R}=-R\vec{y}_2$, R>0 (seule la composante de $\vec{R}$ suivant $\vec{y}_2$ entraîne la pale en rotation) et $\overrightarrow{IH}=p\vec{x}_1+q\vec{y}_2+r\vec{z}_2$.

L'action mécanique de **5** sur **S** est représentée par la force $Y\vec{y}_0$ appliquée en J. Le but de cette étude est de déterminer Y. L'action mécanique de la pesanteur est négligée.

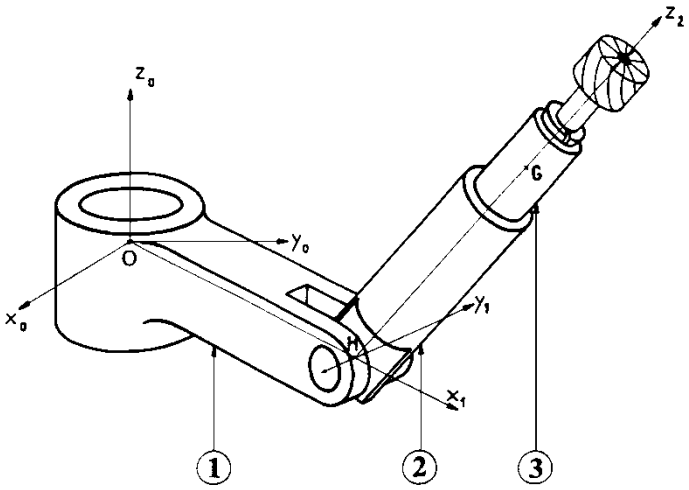
Déterminer le moment cinétique, au point G de **S** dans son mouvement par rapport à R_0.
Déterminer la projection sur $\vec{x}_1$ du moment dynamique, au point I, de **S** dans son mouvement par rapport à R_0.
Ecrire, en projection sur $\vec{x}_1$, le théorème du moment dynamique, au point I appliqué à **S** dans son mouvement par rapport à R_0.
En déduire l'action mécanique exercée par la tige **5** sur l'ensemble **S**.

A.N. : ω = 120 rad/s ; β= 20° ; d = 14 mm ; λ = 159 mm ; μ = 13 mm ; M = 850 g ; A = 700.10^{-6} kg.m² ; B = 30650.10^{-6} kg.m² ; C = 30200.10^{-6} kg.m² ; D = 180.10^{-6} kg.m² ; E = -1920.10^{-6} kg.m² ;

F = -1150.10^{-6} kg.m² ; R = 100 N ; p = 400 mm ; q = -8,5 mm ; r = -6 mm.

PERIODE 3 – Exercice4 : Moment cinétique et moment dynamique

La croquis ci-contre, représente le dispositif porte-outil d'une machine d'affûtage formée de trois solides : **1**, **2**, **3**.



Le repère terrestre $R_0\left(O\,;\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0\right)$ lié au bâti **0** de la machine, est supposé galiléen. L'axe $\left(O,\vec{z}_0\right)$ est vertical ascendant et le champ de gravité est défini par : $\vec{g}=-g\,\vec{z}_0$

Les caractéristiques d'inertie données ci-après tiennent compte des actionneurs (moteurs, transmissions,…) rigidement liés aux différents solides.

Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

1 : Support tournant.

- Repère associé : $R_1\left(O\,;\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0\right)$
- Mouvement 1/0 : Rotation d'axe $\left(O,\vec{z}_0\right)$ commandée par le moteur M_{01} .
- Orientation par rapport à **0** : $\left(\vec{x}_0,\vec{x}_1\right)=\left(\vec{y}_0,\vec{y}_1\right)=\psi(t)$
- Action motrice 0→1 : $\left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ C_{0\to1}\ \vec{z}_0\end{matrix}\right\}_O$
- Opérateur d'inertie : $I_{O,1}=\begin{matrix}O\\ \end{matrix}\begin{pmatrix}A_1 & 0 & -E_1\\ 0 & B_1 & 0\\ -E_1 & 0 & C_1\end{pmatrix}_{\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0}$

2 : Bras pivotant.

- Repère associé : $R_2\left(H\,;\vec{x}_2,\vec{y}_1,\vec{z}_2\right)$
- Mouvement 2/1 : Rotation d'axe $\left(H,\vec{y}_1\right)$ commandée par le moteur M_{12}
- Orientation par rapport à **1** : $\left(\vec{z}_0,\vec{z}_2\right)=\left(\vec{x}_1,\vec{x}_2\right)=\theta(t)$
- Action motrice 1→2 : $\left\{\begin{matrix}\vec{0}\\ C_{1\to2}\ \vec{y}_1\end{matrix}\right\}_H$

- Masse : m_2
- Centre d'inertie : H tel que : $\overrightarrow{OH}=a\,\vec{x}_1$
- Opérateur d'inertie : $I_{H,2}=\begin{matrix}H\\ \end{matrix}\begin{pmatrix}A_2 & 0 & 0\\ 0 & A_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{\vec{x}_2,\vec{y}_1,\vec{z}_2}$

<u>3</u> : Porte-outil et son outil.

