CORRIGE DM n° 6

I Canon électromagnétique

10) Calcul de $\vec{B}$ → invariance ⇒ $B(r)$

→ plan de sym ⇒ $\vec{B} \parallel \vec{e_\theta}$ } cf cours

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = 2\pi r B(r) = \mu_0 I \quad \rightarrow \quad B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

20) $\vec{F} = m\vec{a}$ et $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a\vec{e_z}$ → $\dot{z}(t) = at + cste$ or $\dot{z}(0) = 0$ cste $= 0$

$\dot{z}(t) = at$ → $z(t) = \frac{at^2}{2} + \underbrace{z(0)}_{0}$ or $z(\Delta t) = l = \frac{a(\Delta t)^2}{2}$

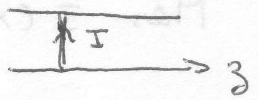
$$\Delta t = \sqrt{\frac{2l}{a}} \quad \text{or} \quad p_s = m v_s = m\dot{z}(\Delta t) = ma\Delta t$$

d'où $a = \frac{p_s}{m\Delta t} = \frac{p_s}{m}\sqrt{\frac{a}{2l}}$ → $a = \frac{p_s^2}{2lm^2}$

A.N. $a = \frac{10^2}{2 \times 25 \times (5\,10^{-2})^2} = \frac{2}{5^2\,10^{-4}} = \frac{2}{25}10^4 = 8\,10^2\ m\,s^{-2} \gg g = 10\ m/s^2$

le poids est négligeable en sortie.

30) circuit filiforme → $\vec{F_L} = \int I d\vec{l} \wedge \vec{B}$

rails


sur la fig 5) on a $d\vec{l} = dr\vec{e_r}$ et $\vec{B} = B_0\vec{e_\theta}$

$$\vec{F_L} = \int_0^d I dr \vec{e_r} \wedge B_0 \vec{e_\theta} = I B_0 d\ \vec{e_z}$$

sur $\vec{e_z}$ PFD → $m\vec{a} = \vec{F_L}$ → $ma = IB_0 d$ → $B_0 = \frac{ma}{Id}$

4) $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ → $B_0 = B(\frac{d}{2}) = \frac{\mu_0 I}{\pi d} = \frac{ma}{Id}$ → $I^2 = \frac{ma\pi}{\mu_0}$

$$I = \sqrt{\frac{ma\pi}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{5\,10^{-2}\ 8\,10^2\ \pi}{4\pi\,10^{-7}}} = \sqrt{\frac{10}{10^{-7}}} = 10^4\ A$$

5)

$\eta = \frac{E_C}{E_{électrique}}$ or $E_{électrique} = E$ à fournir

$= E_c + \underbrace{RI^2\Delta t}_{\text{perdue par effet Joule}}$

or $E_c = \frac{m v_s^2}{2} = \frac{p_s^2}{2m}$

$$\eta = \frac{1}{1+\frac{RI^2\Delta t}{P_s^2/2m}} = \frac{1}{1+R\,\frac{2mI^2\Delta t}{P_s^2}}$$

or $I^2 = \frac{m a \pi}{\mu_0}$ et $\Delta t = \left(\frac{2\ell}{a}\right)^{1/2}$ et $a = \frac{P_s^2}{2\ell m^2}$

$$\frac{2mI^2\Delta t}{P_s^2} = \frac{2m^2 a\pi}{P_s^2\mu_0}\times\left(\frac{2\ell}{a}\right)^{1/2} = \cancel{\frac{8m^2\pi\sqrt{\ell}}{\mu_0 P_s^2 a}}$$

$$= \frac{2m^2\pi}{P_s^2\mu_0}\underbrace{\sqrt{2\ell a}}_{P_s/m} = \frac{2m\pi}{P_s\mu_0}$$

d'où $\eta = \frac{1}{1+R/R_U}$ avec $R_U = \frac{P_s\mu_0}{2m\pi}$

$R_U \simeq 10^{-7}\,\Omega$ on a $\frac{R}{R_U} >> 1$ ($R \simeq 10\,\Omega$)

d'où $\eta \simeq \frac{R_U}{R} << 1$ → peu efficace !

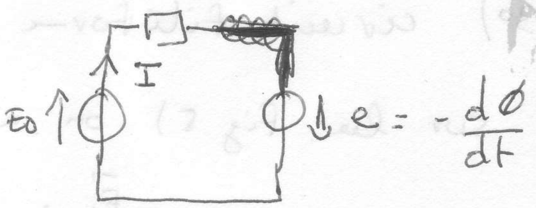
6) $e = -\frac{d\phi}{dt}$ et $\phi = \iint \vec B\, d\vec S$

Neuman et Lorentz → hors programme

Surtout qu'ici on a les 2 car la barre et e bougent

Mais $I(x(t)) \to I(t) \to B(t)$

7) circuit électrique équivalent



ici $\phi = \phi_{propre} = LI$

$$\frac{d\phi}{dt} = L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt} \quad \text{or} \quad \frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dx}\dot{x}$$

$$E_0 = R(x)I(t) - e = R(x)I(x) + L(x)\frac{dI}{dt} + I(t)\frac{dL}{dx}\dot{x}$$

8) Bilan énergétique $E_0 I$ = Puissance donnée au système

$$= RI^2 + L\frac{dI}{dt}\times I + I^2\frac{dL}{dx}\dot{x}$$

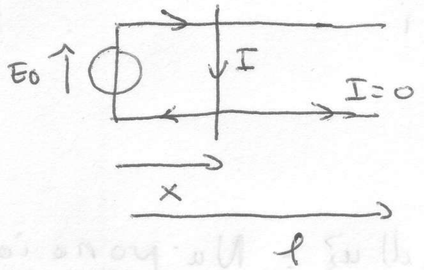
RI^2 : effet Joule

$I^2\frac{dL}{dx}\dot{x} = \vec F\,\vec V$ = Puissance de la force propulsive

$L\frac{dI}{dt}I = L\frac{dI^2/2}{dt}$) W mag et donc $F = I^2 \frac{dL}{dX}$

$m\vec{a} = \vec{F} \to m\ddot{X} = I^2 \frac{dL}{dX}$

9)



la longueur du circuit électrique traversée par le courant est liée à X et pas à l

