

## I Optique géométrique

10) Au niveau du récepteur : œil → rétine  
caméra → capteur CCD

Lentille qui forme l'image d'un objet sur le récepteur pour caméra et cristallin pour l'œil.

Réduction du flux de lumière : pupille et iris pour l'œil, diaphragme pour caméra.

2) l'œil emmetrope fait l'image sur la rétine d'un objet à l'infini  $\Rightarrow f' = 17 \text{ mm}$  or  $V = \frac{1}{f'}$   
 $= 17 \cdot 10^{-3} \text{ m}$   $= 58 \text{ D}$

3) On accommoda pour faire l'image d'un objet proche.  
or  $\overline{OA'} = 17 \text{ mm}$  et  $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$  si  $|\overline{OA}| \downarrow$  et  $\overline{OA} < 0$   
ou  $a F' \downarrow$

Donc le focal de l'œil et le cristallin est plus bombé.

Punctum Proximum.  $\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}}$  et  $\overline{OA'} = 17 \text{ mm} = 1.7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$   
et  $\overline{OA} = -250 \text{ mm}$

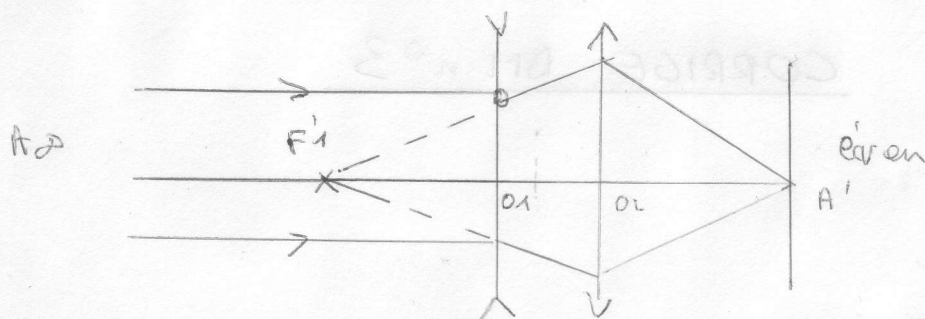
d'où  $f' = \frac{\overline{OA'} \cdot \overline{OA}}{\overline{OA} - \overline{OA'}}$  et  $S = \frac{1}{f'} = 63 \text{ D} = -0.15 \text{ m}$   
en m

4) L'œil n'accorde pas si l'objet est à 2 m en avant  
 $\overline{OA} = -2 \text{ m}$  or on doit faire l'image de l'objet à l'œil  
à l'infini au niveau du Punct. Réétu-

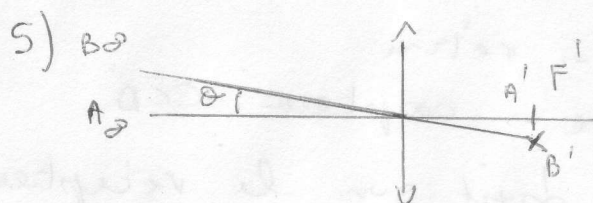
Pour la lentille correctrice  $\overline{OA'} = -2 \text{ m}$  et  $\overline{OA} \rightarrow -\infty$

d'où  $V_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = -\frac{1}{2} = -0.5 \text{ m}^{-1}$  on suppose on sur l'œil

Lentille divergente



$\alpha_1 \neq \alpha_2$  pour la  
 l'objet du dessin  
 A' est net à la  
 vision donc il  
 est sur l'écran et  
 sur l'axe optique car  
 rayons // à l'axe optique



on cherche  $\theta / A'B' > \alpha$

$a$ : distance entre 2 cônes = taille d'un cône

$$\alpha \approx \sigma = \frac{N}{S} \quad \text{ou} \quad S = N a^2 \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{1}{a^2} \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{\frac{1}{\sigma}}$$

$$\sigma = 2 \cdot 10^5 \times 10^6 \text{ cône/m}^2 \quad \rightarrow \quad a = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{et } A'B' = \theta \times F' \quad \text{avec } F' = 17 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \rightarrow \quad \theta_{\text{lim}} = \frac{a}{F'} = 1.3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

$$6) \text{ diffraction } \sin \theta \approx \theta \approx \frac{\lambda}{D} \quad D \approx 2 \text{ ou } 3 \text{ mm} \quad \text{et } \lambda = 600 \text{ nm} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\theta \approx 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ rad} > \theta_{\text{lim}}$$

est la diffraction qui limite le pouvoir de séparation

## II Expérience de J. Perrin

$$10) V_m = \text{volume moyen} : \frac{W}{M} = \frac{RT}{P} = \frac{P_0 V_0}{P_0} \quad \text{avec } P_0 = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_0 = 293 \text{ K}$$

$$= 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 / \text{mol} \approx 300 \text{ K}$$

$$= 25 \text{ l/mol}$$

Soient  $N$  particules, elles occupent  $V_{\text{sph}} = N \times \frac{4}{3} \pi R_m^3$

so  $N$  particules  $\rightarrow \frac{N}{\text{cha}} \rightarrow$  pour se répandre dans

un volume  $V = V_m \times \frac{N}{\text{cha}} = V_{\text{récepteur}}$

$$\frac{V_{\text{sph}}}{V_{\text{récepteur}}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_m^3}{V_m} \quad \text{cha} \approx 10^{-4}$$