- Repère associé : $R_3\left(G\,;\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_2\right)$
- Mouvements 3/2 : Rotation d'axe $(H,\vec{z}_2)$ et translation de direction $\vec{z}_2$ commandées par l'actionneur M_{23}
- Orientation par rapport à **<u>2</u>** : $\left(\vec{x}_2,\vec{x}_3\right)=\left(\vec{y}_1,\vec{y}_3\right)=\phi(t)$
- Action motrice 2→ 3 : $\left\{\begin{matrix}R_{2\to3}\ \vec{z}_2\\C_{2\to3}\ \vec{z}_2\end{matrix}\right\}_H$
- Masse : m_3
- Centre d'inertie : G tel que : $\overrightarrow{HG}=\rho(t)\ \vec{z}_2$
- Opérateur d'inertie : $I_{G,3}=\begin{matrix}G\\\end{pmatrix}\begin{matrix}A_3 & 0 & 0\\0 & A_3 & 0\\0 & 0 & C_3\end{matrix}\Big)_{\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z}_2}$

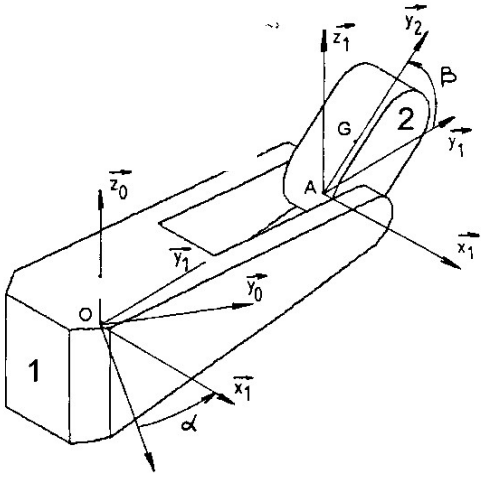
Les actions d'affûtage (actions de la pièce sur l'outil) très faibles dans la réalité seront supposées nulles.

Proposer une démarche pour déterminer les caractéristiques des actionneurs c'est à dire : $C_{0/1}$, $C_{1/2}$, $C_{2/3}$, $R_{2/3}$.

Déterminer les caractéristiques des actionneurs : $C_{0/1}$, $C_{1/2}$, $C_{2/3}$, $R_{2/3}$.

PERIODE 3 – Exercice5 : Energétique

Soit une centrifugeuse composée d'un bâti **0** (non représenté), d'un bras **1** en mouvement de rotation autour de $(O,\vec{z}_0)$ par rapport à **0** et d'une cabine **2** de masse m_2 en mouvement de rotation autour de $(A,\vec{x}_1)$ par rapport à **1**.



O : centre de gravité de **1**.

I : Moment d'inertie de 1 par rapport à $(O,\vec{z}_0)$.

$C_{01}.\vec{z}_0$: Couple délivré par un moteur lié à **0** agissant sur **1**.

$C_{12}.\vec{x}_1$: Couple délivré par un moteur lié à **1** agissant sur **2**.

$$\overrightarrow{OA}=a\vec{y}_1 \; ; \; \overrightarrow{AG}=b\vec{y}_2 \; ; \; I_{G(2)} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_2$$

On note $\{1\to 2\}_A = \begin{Bmatrix} X_{12}.\vec{x}_2 + Y_{12}.\vec{y}_2 + Z_{12}.\vec{z}_2 \\ M_{12}.\vec{y}_2 + N_{12}.\vec{z}_2 \end{Bmatrix}_A$ et $\{0\to 1\}_O = \begin{Bmatrix} X_{01}.\vec{x}_1 + Y_{01}.\vec{y}_1 + Z_{01}.\vec{z}_1 \\ L_{01}.\vec{x}_1 + M_{01}.\vec{y}_1 \end{Bmatrix}_O$

Déterminer 2T1/0 et 2T2/0.
Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à **2**.
Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à 1+2.

