

Etude du frottement : Lois de Coulomb.

Introduction.

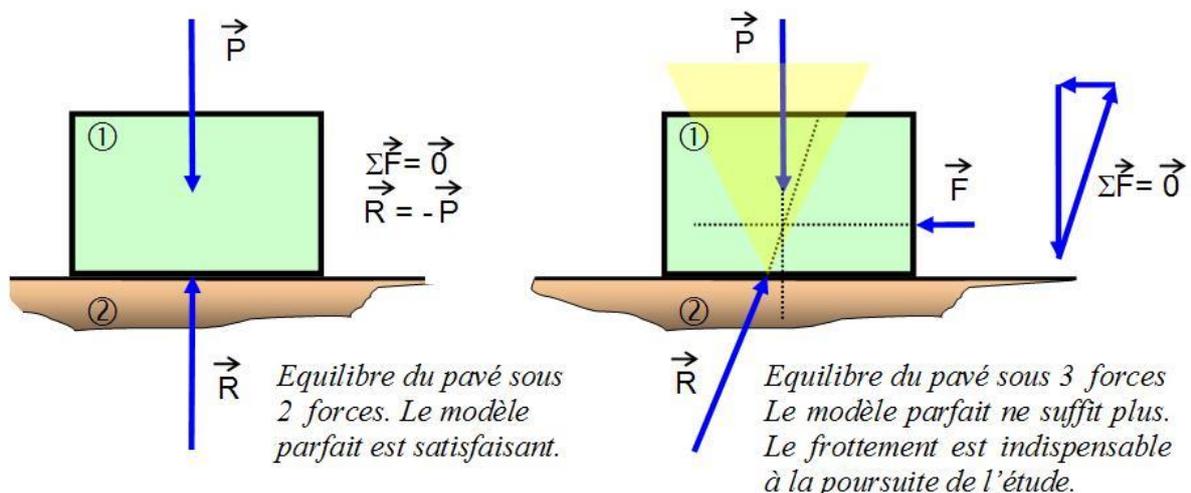
La modélisation avec l'hypothèse des liaisons parfaites est souvent suffisante pour les problèmes de statique mais elle ne tient pas compte du frottement.

Lorsque l'on souhaite tenir compte de ce frottement au niveau du contact entre deux solides, il est nécessaire de proposer un modèle : nous emploierons celui de **Coulomb**.

1 : Expérience sur le frottement.

11 : Expérimentation.