On utilise $R = \frac{\text{longueur}}{\gamma S}$ où ici longueur $= 2X$

$R = \frac{2X}{\gamma S}$ et $S = eh$

10) La méthode la plus propre serait de calculer $\vec{B}$ créé par la nappe de courant (cf TD) puis superposition.

Ici on parle de solénoïde ?

$B = \mu_0 n I$ on aurait ici $n = \frac{1}{h} = \frac{1 \text{ spire}}{\text{Longueur } h}$

ça paraît d'autant plus bizarre que h n'est pas si grand qu'on suppose le solénoïde de longueur ∞.

$\phi_{propre} = \iint \vec{B_0} \, d\vec{S} = B_0 S = LI$ ou $S = Xd$

d'où $L = \frac{B_0 S}{I} = \frac{\mu_0 X d}{h} \to \frac{dL}{dX} = \frac{\mu_0 d}{h}$

11) $\ddot{X} = \frac{dL}{dX}\frac{1}{m} I^2 \to \alpha = \frac{1}{m}\frac{\mu_0 d}{h}$ équation mécanique

équation électrique : $E_0 = \underbrace{R(X)}_{\frac{2X}{\gamma eh}} I(t) + \underbrace{L}_{\frac{\mu_0 d}{h}X} \frac{dI}{dt} + I \underbrace{\frac{dL}{dX}}_{\frac{\mu_0 d}{h}} \dot{X}$

$\underbrace{\frac{\gamma eh}{2} E_0}_{\beta} = X(t) I(t) + \underbrace{\frac{\gamma eh}{2}\left(\frac{\mu_0 d}{h}\right)}_{\tau} \left(X \frac{dI}{dt} + I \dot{X} \right)$

$\tau \to$ secondes

τ : durée du transitoire

II Mutuelle inductance

1) $\phi_{propre} = L i = \iint \vec{B}\, d\vec{S}$ $\quad \vec{B}$ créé par i

$$\phi_{1 \to 2} = M i_1 = \iint_{S_2} \vec{B}_{1 \to 2}\, d\vec{S}$$

2) $\phi_{propre} = \iint_{N_a \text{ spire}} \vec{B}_a\, d\vec{S} = N_a \iint_{1 \text{ spire}} \mu_0 n_a i_a \vec{u_z}\, dS\, \vec{u_z} = N_a \mu_0 n_a i_a S_a$

$\hookrightarrow L_a = N_a \mu_0 n_a S_a$

$= \dfrac{N_a^2}{\ell} \mu_0 \pi r_a^2$

de $\hat{=}$ $L_b = \dfrac{N_b^2}{\ell} \mu_0 \pi r_b^2$

3) on prend S_a qui est totalement soumis à $\vec{B}$ créé par S_b

$$\phi_{b \to a} = M i_b = \iint_{N_a \text{ spires}} \mu_0 n_b i_b \vec{u_z}\, dS\, \vec{u_z}$$

$$= N_a \left(\mu_0 \frac{N_b}{\ell} i_b \right) \pi r_a^2$$

$$M = \frac{N_a N_b}{\ell} \mu_0 \pi r_a^2$$

4) $L_a L_b = \mu_0^2 \pi^2 r_a^2 r_b^2 \dfrac{N_b^2 N_a^2}{\ell^2} = M^2 \dfrac{r_b^2}{r_a^2}$

d'où le résultat avec $k = \dfrac{r_a}{r_b}$

5) si $k = 1$ $\quad \dfrac{L_a}{N_a^2} = \dfrac{\mu_0 r_a^2 \pi}{\ell} = \dfrac{\mu_0 r_b^2 \pi}{\ell} = \dfrac{L_b}{N_b^2}$

6) bobine 1 $\Leftrightarrow$ $U_a \uparrow$ ϕ $\downarrow e_a$ i_a $\quad e_a = -\dfrac{d\phi_a}{dt}$ $\qquad$ ~~de~~ $\hat{=}$

$U_a = -e_a = \dfrac{d\phi_a}{dt}$

de $\hat{=}$ $U_b = \dfrac{d\phi_b}{dt}$

$$U_a = L_a \frac{di_a}{dt} + M \frac{di_b}{dt}$$

$$U_b = L_b \frac{di_b}{dt} + M \frac{di_a}{dt} \qquad \text{or} \quad L_b = L_a \frac{N_b^2}{N_a^2}$$

$$= L_a \frac{N_b^2}{N_a^2} \frac{di_b}{dt} + L_a \frac{N_b}{N_a} \frac{di_a}{dt} \qquad \text{et} \quad M = \sqrt{L_a L_b}$$

$$= \frac{N_b}{N_a} \left(L_a \frac{di_a}{dt} + \underbrace{L_a \frac{N_b}{N_a}}_{M} \frac{di_b}{dt} \right) = \frac{N_b}{N_a} U_a$$

$$\frac{U_b}{U_a} = \frac{N_b}{N_a}$$