

CORRIGE DM n° 1

I Circuit RLC

13) Soit on utilise la loi des mailles et des noeuds et les relations différentielles $i_C = C \frac{du_C}{dt}$, $U_L = L \frac{di_L}{dt}$

ou on se place en RSF $\rightarrow$ impédances $\rightarrow$ puis on revient en temporel $\rightarrow j\omega \Leftrightarrow \frac{d}{dt}$

$$C \text{ et } R \text{ en } // \Rightarrow Z_{eq} = \frac{R \times 1/j\omega}{R + 1/j\omega} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$\text{et diviseur de tension } \rightarrow \underline{U_S} = \underline{U_e} \frac{Z_{eq}}{j\omega L + Z_{eq}} = \underline{U_e} \frac{R}{j\omega L(1 + jRC\omega) + R}$$

$$R \underline{U_e} = R \underline{U_S} + j\omega L \underline{U_S} + LC(j\omega)^2 \underline{U_S}$$

$$U_e = U_S + \frac{L}{R} \frac{dU_S}{dt} + LC \frac{d^2 U_S}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 U_S}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{dU_S}{dt} + \frac{1}{LC} U_S = \frac{1}{LC} U_e$$

$$\omega_0' = \frac{1}{LC}$$
$$\frac{\omega_0}{2} = \frac{1}{RC}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \omega_0 RC = R \sqrt{\frac{C}{L}}$$

14) On a b) $\rightarrow$ pseudopériodique

c) $\rightarrow$ apériodique

a) $\rightarrow$ a priori "critique" car tout est le transitoire et le plus court des 3.

or c'est le signe de Δ de $r^2 + \frac{\omega_0}{2} r + \omega_0' = 0$ qui compte

$$\Delta = \frac{\omega_0'^2}{4} - 4\omega_0' = \omega_0' \left(\frac{1}{4} - 4 \right)$$

$\Delta > 0$ si $Q < 1/4 \rightarrow$ apériodique

$\Delta = 0$ si $Q = 1/4 \rightarrow$ critique

$\Delta < 0$ si $Q > 1/2 \rightarrow$ pseudo périodique

$Q = 0.5 \rightarrow$ critique, puis $Q = 0.1$ apériodique (c)
et $Q = 3 \rightarrow$ pseudopériodique b)

15) A partir du oscillogramme on peut avoir $|H| = \frac{U_{sc}}{U_{cc}}$
cc : crête à crête et $\varphi = \text{Arg}(H)$

or $H = \frac{U_s}{U_e}$ éq. de FF $\Rightarrow -\omega' U_s + \frac{\omega_0}{Q} j \omega U_s + \omega_0' U_s = \omega_0' U_e$

$$H = \frac{\omega_0^2}{\omega_0' - \omega'^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}} \sim |H| = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0' - \omega'^2)^2 + \left(\frac{\omega \omega_0}{Q}\right)^2}}$$

et $\varphi = 0 - \arctan\left(\frac{\frac{\omega \omega_0}{Q}}{\omega_0' - \omega'^2}\right)$

or si $U_e = U_{cc} \cos(\omega t)$ et $U_s = U_{sc} \cos(\omega t + \varphi)$

il est clair que $\varphi = -\pi/2$ car $U_s = 0$ pour t / U_e est max

et U_s est en retard $\Rightarrow \underline{\omega = \omega_0} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.01}$

$= 6.3 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$

et $|H| = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2/Q} = Q = \frac{U_{sc}}{U_{cc}} = \frac{4}{2} = 2$

II Théorème

1) F audible $\in [20 \text{ kHz}, 20 \text{ kHz}]$ donc F_1 et F_2 non audibles

$$s = h \sin \omega_1 t = k a_1 \cos(2\pi F_1 t) + a_1 \cos(2\pi F_2 t) = \frac{k a_1 + a_1}{2} \left[\cos(2\pi(F_1 + F_2)t) + \cos(2\pi(F_2 - F_1)t) \right]$$

Donc le spectre $\rightarrow$ 2 bornes de $\pm$ amplitude

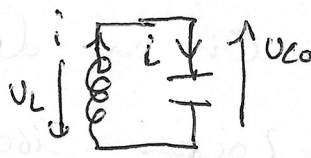
une à $F_2 - F_1$ et l'autre à $F_2 + F_1$.

$F_2 - F_1 = 40 \text{ kHz} \rightarrow$ audible

$F_2 + F_1 = 160 \text{ kHz}$ non audible

2) On veut éliminer $F_2 + F_1$ et garder $F_2 - F_1$

un presse bus / $F_L - F_1 < F_c \ll F_1 + F_L \Rightarrow$ seul
 presse $F_L - F_1$.