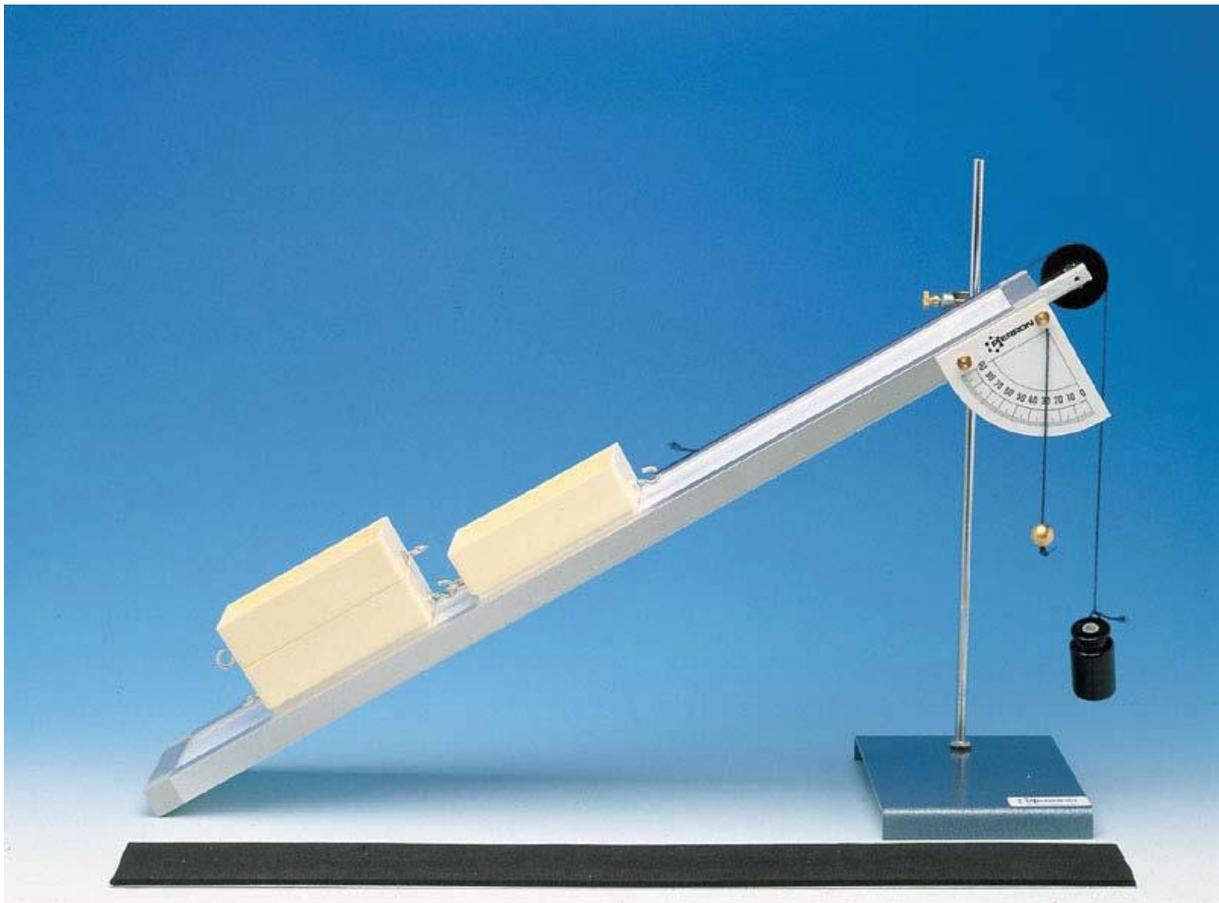
A partir d'une expérience très simple nous pouvons prouver l'existence d'une composante tangentielle de l'action mécanique, à partir de nos connaissances de statique.



Dans le premier cas le solide 1 est en équilibre sous l'action de deux glisseurs ceux-ci se trouvent donc être directement opposés.

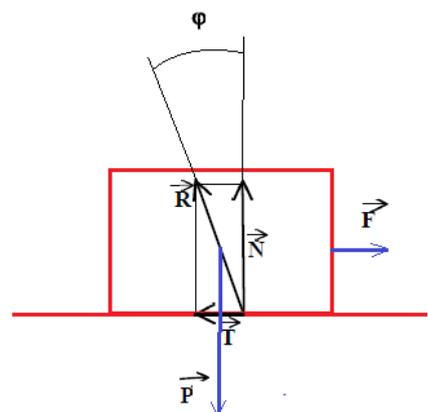
Dans le deuxième cas si l'on applique au solide un effort extérieur \vec{F} , le solide restant en équilibre, les deux efforts n'étant pas directement opposés, c'est donc qu'il existe au niveau du contact, une composant tangentielle de l'effort telle que la somme des trois glisseurs soit nulle.

Nous pouvons réaliser une autre expérience un peu plus sophistiquée.



A l'aide de cet appareil de mesure on remarque :

- que l'angle à partir duquel les masses glissent est toujours le même
- qu'il ne dépend que des matériaux en contact et pas de leur forme ni de leur masse.
- Lorsqu'il y a glissement, pour ré atteindre l'adhérence, il faudra un angle nettement plus faible.



2 : Etude statique du système.