PERIODE 3 – Exercice6 : Energétique

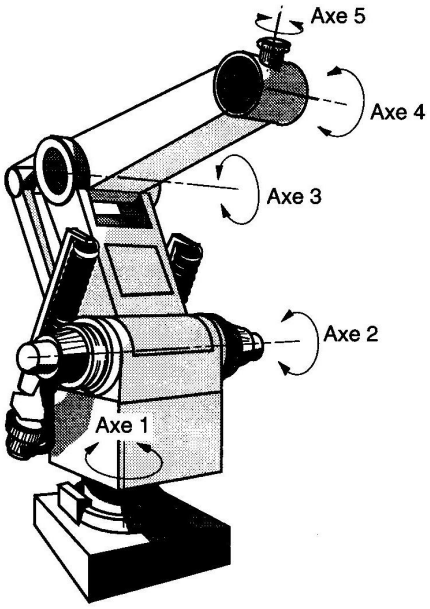


Figure 1

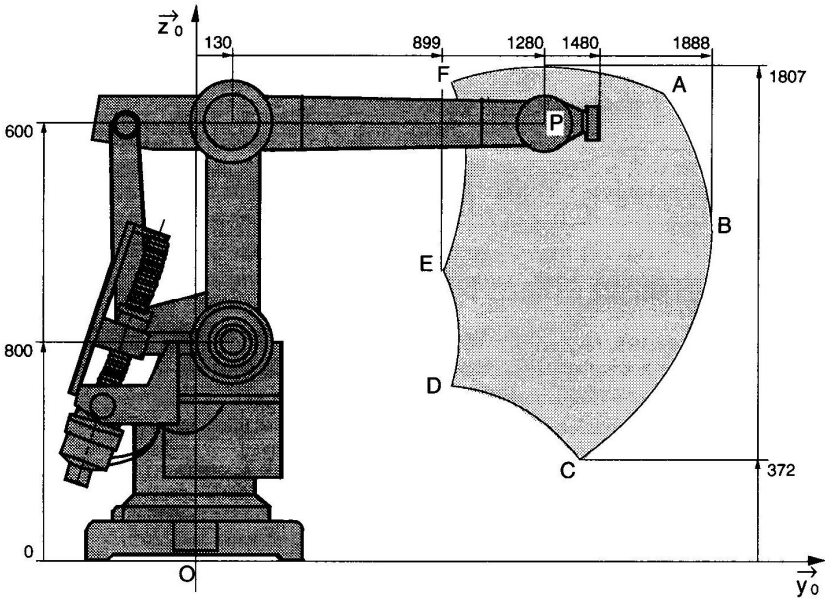


Figure 2

Le robot cinq axes IRB 60/2 représenté ci-dessus est un robot industriel, tout électrique, utilisé pour la manutention de pièces lourdes.

- axe1 : rotation du fût **1**
- axe 2 : rotation du bras **2**
- axe 3 : rotation de l'avant-bras **3**
- axe 4 : inclinaison du poignet **4**
- axe 5 : rotation de la pince **5**

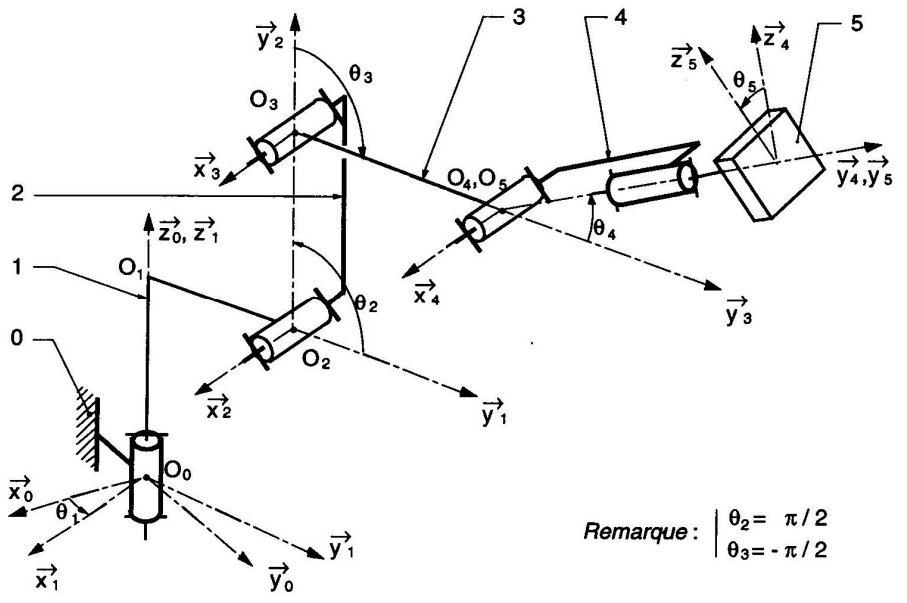


Figure 3

Capacité de préhension : 600 N ;

Rayon d'action du centre du poignet : 1888 mm ;

Répétabilité : < 0,4 mm ;

Poids : 8850 N

Dimension du socle : 800x800 mm.

<u>On se place dans le cas de retournement d'une pièce : rotations simultanées à vitesse constante des axes 4 et 5, les autres étant bloqués.</u>

On note O = O_4 = O_5 et $\vec{x} = \vec{x}_1 = \vec{x}_2 = \vec{x}_3 = \vec{x}_4$. L'angle θ_1 est quelconque, $\theta_2 = \pi/2$, $\theta_3 = -\pi/2$.

Poignet **4** : masse m_4, centre d'inertie G_4 ($\overrightarrow{OG_4} = l_4 \vec{y}_4$), matrice d'inertie $\mathbb{I}_O(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & -D_4 \\ 0 & -D_4 & C_4 \end{pmatrix}_{R_4}$

Pince **5** + pièce : masse m_5, centre d'inertie G_5 ($\overrightarrow{OG_5} = l_5 \vec{y}_5$), matrice d'inertie $\mathbb{I}_O(5) = \begin{pmatrix} A_5 & -F_5 & -E_5 \\ -F_5 & B_5 & -D_5 \\ -E_5 & -D_5 & C_5 \end{pmatrix}_{R_5}$

Le moto-réducteur commandant l'axe 4 est composé d'un stator lié à **3** et d'un rotor lié à **4** et exerce un couple C_{m4} $\vec{x}$ sur le poignet **4**.Le moto-réducteur commandant l'axe 5 est composé d'un stator lié à **4** et d'un rotor lié à **5** et exerce un couple C_{m5} $\vec{y}_5$ sur la pince **5**.

<u>BUT : Déterminer les couples C_{m5} et C_{m4} en fonction des caractéristiques des solides et des paramètres de position.</u>

Montrer que l'on ne peut pas déterminer le couple moteur C_{m5} par application du TEC.

