TD n°1 Révisions d'électricité

ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

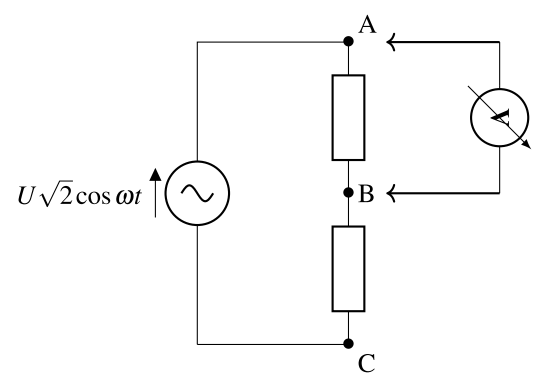
Résumé
⋆ Exercice de niveau CCP.
• Exercice de niveau Centrale/Mines.
⋄ Exercice nécessitant un sens physique particulier.

1. Appareils de mesure

1.1 Quelques contrariétés expérimentales⋆

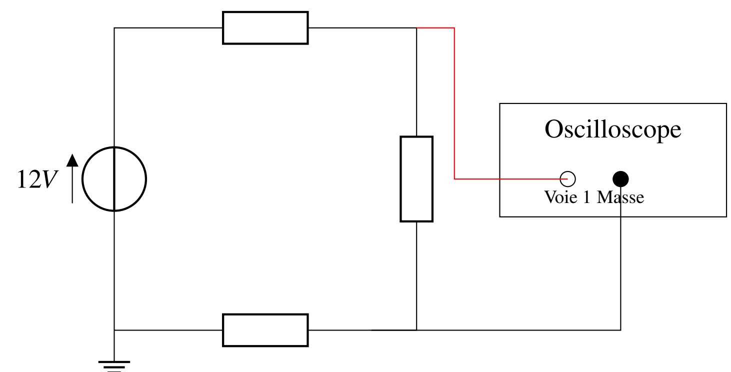
Le fait de n'avoir pas suffisamment réfléchi aux propriétés physiques des systèmes ou à l'influence des capteurs de mesure sur l'objet de la mesure, réserve parfois quelques surprises à l'expérimentateur.

1. Une source de tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 240$ V est branchée aux bornes de deux résistances en série, toutes deux égales à $R = 10\text{M}\Omega$ (Figure 1).



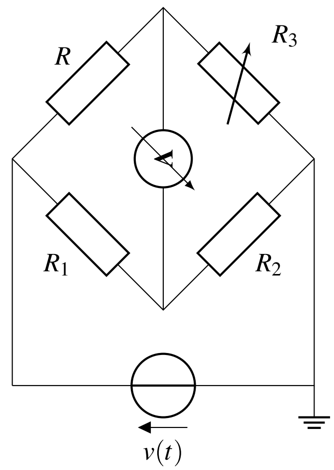
Déterminer la valeur des tensions efficaces u_{AB} et u_{BC} en l'absence de Voltmètre. Pour effectuer la mesure de ces tensions, on utilise un voltmètre de résistance interne égale à $r = 10\text{M}\Omega$. Indiquer la tension lue sur le voltmètre lorsqu'on le branche successivement : entre A et B, entre B et C puis entre A et C. Conclure.

2. Une source de tension $E = 12$ V alimente trois résistances égales R disposées en série (Figure 2). Calculer la tension entre les bornes A et B dessinées sur le schéma. Pour mesurer cette tension, on utilise l'oscilloscope dessiné sur la même Figure 2, borne A' reliée à la borne A et borne B' reliée à la borne B. Cet oscilloscope a une impédance interne très supérieure à la résistance R et pourtant la tension qu'il mesure n'est pas celle qui a été calculée. Expliquer pourquoi et donner la valeur de la tension mesurée.



1.2 Pont de Wheatstone⋆

Un pont de Wheatstone (représenté ci-dessous) est un instrument de mesure de résistance inventé par Samuel Hunter Christie en 1833, puis amélioré et popularisé par Charles Wheatstone en 1843. Il est constitué de 4 résistances : deux résistances connues R_1 et R_2, une résistance variable R_3 et une résistance inconnue R qu'on cherche à déterminer. Le pont est dit équilibré lorsque le voltmètre placé sur le pont mesure une tension nulle.