R se projette suivant :

- Normale : $N = P = R \cos\varphi$
- Tangentielle : $T = F = R \sin\varphi$

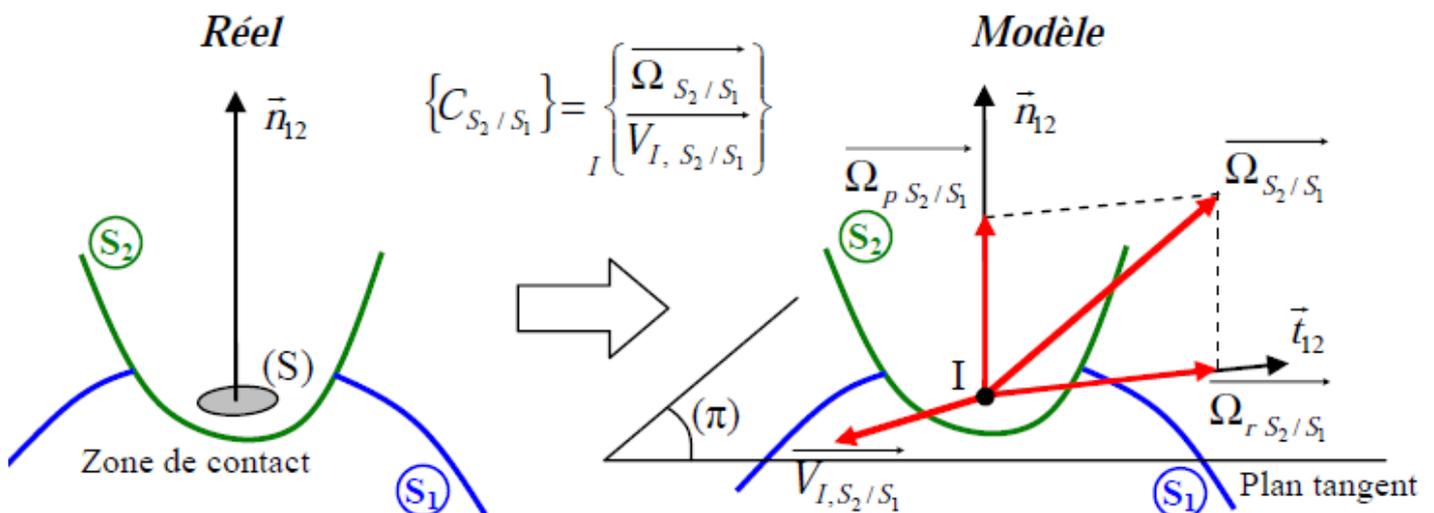
La relation qui lie T à N peut donc s'écrire:

$$T = N \tan\varphi \text{ ou } T = N f \text{ (avec } f = \tan\varphi)$$

f est appelé coefficient de frottement et est sans unité, il ne dépend donc que des matériaux en contact.

2 : Rappels de cinématique.

Soient deux solides S_1 et S_2 en contact sur une surface réelle S considérée comme très petite, dans un premier temps nous pouvons assimiler cette surface à un contact ponctuel en I.



Les deux composantes du vecteur $\vec{\Omega}_{S_1 \rightarrow S_2} = \vec{\Omega}_{p,S_1 \rightarrow S_2} + \vec{\Omega}_{r,S_1 \rightarrow S_2}$ représentent respectivement le pivotement et le roulement.

3 : Contact avec frottement : modèle local.

Nous savons que lors d'un contact entre deux solides l'action de contact peut se définir ainsi :