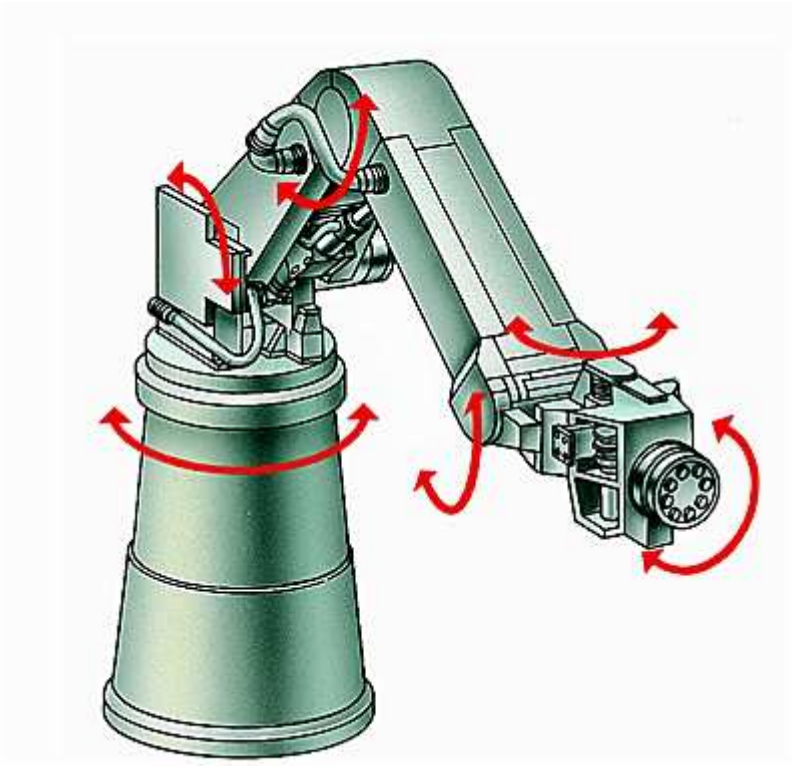
Déterminer le couple moteur par C_{m5} par application du PFD (théorème du moment dynamique à **5** en O en projection sur $\vec{y}_5$).

Montrer que l'on peut déterminer le couple moteur C_{m4} par application du TEC à l'ensemble 4+5.

Déterminer le couple moteur C_{m4}

COLLE PERIODE 4 :

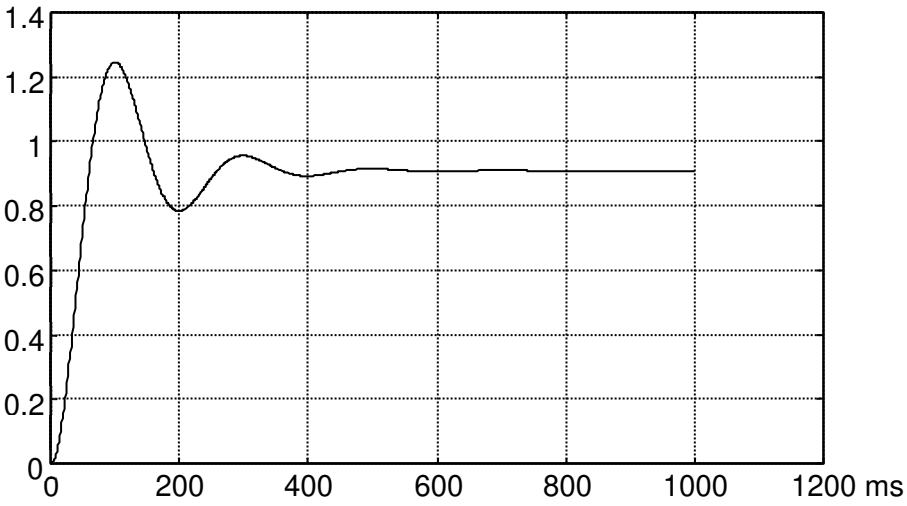
PSI : ENTRAINEMENT AUX DETERMINATIONS ET REGLAGES DE PERFORMANCES DES SLCI



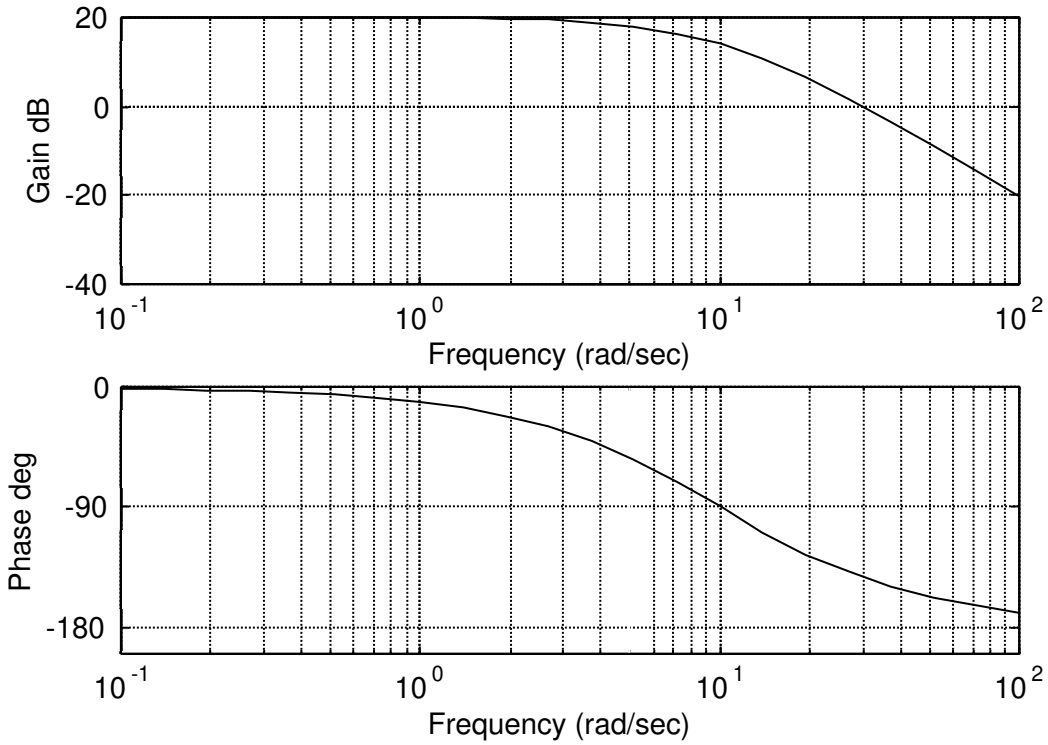
NB : dans tout le poly, les systèmes sont à retour unitaire.

