

Endomorphismes remarquables des espaces euclidiens

Programme de la semaine précédente.

Equations différentielles linéaires

- (1) Équations du premier ordre : théorème(s) de Cauchy linéaire, structure de l'ensemble des solutions (principe de superposition), méthode de variation de la constante.
- (2) Équations du second ordre : théorème(s) de Cauchy linéaire, structure de l'ensemble des solutions (principe de superposition).
 - (a) Cas particulier des coefficients constants : solutions de (E_0) , recherche d'une solution particulière dans les cas où le second membre est une exponentielle ou un sinus/cosinus.
 - (b) Méthodes pratiques de recherche de solutions : fonctions polynomiales, fonctions puissances, fonctions DSE, méthode de Lagrange après avoir trouvé une première solution de (E_0) .

Toute situation nécessitant des idées plus originales devra être accompagnée d'indications.

Quelques exemples de problèmes de raccordement de solutions ont été étudiés.

Questions de cours :

- (1) Soit $f \in O(E)$. Montrer que $\text{Sp}(f) \subset \{-1; 1\}$ et que $\text{Ker}(f - \text{Id}_E)$ et $\text{Ker}(f + \text{Id}_E)$ sont orthogonaux.
- (2) Décrire l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$ canoniquement associé à $A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 & 1 & -4 \\ -4 & 4 & -7 \\ 1 & 8 & 4 \end{pmatrix}$.
- (3) Soit $f \in \mathcal{S}(E)$. f est autoadjoint positif (respectivement défini positif) si et seulement si les valeurs propres de f sont positives (respectivement strictement positives).
- (4) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y' = 2xy + 1$. On ne cherchera pas à exprimer une solution particulière à l'aide de fonctions usuelles.
- (5) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $(x^2 + x)y'' + (3x + 2)y' + y = 1$.
- (6) Théorème de Rolle : énoncé et démonstration.