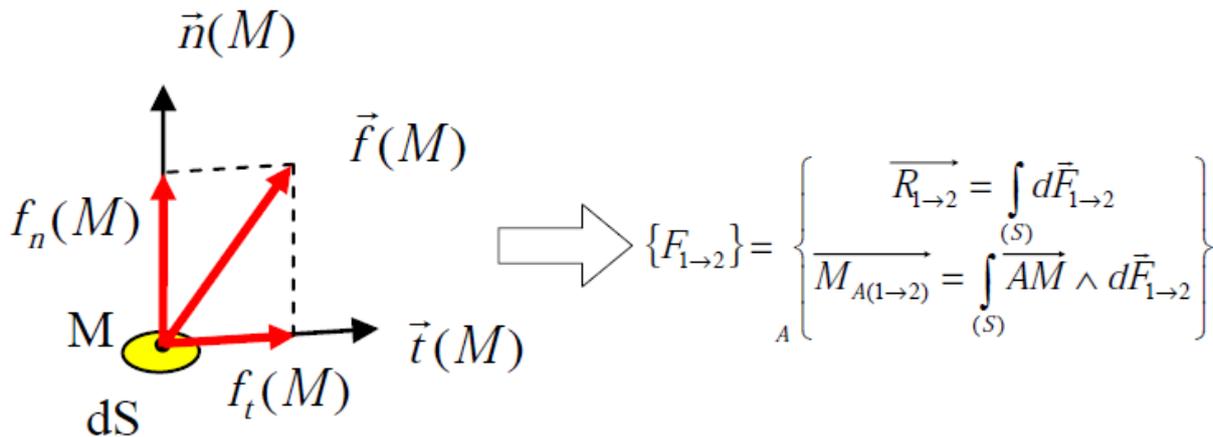
$$d\vec{F}(I)_{1 \rightarrow 2} = f(I) \cdot \vec{u}(I) \cdot dS = \left(p(I) \cdot \vec{n}(I) + q(I) \cdot \vec{t}(I) \right) dS$$

Avec :

- $p(I)$: pression de contact au point I
- $\vec{n}(I)$: vecteur unitaire normal au plan tangent dirigé vers l'extérieur du solide.
- $q(I)$: répartition tangentielle de l'effort
- $\vec{t}(I)$: vecteur unitaire contenu dans le plan tangent.