TD N°1 : Correcteur proportionnel

A partir de la réponse d'un système défini par sa FTBF : $H_{BF}(p)$ à un échelon unitaire présentée au verso :



A partir des diagrammes de BODE de la FTBO : $H_{BO}(p)$ d'un système suivant :



Question 1.1 Identifier H(p).

Question 1.2 Déterminer les performances du système (précision, rapidité, dépassement).

Question 1.3 Calculer la FTBO.

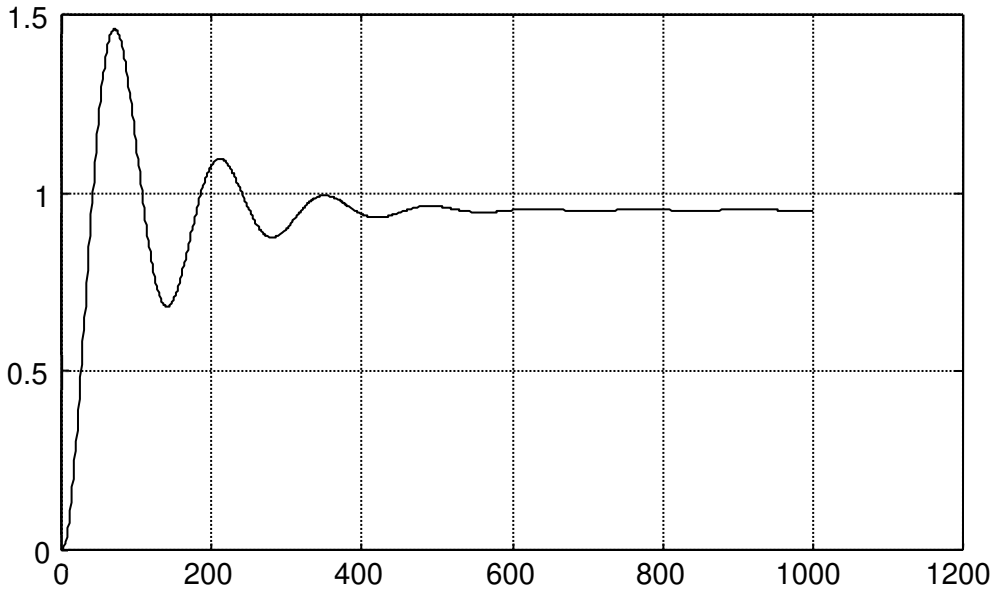
Question 1.4 Calculer la marge de phase.

Question 1.5 Retrouver cette marge de phase sur les diagrammes de BODE de la FTBO

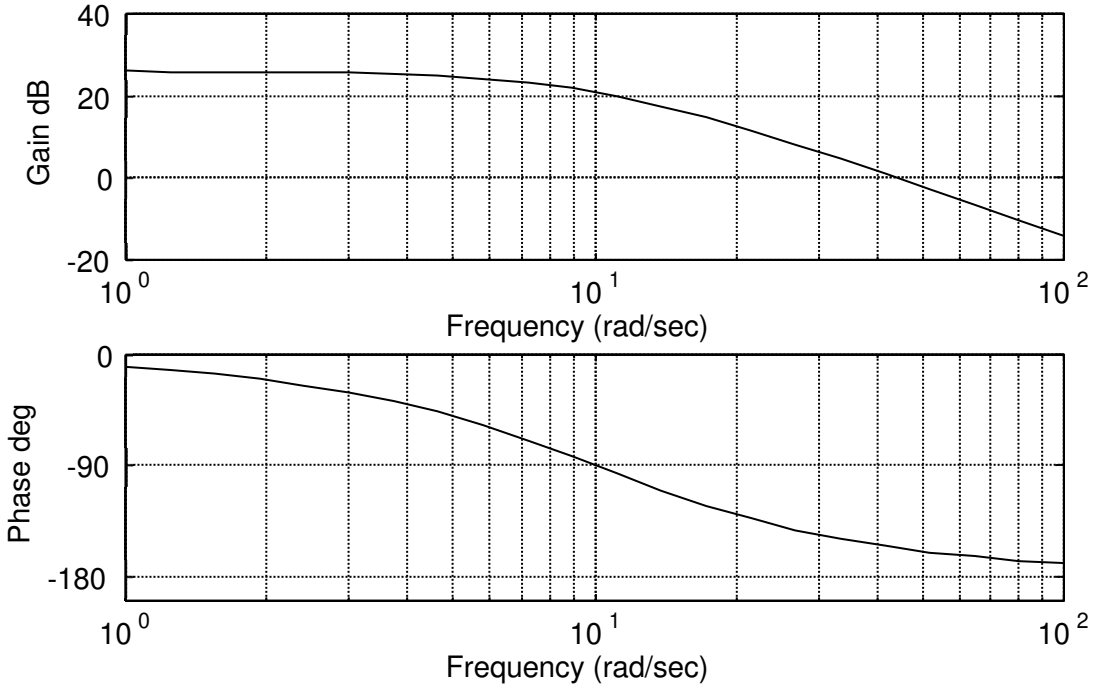
Question 1.6 On insère un gain KV = 5 dans la chaîne directe ; calculer alors la nouvelle marge de phase.