Exprimer la condition d'équilibre en fonction des valeurs des différentes résistances. En déduire un protocole expérimental permettant de déterminer la valeur de R.

2. Régime transitoire

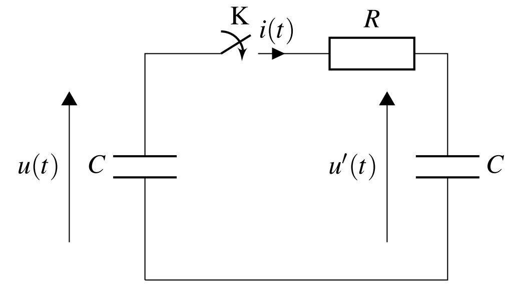
2.1 Résistance de fuite d'un condensateur réel ⋆⋄

Un condensateur réel, chargé, puis laissé en circuit ouvert, se décharge très lentement. Afin de rendre compte du courant très faible passant d'une armature à l'autre à travers l'isolant, on modélise le condensateur réel par un condensateur idéal de capacité C en parallèle avec sa résistance de fuite R_f.
On s'intéresse à un circuit constitué de la mise en série d'une source idéale de tension E, d'un interrupteur, d'une résistance R et du condensateur réel.

1. On ferme l'interrupteur. Sans chercher à écrire l'équation différentielle, déterminer la valeur finale de la tension v_∞ aux bornes du condensateur. En donner une expression approchée dans le cas où $R_f >> R$.
2. On ouvre l'interrupteur à la date $t = 0$. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $v(t)$ aux bornes du condensateur, puis en donner la solution.
3. La tension E est égale à 15V et la capacité C est de 1.0 μF. 100 secondes après l'ouverture de l'interrupteur, la tension aux bornes de C vaut 10 volts. Déterminer R_f ainsi que la durée au bout de laquelle la tension tombe à 1.0 V.

2.2 Décharge d'un condensateur dans un autre •

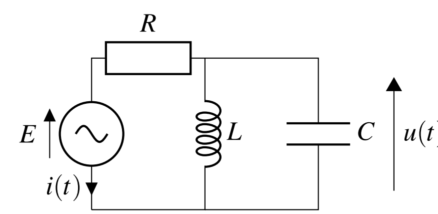
Dans le circuit suivant, les deux condensateurs ont même capacité C. Pour $t < 0$, le condensateur situé à gauche est chargé sous la tension $u = U_0$ et le condensateur de droite est déchargé. On ferme l'interrupteur K à la date $t = 0$.



1. Quelle est la charge portée par chacune des armatures des condensateurs pour $t < 0$? Comment va-t-elle évoluer après $t = 0$?
2. Quelles sont les valeurs de $u(t = 0^+), u'(t = 0^+)$ et $i(t = 0^+)$?
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \geq 0$ en fonction de R, C et de U_0.
4. En déduire les expressions de $u(t)$ et de $u'(t)$. Tracer leur allure sur un même graphique.
5. À partir d'un bilan énergétique, déterminer l'énergie $\mathscr{E}_{\text{res}}$ dissipée par la résistance au cours du régime transitoire.

2.3 Circuit RLC parallèle ⋆

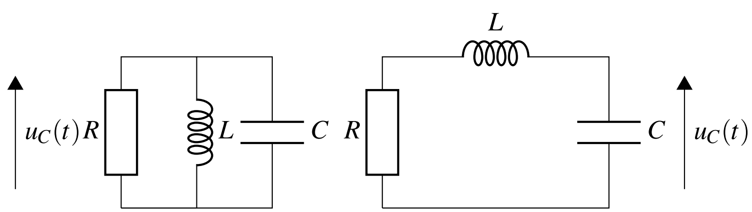
On considère le circuit RLC ci-dessous, alimenté par une tension $e(t) = E\cos(\omega t)$.