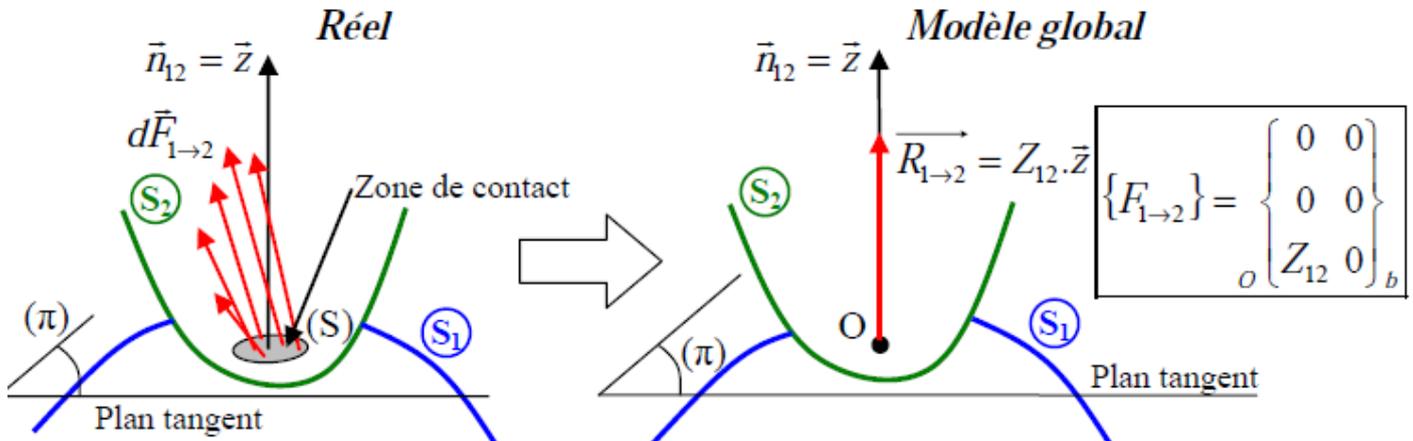
Modèle local avec frottement

Modèle global avec frottement



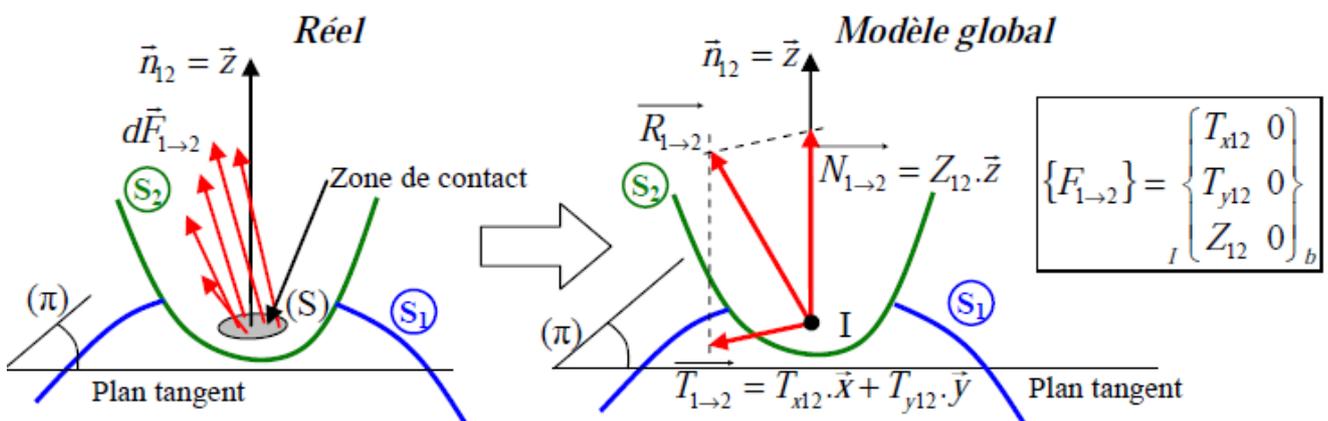
4 : Modèle global.

31 : Contact ponctuel parfait.



L'action mécanique transmissible est purement normale au contact ponctuel.

32 : Contact ponctuel avec frottements de glissement.



4 : Lois de Coulomb : glissement.

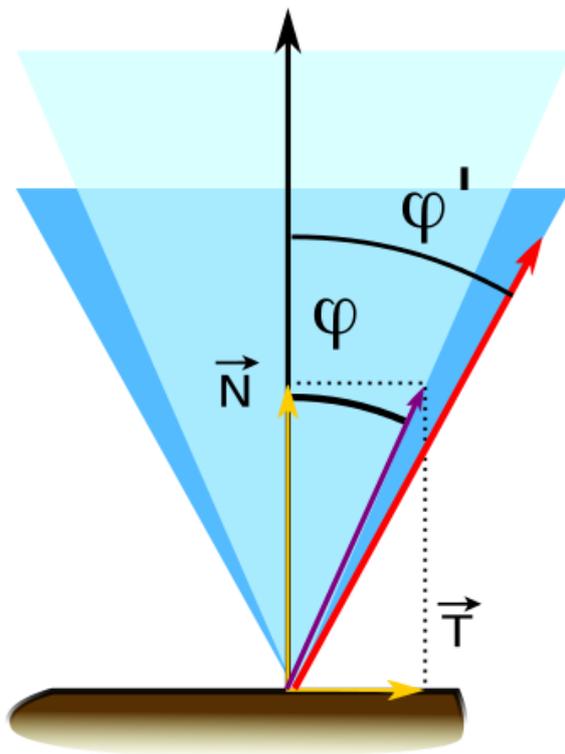
Les lois de Coulomb permettent de déterminer la direction de l'action tangentielle et une relation entre les composantes normale et tangentielle de l'action de contact.

41 : Cônes de frottement.

Si on considère deux corps en contact ponctuel avec frottement, il y a 2 situations à observer selon que le glissement entre les deux corps est avéré ou pas.

Si les corps ne glissent pas, la droite d'action transmissible peut s'écarter de la normale de contact jusqu'à une limite fixe. Le domaine ainsi délimité prend la forme d'un **cône** dit « cône de frottement d'adhérence ». Le demi angle au sommet est appelé angle d'adhérence φ' . L'étude du cas à la frontière du cône est appelé **équilibre strict**.

Si la vitesse relative entre les corps devient non nulle, alors la droite d'action prend une inclinaison fixe. On définit de même le « cône de frottement de glissement » de demi-angle au sommet φ .



Cônes de frottements
Adhérence et glissement

$$\varphi' > \varphi$$

$$f = \tan \varphi$$

$$f' = \tan \varphi'$$

42 : Lois de Coulomb : énoncé.

