

Equations différentielles linéaires

- (1) Équations du premier ordre : théorème(s) de Cauchy linéaire, structure de l'ensemble des solutions (principe de superposition), méthode de variation de la constante.
- (2) Équations du second ordre : théorème(s) de Cauchy linéaire, structure de l'ensemble des solutions (principe de superposition).
 - (a) Cas particulier des coefficients constants : solutions de (E_0) , recherche d'une solution particulière dans les cas où le second membre est une exponentielle ou un sinus/cosinus.
 - (b) Méthodes pratiques de recherche de solutions : fonctions polynomiales, fonctions puissances, fonctions DSE, méthode de Lagrange après avoir trouvé une première solution de (E_0) .

Toute situation nécessitant des idées plus originales devra être accompagnée d'indications.

Quelques exemples de problèmes de raccordement de solutions ont été étudiés.

Dérivation

- (1) Révisions de première année : dérivation, Rolle et accroissements finis, théorème de la limite de la dérivée, fonctions convexes (caractérisations utilisant la dérivation).
- (2) Dérivation d'une fonction d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^n$ (courbe paramétrée) : définition, DL à l'ordre 1, caractérisation par les fonctions coordonnées, opérations. Exemple de système différentiel.
- (3) Dérivation d'une fonction $t \mapsto M(u_1(t), \dots, u_p(t))$ où M est une application multi-linéaire et les u_i sont dérivables. Cas fondamentaux de $p = 2$, du produit scalaire et du déterminant.

Questions de cours :

- (1) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y' = 2xy + 1$. On ne cherchera pas à exprimer une solution particulière à l'aide de fonctions usuelles.
- (2) Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $(x^2 + x)y'' + (3x + 2)y' + y = 1$.
- (3) Théorème de Rolle : énoncé et démonstration.
- (4) On considère la fonction $f : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$. Montrer que f est de classe $\mathcal{C}^\infty$ et que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
il existe $P_n \in \mathbb{R}[X]$ tel que : $f^{(n)} : x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ P_n\left(\frac{1}{x}\right) e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$.