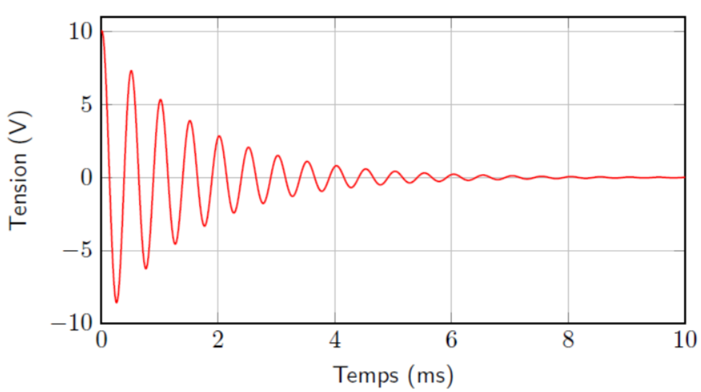


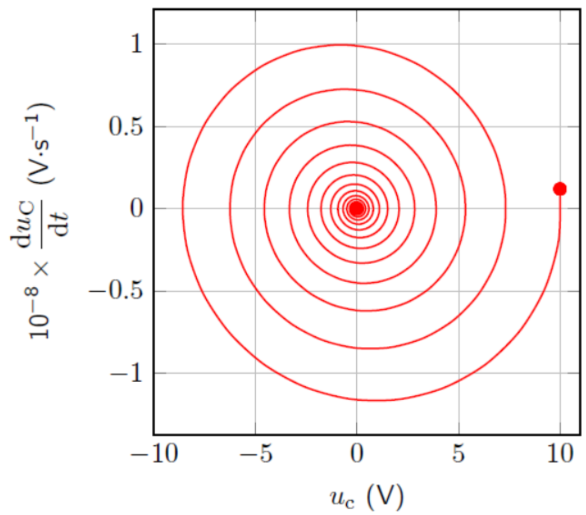
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. Comparer la pulsation propre et le facteur de qualité avec le cas du circuit RLC série. On donne $R = 50\Omega$, $L = 0,1$ mH, $C = 10$ nF.
2. Établir l'expression de $u(t)$ sachant qu'à $t = 0$, la tension aux bornes du condensateur et le courant traversant la bobine sont nuls.

2.4 Résolution de problèmes : détermination d'un circuit à l'aide d'acquisitions ⋆◇

Un circuit comportant une résistance $R = 25\Omega$, une bobine idéale d'inductance L et un condensateur de capacité C sont reliés tous les trois, soit en parallèle (circuit 1), soit en série (circuit 2). On donne l'allure de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ en régime transitoire, après avoir initialement chargé le condensateur sous une tension de 10 V. On suppose que la bobine n'a pas d'énergie stockée à $t = 0$.





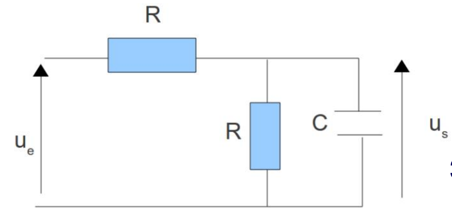


Déterminer le seul montage ainsi que la valeur de L et de C permettant d'obtenir une telle allure. La stratégie de résolution choisie devra être clairement expliquée.

3. Filtrage d'un signal sinusoïdal

3.1 Circuit RC

On s'intéresse au filtre RC ci-contre :

