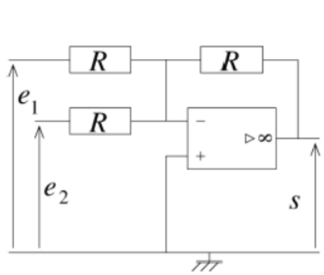
TD n°2 Montages à ALI

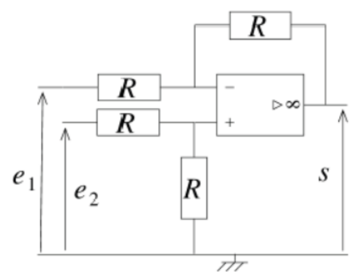
ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

Résumé
⋆ Exercice de niveau CCP.
• Exercice tde niveau Mines-Ponts.
⋄ Exercice nécessitant un sens physique particulier.

1. Quelques fonctions utiles ⋆

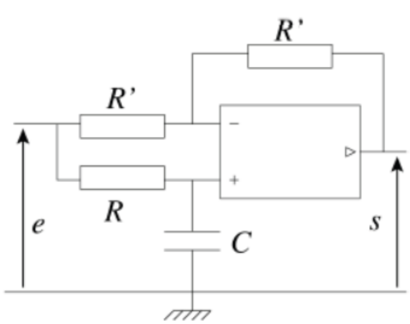
Quelle est l'utilité des montages ci-dessous ? On supposera les A.O idéaux.





2. Filtre mystère ⋆

On considère le montage ci-dessous. On supposera l'A.O idéal.

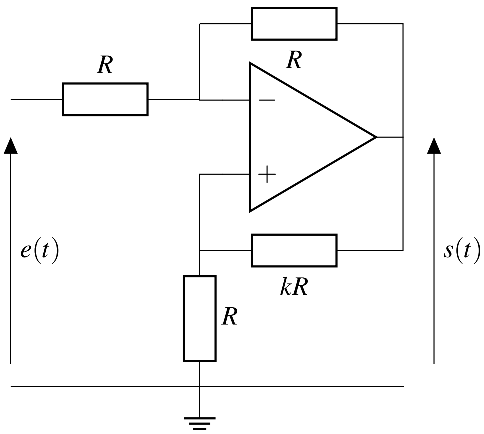


1. Faire une analyse asymptotique du filtre.
2. Etablir la fonction de transfert du filtre.
3. Evaluer le gain. Comment varie-t-il en fonction de la fréquence ?
4. Evaluer le déphasage. Quelle est l'utilité de ce montage ?

3. Etude d'une double rétroaction •

Lorsque la rétroaction se fait sur l'entrée inverseuse, on pourra supposer que le régime de fonctionnement de l'A.O est linéaire. Si la rétroaction se fait sur la borne non-inverseuse, le régime de fonctionnement de l'A.O sera forcément saturé. Mais que se passe-t-il en présence de deux rétroactions ?

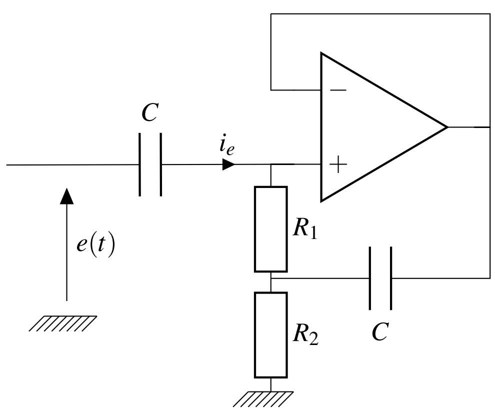
Dans le dispositif ci-dessous, l'A.O est supposé idéal en tout point sauf en ce qui concerne son gain différentiel, que l'on suppose être un passe-bas du premier ordre de gain statique $\mu_0 = 2.10^5$ et de pulsation de coupure $\omega_0 = 100\mathrm{s}^{-1}$.