On distingue deux cas :

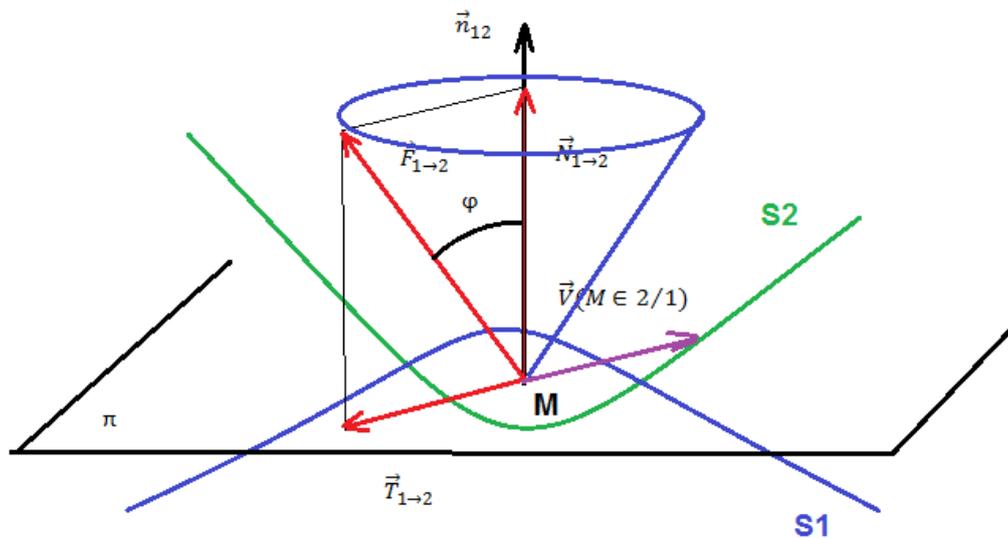
Lorsqu'il y a glissement en M (point de contact) entre les deux solides S1 et S2, la densité surfacique tangentielle a a une direction opposée à la vitesse de glissement de S1/S2 et la norme de la densité surfacique tangentielle est proportionnelle à la norme de la densité surfacique normale au point de contact M.

Lorsqu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les deux solides, on ne connaît pas la direction de l'action élémentaire de contact. On sait seulement que cette action est à l'intérieur du cône d'adhérence en M.

43 : Ecriture.

Premier cas : $\vec{V}(M \in S1/S2) \neq 0$

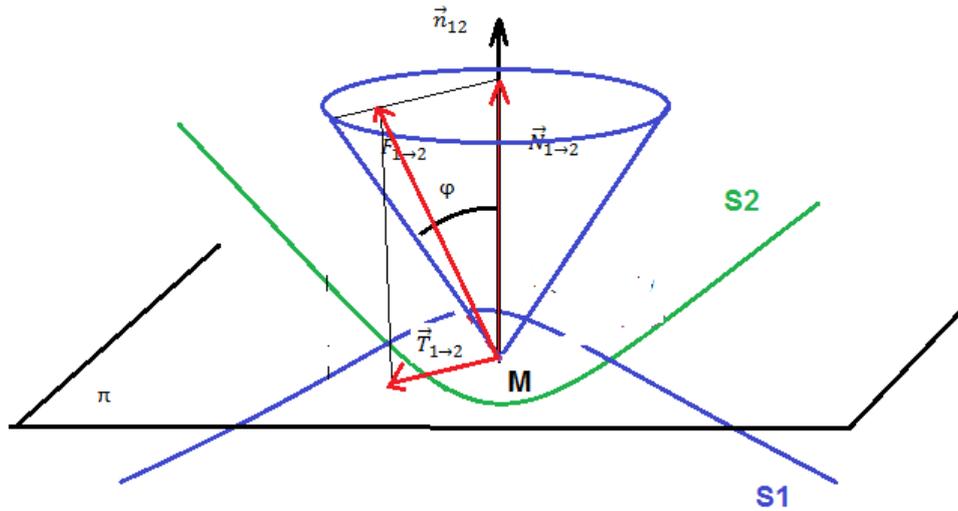
La composante tangentielle est directement opposée à la vitesse de glissement.