TD N°2 : Correcteur proportionnel-dérivé

A partir de la réponse d'un système défini par sa FTBF : $H_{BF}(p)$ à un échelon unitaire présentée au verso :



A partir des diagrammes de BODE de la FTBO : $H_{BO}(p)$ d'un système suivants :



Question 2.1 Identifier $H_{BO}(p)$ et déterminer les performances du système (stabilité, précision, rapidité, dépassement).

On choisit un correcteur de type proportionnel-dérivé : $C(p) = K(1 + Tp)$

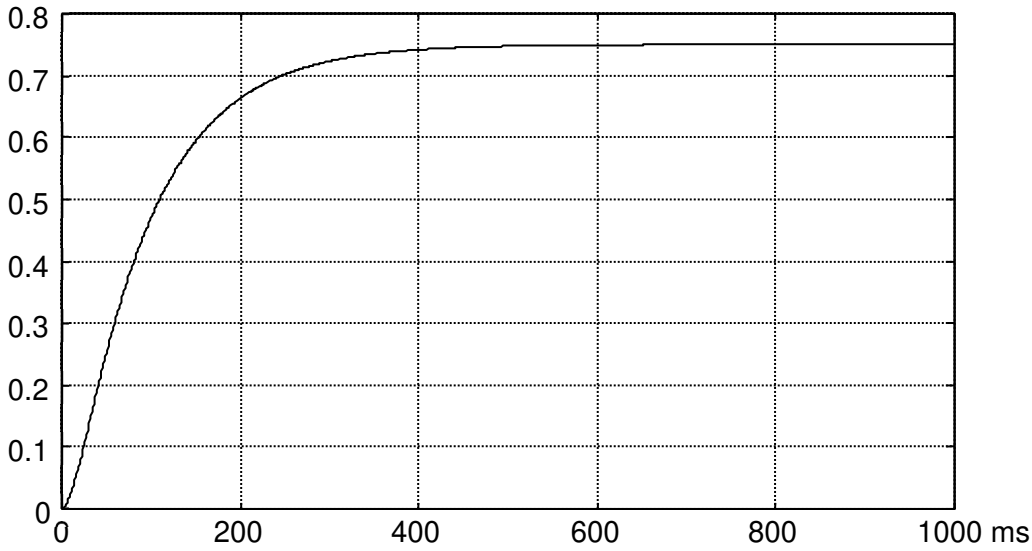
Question 2.2 Tracer l'allure des diagrammes de BODE du correcteur.

Question 2.3 Dimensionner le correcteur pour avoir 60 ° de marge de phase et une bande passante identique entre le système corrigé et le système non corrigé.

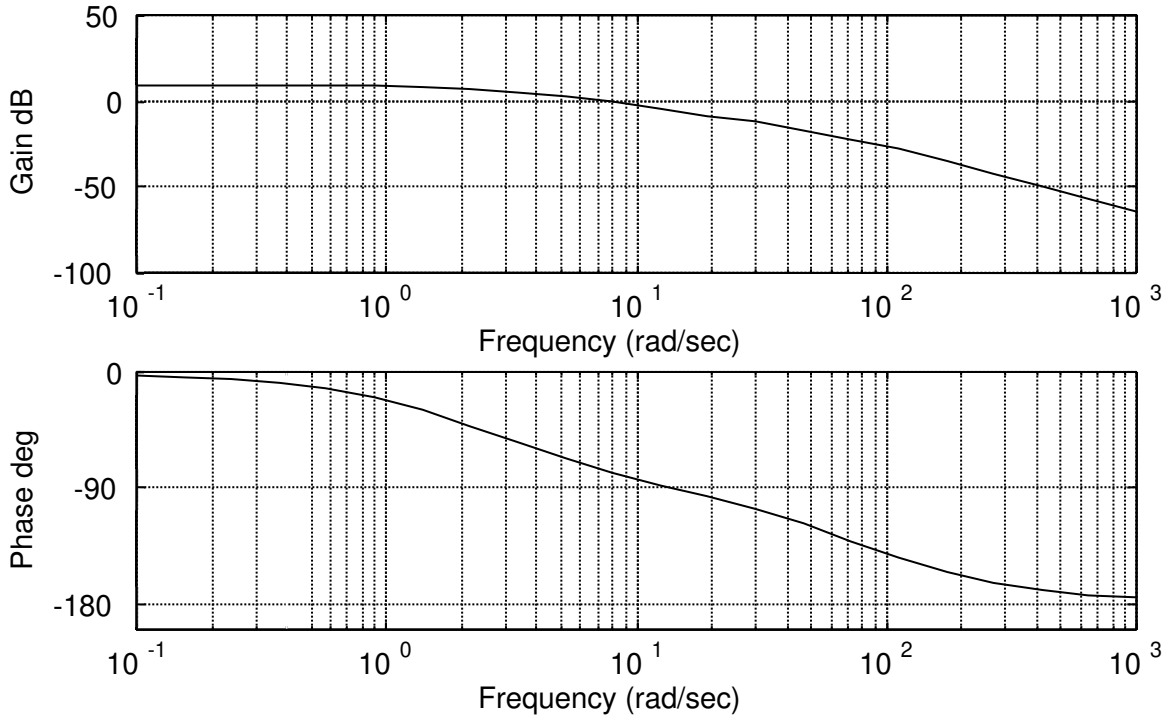
Question 2.4 Dimensionner le correcteur pour avoir 90 ° de marge de phase et une augmentation de la bande passante à 0dB à 450 rad/s.