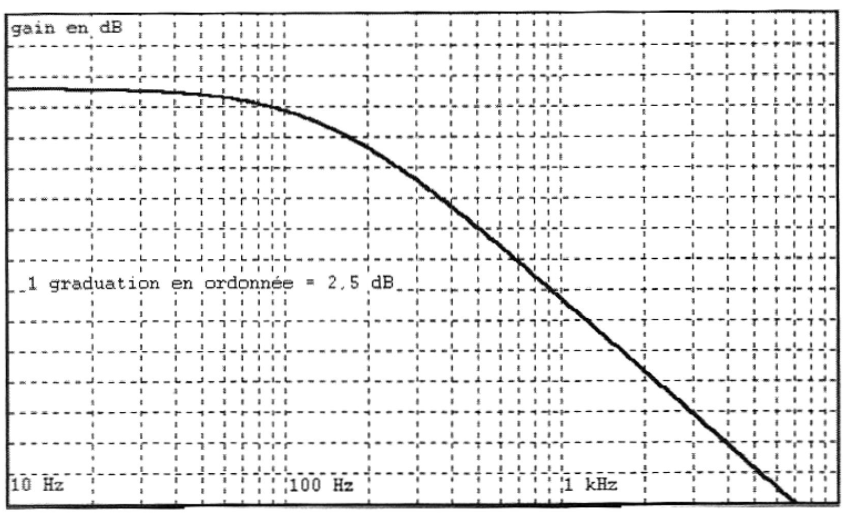


1. Déterminer le type de ce filtre par une étude asymptotique.

2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce filtre, en fonction de R et C.

3. Déterminer sa pulsation de coupure ω_c en fonction de R et C ainsi que son gain statique.

4. On a tracé ci-dessous le diagramme de Bode en gain de ce filtre. Déterminer sur la diagramme la droite $G_{dB} = 0dB$. En déduire une estimation du produit RC.

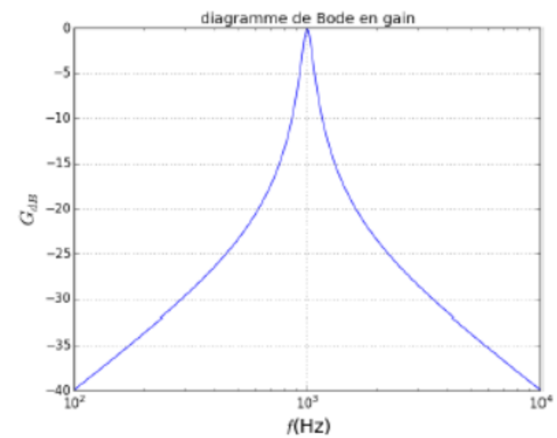


5. En HF, pourquoi parle-t-on d'une intégration ? Comment vérifie-t-on cette propriété sur le diagramme de Bode en gain ? Vers quelle valeur tend alors le déphasage de $u_s(t)$ par rapport à $u_e(t)$?

6. Déterminer l'amplitude du signal de sortie si l'entrée vaut $10\cos\left(2\pi 900t + \dfrac{\pi}{3}\right)$.

3.2 Diagramme de Bode en gain ⋆

On donne le diagramme de Bode suivant.



1. Quelle est la nature du filtre ?

2. Donner un circuit électrique dont ce filtre peut-être représentatif.

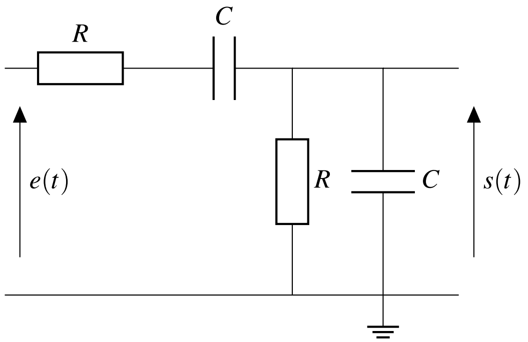
3. Soit $Q = 10$ le facteur de qualité, retrouver cette valeur graphiquement.