On pourra donc écrire :

$$\begin{aligned} \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \wedge \vec{V}(M \in S2/S1) &= 0 \\ \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \cdot \vec{V}(M \in S2/S1) &< 0 \\ \|\vec{T}_{1 \rightarrow 2}\| &= f \|\vec{N}_{1 \rightarrow 2}\| \end{aligned}$$

Deuxième cas : $\overline{V}(m \in S1/S2) = 0$

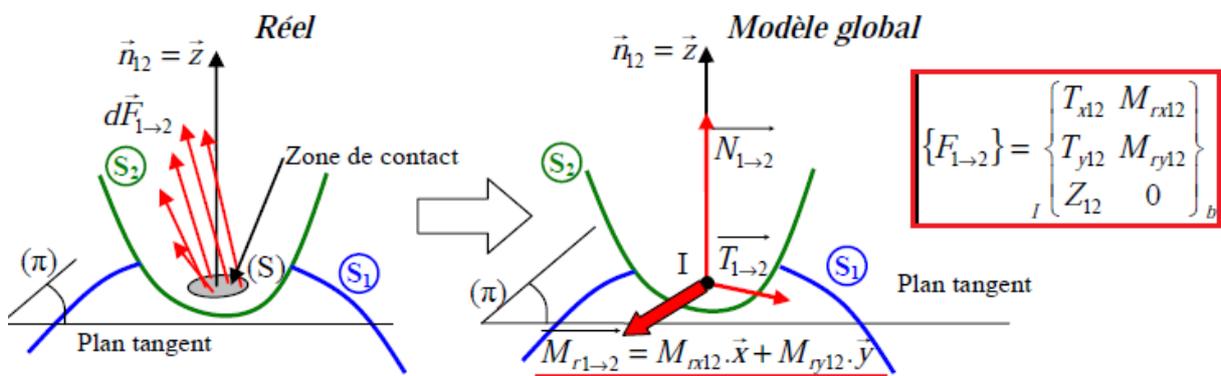


La résultante est à l'intérieur du cône d'adhérence et donc :

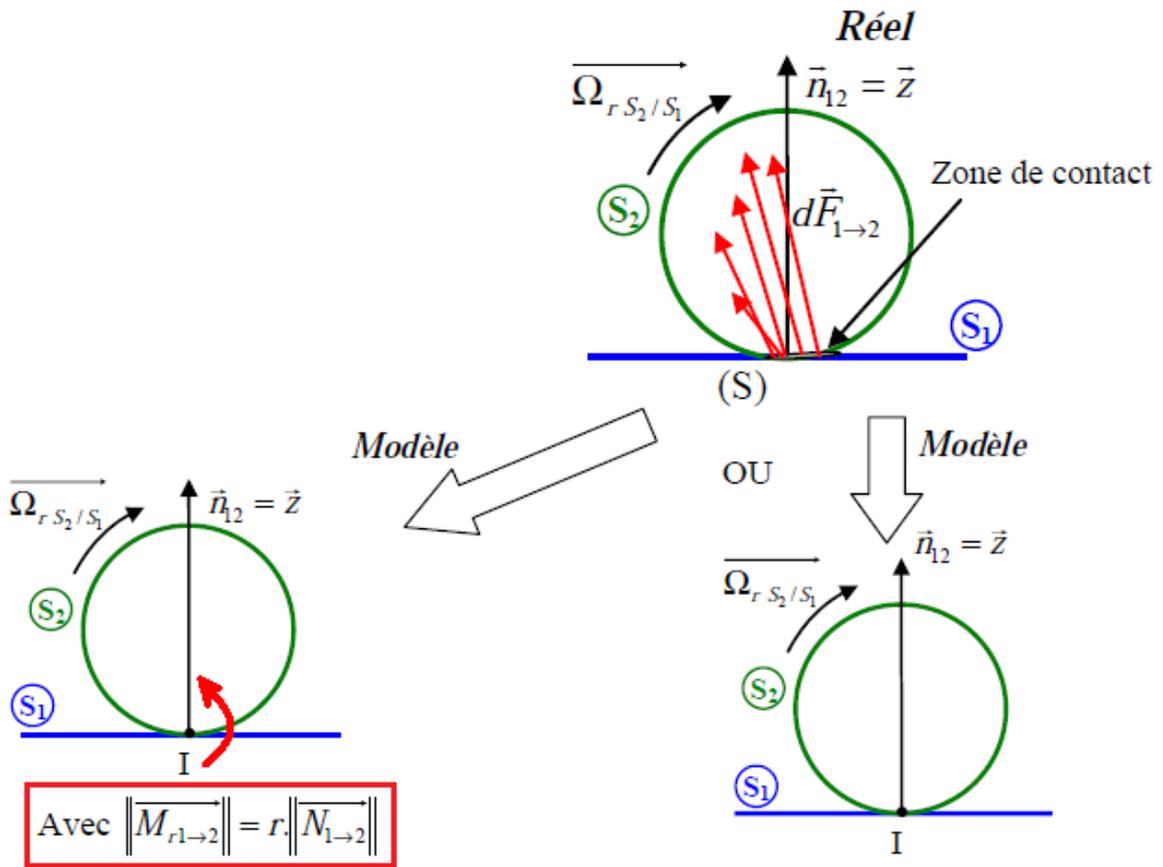
$$\|\vec{T}_{1 \rightarrow 2}\| < f \|\vec{N}_{1 \rightarrow 2}\|$$