TD N°3 : Correcteur proportionnel-intégral

A partir de la réponse d'un système défini par sa FTBF : $H_{BF}(p)$ à un échelon unitaire présentée au verso :



A partir des diagrammes de BODE de la FTBO : $H_{BO}(p)$ d'un système suivants :



On choisit un correcteur de type proportionnel-intégral : $C(p) = K\frac{(1+Tp)}{Tp}$ afin d'annuler l'erreur statique.

Question 3.0 Identifier $H_{BO}(p)$ et déterminer les performances du système (stabilité, précision, rapidité, dépassement).

Question 3.1 Dimensionner le correcteur 1.

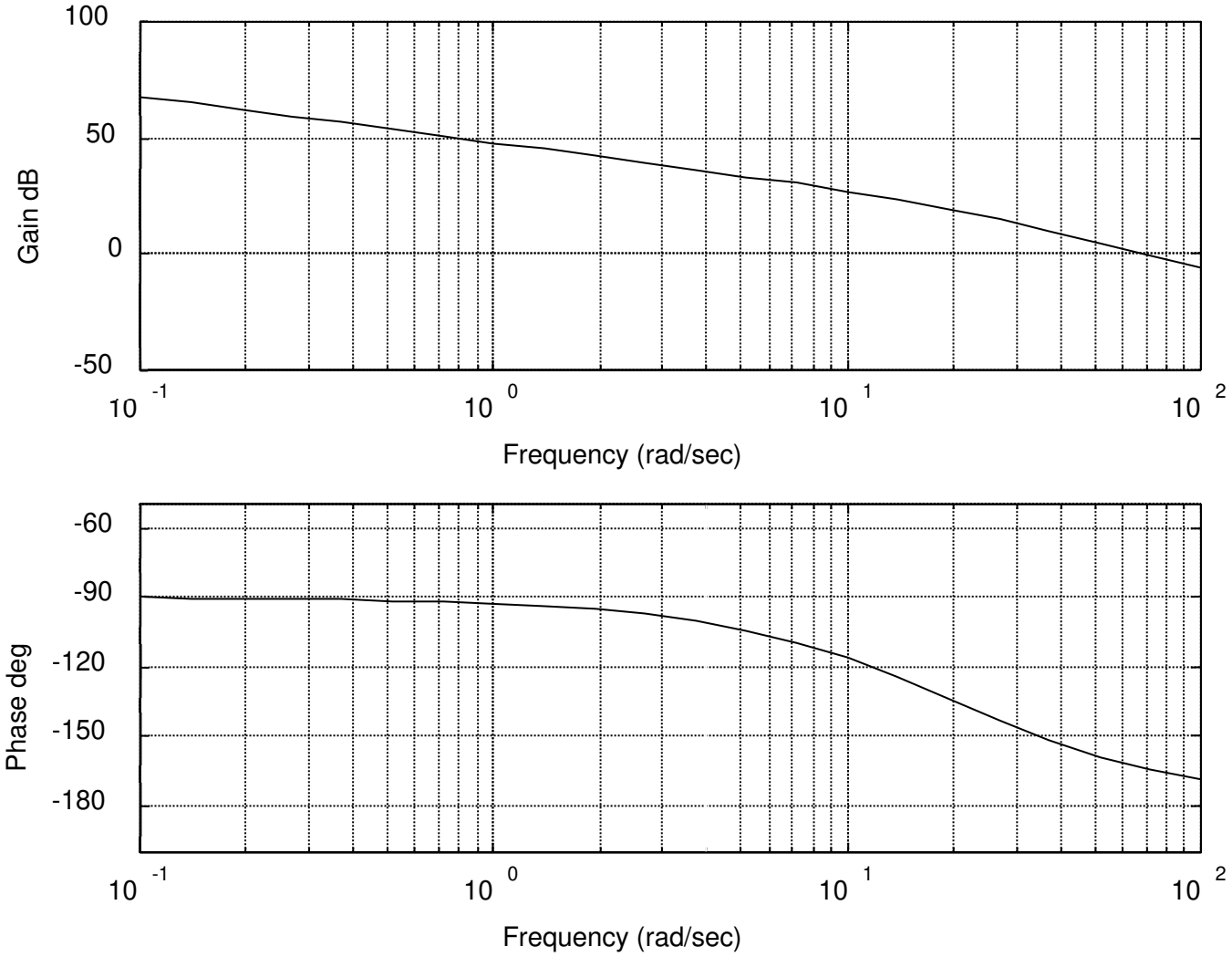
- ✓ On souhaite que le correcteur n'ait aucune influence sur la bande passante à 0dB (rapidité conservée)
- ✓ On souhaite conserver la marge de phase initiale – Erreur statique nulle

Question 3.2 Dimensionner le correcteur 2.