4. Si la capacité du condensateur du circuit RLC équivalent vaut $C = 1,0$ mF, déterminer L.

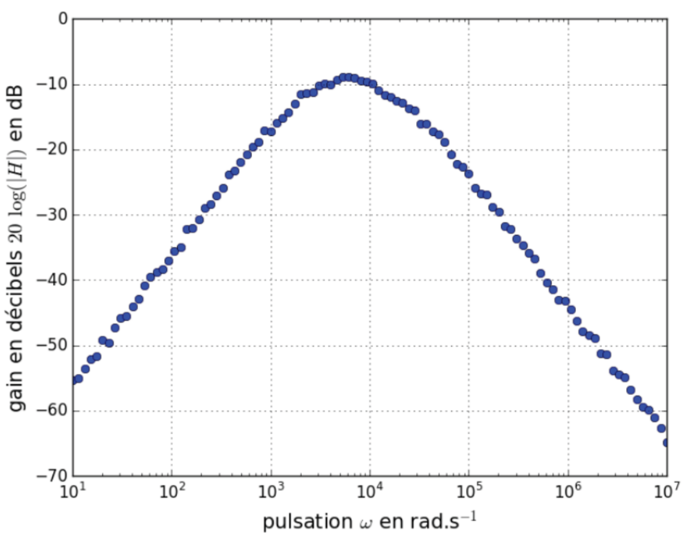
5. Déterminer R.

3.3 Filtre de Wien ⋆

On réalise le montage ci-après :



Une courbe de son diagramme de Bode est représenté ci-dessous.



1. Déterminer, à partir du diagramme de Bode, la nature du filtre et son ordre.
2. Donner des valeurs numériques, aussi précisément que possible, de ses éléments caractéristiques (gain, pulsation, facteur de qualité, bande-passante à 3 dB). Le filtre est-il très sélectif ?

   On souhaite retrouver ces résultats par le calcul.

3. Faire une étude asymptotique, à fréquence nulle et infinie, permettant d'établir sans calcul la nature du filtre.
4. Calculer la fonction de transfert harmonique du filtre.
5. Retrouve-t-on les résultats de la question 2 ? Quelle est la valeur du produit RC du filtre utilisé pour tracer le diagramme de Bode ?

4. Etude de signaux à plusieurs harmoniques

4.1 Signal modulé en amplitude ⋆

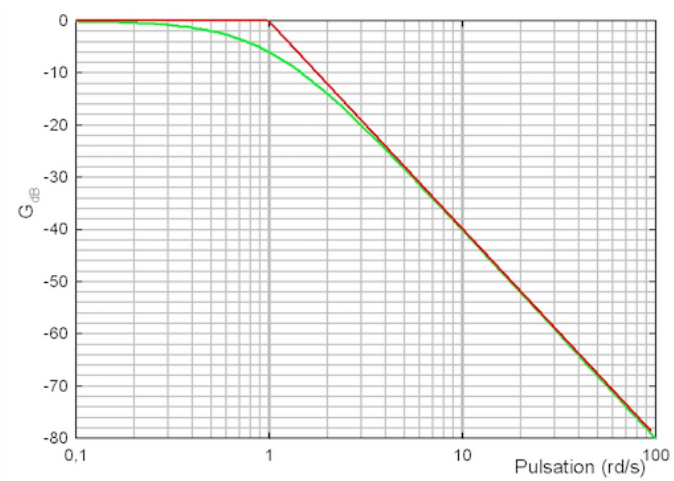
Soit le signal suivant :

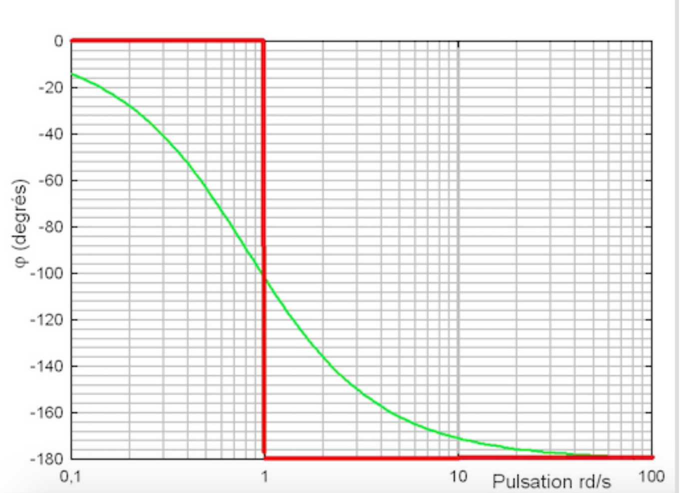
$$u(t) = U(1 + m\cos(2\pi f_1 t))\cos(2\pi f_2 t)$$

avec $U > 0$, $m > 1$ et $f_2 >> f_1$. Montrer que le spectre de $u(t)$ contient trois composantes dont on donnera la fréquence. Tracer l'allure du spectre de $u(t)$.