3) a) $U_{Co}(t)$:  on a $i = C_0 \frac{dU_{Co}}{dt}$
 et $U_L = L_0 \frac{di}{dt} = -U_{Co}$

$$L_0 C_0 \frac{d^2 U_{Co}}{dt^2} = -U_{Co} \Rightarrow \frac{d^2 U_{Co}}{dt^2} + \frac{1}{L_0 C_0} U_{Co} = 0$$

b) $U_{Co}(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$ $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$

c) $\omega_0 = 2\pi F \Rightarrow F_L = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 C_0}}$

4 a) même calcul sur C_0 et Chi en // or $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$
 $= j\omega C_0 + j\omega Chi = j\omega (C_0 + Chi) \Rightarrow C_{eq} = C_0 + Chi$

$$F_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 (C_0 + Chi)}}$$

b) $F_1 + F_L = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 C_0}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Chi}{C_0}}} \right)$ et $F_L - F_1 = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_0 C_0}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Chi}{C_0}}} \right)$

on veut $F_L - F_1 < F_c \ll F_L + F_1$

5) a) $T(jF) = \frac{h(H)}{u(H)} = \frac{1/j\omega}{R + \frac{1}{j\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$ $\hookrightarrow$ presse bus
 si $\omega \rightarrow 0$ $|T| = 1$

$u(F_c) = \frac{1}{RC}$ car $|T(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{T_x}{\sqrt{2}}$ si $\omega \rightarrow \infty$ $|T| \rightarrow 0$

$F_c = \frac{1}{2\pi RC}$ or $|T| = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \Rightarrow RC\omega_c = 1$

b) $F_L - F_1 = 440 \text{ Hz} < F_c \ll 160 \text{ kHz}$
 $\hookrightarrow$ car ordre 1

soit $F_c = 500 \text{ Hz}$

$$R = \frac{1}{2\pi C F_c} = 32 \text{ k}\Omega$$

6) si $x \downarrow$ on a $f \rightarrow$ son plus aigu.

$L_{e3} \rightarrow f = 440 \text{ Hz} \rightarrow x = 20 \text{ cm}$

octave $\Rightarrow$ on passe de f à $2f$. Or on ~~de~~ $\rightarrow$

$f = 40 \text{ Hz} \rightarrow$ 1 octave $80 \text{ Hz} \rightarrow$ 2 octaves $160 \text{ Hz} \dots$

$f = 2^n \times 40$

or $2^5 = 32$

et $32 \times 40 = 1280$

Donc on couvre un peu plus de 5 octaves.

En fait de 55 Hz à 110 Hz $\rightarrow$ 1 octave $\Delta x = 16 \text{ cm}$

110 Hz à 220 Hz $\rightarrow$ " $\Delta x = 12 \text{ cm}$

idem pour 220 à 440 et 440 à 880

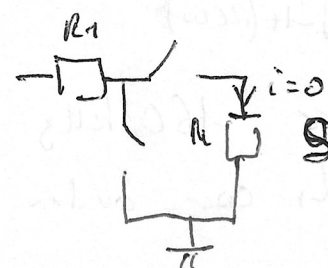
puis de 880 à 1760 $\Delta x = 7 \text{ cm}$

B-1/a) a BF on a $\uparrow$ $\Rightarrow$ $i = 0$
 HF " " $\rightarrow$ $u = 0$

Montage 1 : a BF $e^+ = e^- = 0$ et $i^- = 0 \Rightarrow e^- = 1 = 0$
 passe-bande OK (a HF $e^- = 1$ or $e^- = e^+ = 0 \rightarrow 1 = 0$

Montage 1
 a BF $e^- = e^+ = 0$ et $\frac{e - 0}{R} = \frac{0 - 1}{R} \rightarrow \underline{s = -e}$
 a HF $s = e^- = 0$
 L₁ passe-bas

Montage 3
 a BF $e^- = e^+ = 0$ or $i^- = 0 \Rightarrow s = e^- = 0$
 a HF $\frac{E - 0}{R} = \frac{0 - 1}{R} \rightarrow e = -1 \rightarrow$ passe-haut

Montage 4
 BF  $i = 0$
 $s = R_2 i = 0$
 HF $s = 0$ car C_1 et C_2 $\rightarrow$ 6 Fils
 passe-haut

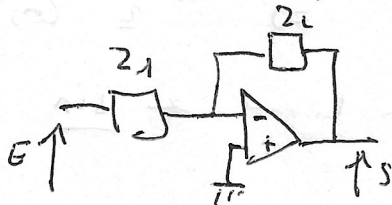
b) on choisit le montage 1. ALI $\Rightarrow$ on fournit de la puissance : amplification du signal.

2) c'est le g-c, g_a passe haut, g_b passe-bas.