- ✓ On souhaite que le correcteur n'ait aucune influence sur la bande passante à 0dB (rapidité conservée)
- ✓ On souhaite obtenir une marge de phase de 45° - Erreur statique nulle

TD N°4 : Correcteur à avance de phase

A partir des diagrammes de BODE de la FTBO : H(p) d'un système suivant :



Question 4.1 Identifier $H_{BO}(p)$ et déterminer les performances du système (stabilité, précision, rapidité, dépassement).

Question 4.2 En déduire la FTBF.

Question 4.3 Dimensionner le correcteur

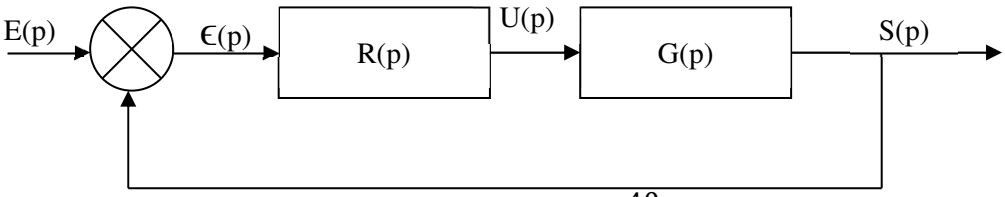
- ✓ On choisit un correcteur de type proportionnel-dérivé (à avance de phase) :

  $C(p) = \dfrac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ avec $a > 1$
- ✓ On désire une marge de phase de 45°et maintenir la bande passante à 0 dB

Question 4.4 Quel est l'incidence sur le dépassement et le temps de réponse ?

TD N°5 : Correcteur à avance de phase

Soit le système défini par le schéma bloc ci-dessous :



La fonction transfert du système à réguler est : $G(p) = \frac{40}{(1+p)^2}$.

On souhaite que l'erreur indicielle soit inférieure à 5% et que la réponse temporelle ne présente pas trop d'oscillations, pour cela on impose une marge de phase MP = 50°.

1. Dans un premier temps le correcteur R(p) est un correcteur proportionnel R(p) = Kp.

Question 5.1.1 Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO pour Kp = 1. Quelle est la marge de phase MP ?

Question 5.1.2 Déterminer graphiquement Kp pour que MP = 50°.

Question 5.1.3 Déterminer l'erreur indicielle correspondante.

Question 5.1.4 Quelle est la valeur minimale de Kp qui permet de respecter le cahier des charges ? Conclure.

2 On choisit maintenant le correcteur $R(p) = Kp \frac{1+0{,}2\,p}{1+0{,}05\,p}$

Question 5.2.1 Préciser la nature du correcteur, justifier.

Question 5.2.2 Tracer les diagrammes de Bode de la FTBO corrigée pour Kp = 1.

Question 5.2.3 Déterminer Kp pour obtenir une marge de phase de 50°.

Question 5.2.4 Quelle est l'erreur indicielle du système corrigé ?

Question 5.2.5 Quel l'intérêt de ce correcteur ?

3 On choisit maintenant le correcteur $R(p) = Kp \frac{1+aT\,p}{1+T\,p}$ $a>1$

Dimensionner le correcteur pour avoir 60 ° de marge de phase et une bande passante identique entre le système corrigé et le système non corrigé.

TD N°6 : Correcteur à avance de phase

On considère le système de FTBO : $H(p)=\frac{0,25}{p^2(1+0,1p)}$

Question 1 : Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de H(p).
Déterminer la marge de phase du système et l'ensemble des performances.

On insère en cascade un correcteur à avance de phase dont la fonction de transfert est :

$C(p)=K\frac{(1+\alpha\tau p)}{(1+\tau p)}$ avec K = 1 ; α = 3 ; τ= 0.0077 s

Question 2 : Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de C(p) et de C(p).H(p)
Que pensez-vous de la stabilité du système ?

Question 3 : Déterminer un correcteur valable permettant :

Obtention d'une marge de phase de 60°et conservation de la bande passante

TD N°7 : Correcteur proportionnel intégral

On considère une FTBO de fonction de transfert $HBo(p)=\frac{2}{(1+2p+p^2)}$

L'asservissement (en boucle fermée) n'étant pas précis, on adopte une correction PI (proportionnelle intégrale) de la forme

$C(p)=K\frac{(1+\tau p)}{\tau p}$ K=1 et τ

Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques ainsi que l'allure des diagrammes de Bode réels de H(p)

Quelle sont les propriétés de H(p) vis-à-vis de la précision, stabilité et rapidité (bande passante à 0 dB) ?

Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques du correcteur seul en fonction de τ

Déterminer un correcteur valable permettant :

Cas1 : Obtention d'une marge de phase quasiment inchangée avec K=1 (recherche de τ) en suivant la règle du cours qui consiste à ne pas trop augmenter τ

Cas 2 : Obtention d'une marge de phase acceptable de l'ordre de 60 ° (réglage de τ
et réglage de la bande passante : coupure à 0 dB pour ω=1 rad/ s (réglage de K)