2) @ gaz dans lequel on peut négliger les interactions à distance. Marche bien à faible densité ce qui paraît le cas ici  $\frac{V_{sphère}}{V_{recipier}} \approx 10^{-4}$ , les sphères sont très éloignées, il y a bcp de vide.

3)  $E_{cm} = \frac{1}{2} m_m v^2$  et  $E_{pm} = m_m g z$   
 Posez ainsi la question et peu clair, mais ils veulent qu'on montre que  $\frac{E_{cm}}{E_{pm}} \gg 1$  et que l'effet de la pesanteur est faible. L'agitation l'emporte.

$$\frac{E_{cm}}{E_{pm}} = \frac{v^2}{2gz} \quad \text{or } v^2 = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_m}} \quad \text{et } z = h \approx 1 \text{ m}$$

$$\text{ou } T \approx 300 \text{ K} \quad v^2 = \frac{3k_B T}{m_m} \quad \rightarrow \quad \frac{E_{cm}}{E_{pm}} = \frac{3}{2} \frac{k_B T}{m_m g z}$$

$$\text{or } m_m = \frac{M}{N_A} = \frac{30 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{23}} \text{ kg} \approx 5 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \approx 10^{-4}$$

4)  $PV = nRT = \frac{m}{M} RT \rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M} = \frac{RT_0}{M}$  si  $P(z)$  alors  $\rho(z)$

on peut utiliser directement  $\vec{\sigma} = -\rho \vec{u} d\vec{\sigma} + \rho d\vec{\sigma} \vec{g}$

ou ici on veut plutôt  $\sum \vec{F} = \vec{\sigma} = -P(z+dz) S \vec{e}_3 + P(z) S \vec{e}_3 + m \vec{g}$

$$\begin{array}{|c|} \hline \uparrow z \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline z+dz \\ \hline \end{array} \quad \vec{\sigma} = -\frac{dP}{dz} S dz \vec{e}_3 + S dz \rho g (-\vec{e}_3) + m \vec{g}$$

$$\text{d'où } \frac{dP}{dz} = -\rho g = -\frac{P M g}{RT_0}$$

$$\text{soit } \frac{dP}{dz} + \frac{M g}{RT_0} P = 0 \quad \frac{1}{P} = \frac{M g}{RT_0}$$

5)  $P(z) = P_0 e^{-z/H} = P_0 A(z) \quad H = \frac{RT_0}{M g} = \frac{k_B N_A T_0}{m_m N_A g} = \frac{k_B T_0}{m_m g}$

$$H = \frac{RT_0}{M g} : 8,3 \text{ km}$$



on veut mesurer  $\Delta P = P_0 - P(h) \quad h \approx m$   
 $= P_0 (1 - e^{-h/H}) \approx P_0 \frac{h}{H}$

car  $h/H \ll 1$   
 $\hookrightarrow \frac{\Delta P}{P_0}$  en 10 ord.

or  $\frac{h}{H} \approx 10^{-4} \rightarrow$  très faible variation!

avec de l'eau liquide  $P + \rho g z = \text{cte} \rightarrow \Delta P = \rho g \Delta z \approx 10^4 \text{ Pa}$

c'est plus facile à détecter.

6)  $A(z) = \exp\left(-\frac{m_m g z}{k_B T}\right) \quad E(z) = m_m g z = E_P(z)$

Facteur de Boltzmann, les particules se répartissent en fonction de leur énergie et  $n(E) \propto e^{-E/k_B T}$

$n(E) \rightarrow$  nbre de particules ayant  $E$  pour énergie.

Les niveaux de faible énergie sont les plus probables.

7)  $C_g(z) = \frac{n(z)}{V} = \frac{P(z)}{n T_0} = \frac{P_0}{n T_0} A(z) = C_{g0} A(z) \quad C_{g0} = \frac{P_0}{k_B T_0}$

8) Forces:  $m_b g (-\vec{e}_z) \rightarrow$  poids

$-d\vec{v} \rightarrow$  frottements de l'eau

$-P_e V_b \vec{g} = + P_e V_b g \vec{e}_z \rightarrow$  poussée d'Archimède.