5 : lois du frottement de roulement et de pivotement.

A : Si le mouvement **de roulement** n'est pas nul, cela signifie que ce mouvement comme le glissement engendre une composante de moment dans le plan tangent qui s'oppose à ce mouvement.

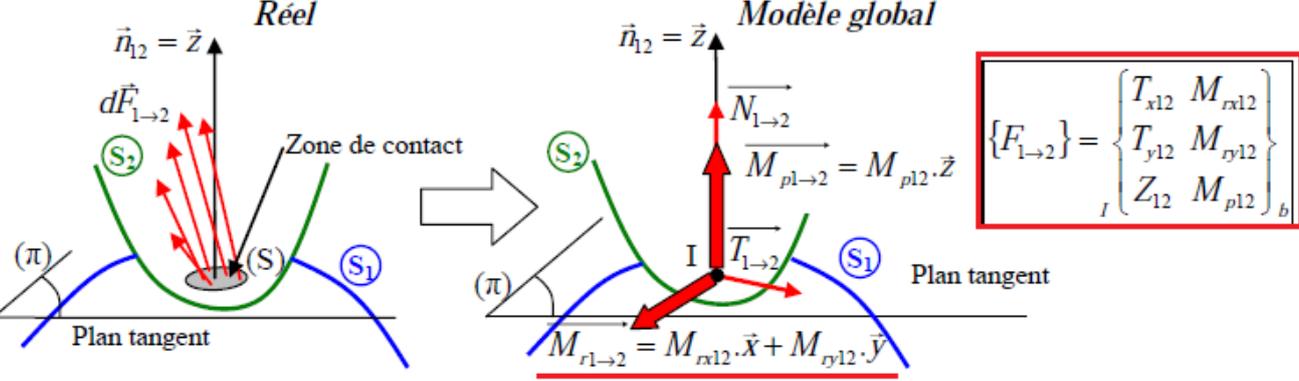


Ce moment se décompose en deux composantes de moment dans le plan tangent.



r est le coefficient de roulement il s'exprime en mètres.

B : si le mouvement **de pivotement** n'est pas nul, cela signifie que ce mouvement comme le glissement engendre une composante de moment normale plan tangent qui s'oppose à ce mouvement.



Compétences et objectifs

MODELISER	Déterminer la relation entre le modèle local et le modèle global
RESOUDRE	Déterminer la valeur des paramètres conduisant à des positions d'équilibre (par exemple l'arc-boutement)