3) a) $H_0 = |H(f=f_0)| = H_{max}$, $f_0 = f_{résonance}$

et b) Q Facteur de qualité $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$ (Δf : bande passante)

4) on a



on a $Z_1 = R + \frac{1}{j\omega C}$

$$Z_2 = \frac{R + \frac{1}{j\omega C}}{1 + Rj\omega C} = \frac{R}{1 + Rj\omega C}$$

or L'ATP $\frac{E-0}{Z_1} = \frac{0-S}{Z_2} \Rightarrow \frac{S}{E} = -\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{-R}{(1+jR\omega C)(R + \frac{1}{j\omega C})}$

$$H = \frac{-R}{2R + jR\omega C + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-1/2}{1 + \frac{1}{2}(jR\omega C + \frac{1}{jR\omega C})}$$

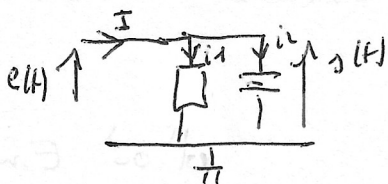
d'où $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$

$H_0 = -1/2$ et $Q = 1/2$

II B.1 a) la tension aux bornes de D est $e - s$

or à $t=0^+$ on a $s(0^+) = 0$ car tension aux bornes de C qui est continue et C est initialement déchargé.

d'où à $t=0^+$ $e - s > 0 \Rightarrow D$ passant



b) on a $e(t) = s(t)$

et $I = i_1 + i_2 = \frac{e}{R} + C \frac{de}{dt}$

c) Vu qu'on a calculé I en b) on utilise le fait que le diode est passant tant que $I > 0$.

si $I = 0 \rightarrow$ bloquer $\frac{e}{R} + C \frac{de}{dt} = \frac{E_{max} \sin \omega t}{R} +$

$$C 2\pi F' E_m \cos 2\pi F' t = 0$$

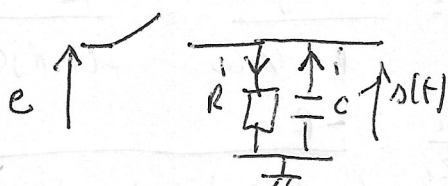
$$\sin 2\pi F' t + RC 2\pi F' \cos 2\pi F' t = 0$$

or pour $t = T'/4$ $\sin 2\pi F' t = 1$ et $\cos 2\pi F' t = 0$

$$\cos 2\pi F' t + \frac{1}{RC 2\pi F'} \sin 2\pi F' t = 0 \quad \text{si } t = T'/4$$

si $RC 2\pi F' \gg 1 \Rightarrow \frac{1}{RC 2\pi F'} \approx 0 \Rightarrow \cos 2\pi F' t$

on néglige le terme $\frac{1}{RC 2\pi F'}$



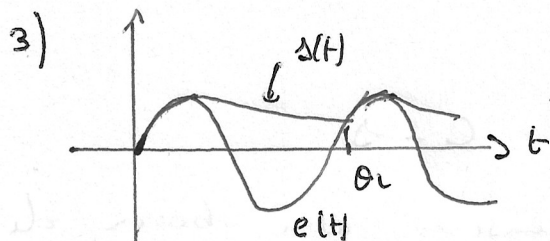
$$i = \frac{\Delta(t)}{R} = -C \frac{d\Delta}{dt} \Rightarrow \frac{d\Delta}{dt} + \frac{\Delta}{RC} = 0$$

$$\Delta(t) = A e^{-t/RC} \quad \text{or } \Delta(t) = e(t)$$

$$\Delta(t) = E_m \sin(2\pi F' T'/4) = E_m$$

$$\Delta(t) = E_m e^{-t/RC}$$

or $RC \gg \frac{1}{2\pi F'} = \frac{T'}{2\pi}$
 ↳ temps de décharge
 est petit / à T'



$$e(t) / \Delta(t) = e(t) \Rightarrow U = 0$$

$$\text{car on a } U = e - \Delta < 0$$

↳ D bloqué

4) comme $RC \gg T' \rightarrow \Delta(t)$ décroît très peu $\rightarrow \Delta(t) \approx e(t)$
 et $\Delta(t) \approx E_m$ (e étant inférieur à E_m)

5 a) $\frac{E_m}{V_m} = |H(F')| = \frac{|H_0|}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{F'}{F_0} - \frac{F_0}{F'} \right)^2}}$ d'où E_m

b) si $F' \approx F_0$ on a $E_m = |H_0| V_m = \frac{V_m}{2}$

à priori ils veulent F' donc $F' \rightarrow \underline{DL}$

$$\underbrace{Q' \left(\frac{F'}{F_0} - \frac{F_0}{F'} \right)'}_{\varepsilon} \ll 1 \quad \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon}} \approx (1+\varepsilon)^{-1/2} \approx 1 - \varepsilon/2$$

$$\text{d'où } E_{ms} = \frac{V_{cc}}{2} \left(1 - \frac{Q'}{2} \left(\frac{F'}{F_0} - \frac{F_0}{F'} \right)' \right)$$

- 6) Il faut une impédance de charge infinie $\Rightarrow \underline{i_s = 0}$
 or brancher un ALI a sortie $\Rightarrow L^+ \text{ ou } L^- = 0$
 ↳ principe du suiveur!

✓ $E_{ms}(F')$ or F' dépend de la position de la son gauche

↳ la son gauche contrôle F' puis
 contrôle E_{ms} qui contrôle le
 volume du son via le VCA (cpli)