9) RFD  $m_b \frac{d\vec{v}}{dt} = -m_b g \vec{e}_z - d\vec{v} + P_e V_b g \vec{e}_z$

sur  $\vec{e}_z \quad \downarrow$   
 $-m_b \frac{dv}{dt} = +dv + [-m_b + P_e V_b] g$

$\frac{dv}{dt} + \frac{d}{m_b} v = \left( \frac{-P_e V_b + m_m}{m_b} \right) g$

$\frac{1}{\tau_0} = \frac{d}{m_b}$

$v(t) = A e^{-t/\tau_0} + \underbrace{\frac{m_b - P_e V_b}{d}}_{v_f} g$

$v(0) = 0 = A + v_f \rightarrow A = -v_f$

$$v(t) = v_f (1 - e^{-t/\tau})$$

si  $t > 5\tau$  on a  $v(t) = v_f = \frac{(m_b - \rho V_b)g}{\lambda} \rightarrow m^* = m_b - \rho V_b$

$m^* = V_b(\rho_b - \rho_e) \rightarrow$  masse apparente de l'eau : poids moins la poussée d'Archimède. Si  $\rho_b = \rho_e$ , tout se passe comme si le poids n'existait plus.

$\tau = \frac{m_b}{\lambda} \approx 10^{-8} \text{ s}$  on néglige le transitoire et on a tout de suite  $v(t) = v_f = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s} \rightarrow$  très lent.

10) on peut utiliser  $\vec{j}_c = -C(z) v_f \vec{e}_z \rightarrow [j_c] \rightarrow \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$

ou Débit de pertinents  $= \iint_S \vec{j}_c \cdot d\vec{S}$   
 $\text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$

de coup  $D \rightarrow \text{m}^{-1} \text{s}^{-1}$

équilibre macroscopique  $\Rightarrow$  la situation est figée à l'échelle macro  $\Rightarrow \vec{j}_c + \vec{j}_D = \vec{0} \rightarrow$  Débit du haut vers le bas est nul.

$$-C(z) v_f \vec{e}_z + (-D) \frac{dc}{dz} \vec{e}_z = \vec{0} \rightarrow \frac{dc}{dz} + \frac{v_f}{D} c = 0$$

$$\frac{1}{H_b} = \frac{v_f}{D} \rightarrow C(z) = C_0 e^{-z/H_b} = C_0 A(z)$$

$$\frac{d_z}{H_b} = \frac{D}{v_f} = \frac{D}{\frac{m^* g}{\lambda}} = \frac{D}{m^* g} (6\pi\eta R_b)$$

11)  $E_p^*(z) = m^* g z \rightarrow A(z) = \exp\left(-\frac{m^* g z}{6\pi\eta R_b D}\right) = \exp\left(-\frac{E_p^*}{k_B T}\right)$   
 $6\pi\eta R_b D = k_B T \rightarrow D = \frac{k_B T}{6\pi\eta R_b}$

12)  $N = \iiint_V c(z) d\tau = \underbrace{\iint_S dx dy}_S \int_0^\infty c(z) dz = S C_0 \int_0^\infty e^{-z/H_b} dz$   
 $= S C_0 (-H_b) [e^{-z/H_b}]_0^\infty$

$$= S C_0 H_b \rightarrow C_0 = \frac{N}{S H_b}$$

$$13) n(z) = C(z) \times S \times e \quad (e \approx dz)$$

$$= C_0 S e^{-z/H_b}$$

$$\ln(n(z)) = \ln(C_0 S e) - z/H_b$$

$$d'où - \frac{1}{H_b} = \text{pente} = \frac{4,5 - 2,5}{(5 - 95) \mu m} = \frac{2}{80} \cdot 10^6$$

$$H_b = 45 \mu m$$

$h_1 = 100 \mu m$ . Si l'hypothèse  $h_1 \rightarrow \infty$  soit  $h_1 > 5 H_b$  n'est importante, ça ne marche pas.

$$14) H_b = \frac{D G \pi r R_b}{m^* g} \quad D = ? = \frac{k_B T}{6 \pi \eta R_b}$$

$$\hookrightarrow H_b = \frac{k_B T}{m^* g} \rightarrow k_B = \frac{m^* g}{T_0} H_b$$

$$k_B = \frac{V_b (p_b - p_e) g H_b}{T_0} = \frac{3,4 \cdot 10^{-10} \left( \frac{0,1 \cdot 10^3}{300} \right) \times 10 \times 45 \cdot 10^{-6}}{1}$$

$$\approx 1,0 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

au lieu de  $1,4 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Sources d'erreurs: on mesure  $C(z)$  au microscope par comptage manuel ou par ~~par~~ <sup>par</sup> à la dizaine de  $\mu m$  près.  
en 1908  $\rightarrow$  par Fœhli.