4.2 Signal de sortie à travers un filtre⋆

On considère les diagrammes de Bode en gain en décibel et en phase d'un filtre inconnu :





Pour les deux graphes, l'abscisse est la grandeur sans dimension $x = \frac{f}{f_0}$ avec $f_0 = 1$ kHz.

1. Quel est la nature de ce filtre ? Quel est l'ordre du filtre ? Justifier.

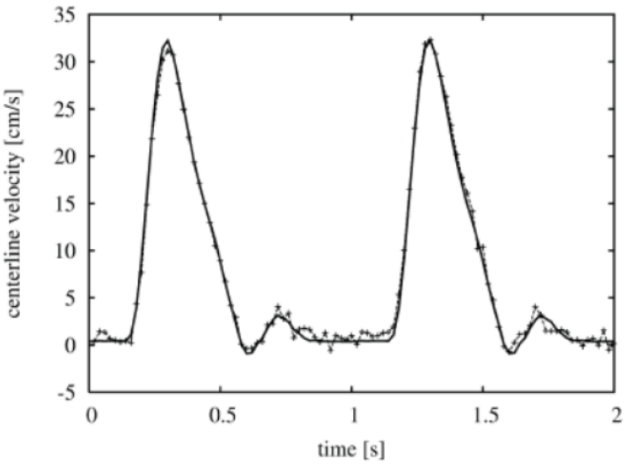
2. Donner l'expression du signal de sortie $s(t)$ pour les signaux d'entrées ci-dessous :

$$e(t) = 2V\cos(2\pi 10t), \quad e(t) = 2V\cos(2\pi 1000t + \frac{\pi}{3})$$
$$e(t) = 2V, \quad e(t) = 2V\cos(2\pi 10000t + \frac{\pi}{2}) + 4V$$

Quelle est l'action du filtre dans le dernier cas ?

4.3 Vitesse du sang dans une artère •◇

La figure ci-dessous reprasente une courbe expérimentale de mesure de la vitesse $v(t)$ du sang au centre d'une artère. La courbe fait apparaître l'onde de pouls sur deux périodes.



1. D'après la courbe, donner un ordre de grandeur de la vitesse moyenne $< v >$.
2. Quelles sont les fréquences présentes dans le spectre du signal $v(t)$?
3. Proposer un ordre de grandeur de l'amplitude de la composante oscillante de plus basse fréquence de $v(t)$.

4.4 Filtre•

On étudie un montage dont la fonction de transfert est :

$$\underline{H} = -\frac{1}{1 + 3jRC_1\omega - R^2C_1C_2\omega^2}$$

1. Montrer qu'on peut l'écrire sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{G_0}{1 + 2jm\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

On explicitera les expressions de m, G_0 et ω_0.

2. On veut obtenir $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Calculer en fonction de C_1 la valeur qu'il faut donner à C_2 pour y parvenir. Quelle est alors la nature du régime transitoire ?
3. On veut faire varier la fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ entre 1 kHz et 4 kHz. Entre quelles limites (exprimées en fonction de C_1) doit-on choisir R ? Dans la suite, on supposera que $f_0 = 2$ kHz.
4. Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain et en phase.

5. Ce circuit peut-il être utilisé en intégrateur ? en dérivateur ?
6. On envoie un signal de fréquence $f = 1,5$ kHz.
   (a) Le signal est sinusoïdal centré autour de zéro. Représenter, en les justifiant, les signaux d'entrée et de sortie de filtre.
   (b) Mêmes questions pour un signal créneau pair de valeur basse 0 et de valeur haute a. On rappelle que la décomposition de Fourier d'un tel signal est :

   $$s(t) = \frac{E}{2} + \frac{a}{\pi} \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \cos((2p+1)2\pi f t)$$

   On calculera éventuellement des ordres de grandeur pour justifier l'allure obtenue.
   (c) Quel est l'avantage de ce filtre par rapport à un filtre passe-bas du premier ordre ?