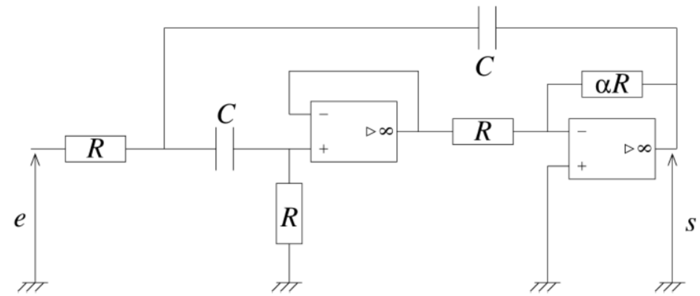
1. Représenter ce système sous la forme d'un schéma fonctionnel avec un comparateur, une chaîne directe (appelée actionneur) et une chaîne de retour (appelée capteur).
2. Etudier la stabilité de ce montage selon la valeur de k.
3. Dans le cas où le montage est stable, exprimer le gain s/e. Que devient-il lorsque le k tend vers la valeur limite de stabilité ?

4. Impédance simulée •

L'A.O du montage ci-dessous est supposé idéal et fonctionne en régime linéaire. La tension d'entrée $e(t)$ est sinusoïdale. Quelle est l'impédance d'entrée $\underline{Z}_e$ de ce montage ? Quel est l'intérêt de ce montage ?



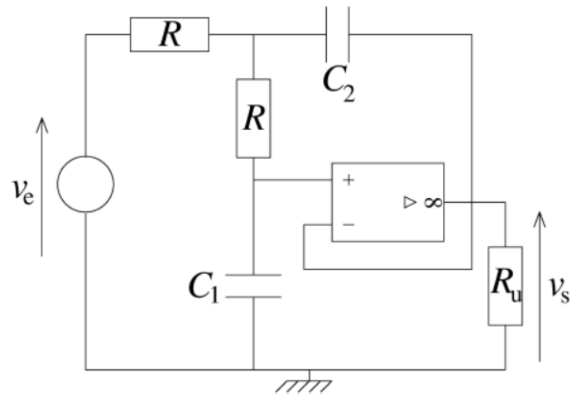
5. Amplification et filtrage d'un signal •



1. Examiner le comportement à basse fréquence et à haute fréquence du système représenté ci-dessus.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{s}{e}$. On la mettra sous la forme canonique :
$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$
Quelles sont les expressions et les significations des termes H_0, ω_0 et Q ? Donner l'équation différentielle liant $s(t)$ et $e(t)$.
3. Tracer le diagramme de Bode correspondant à $\alpha = 8$.
4. $e(t)$ est un signal triangulaire de valeur moyenne nulle, d'amplitude $2E$ et de prédiode T. Quelle est l'allure du signal de sortie si $T = 10T_0$? $T = 0.1T_0$?
5. On considère maintenant en entrée un signal créneau de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$, d'amplitude $A = 1$V et de valeur moeynne $B = 2$V dont on donne la décomposition en série de Fourier :
$$e(t) = B + \frac{4A}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{2p+1}\sin((2p+1)\omega t)$$
   (a) On veut sélectionner l'harmonique de rang 3 de cette décomposition, que doit vérifier la période f de $e(t)$?
   (b) Déterminer la valeur moyenne du signal de sortie ainsi que l'amplitude de la fondamental et des harmoniques 3, 5 et 7. Conclure.

6. Filtre de Butterworth •

On considère le montage ci-dessous dans lequel l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé parfait.



1. Montrer sans faire de calcul quel type de filtre constitue ce montage.

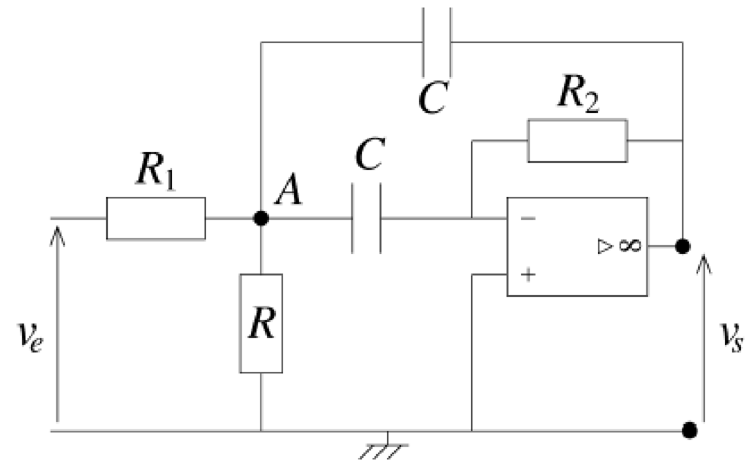
2. Établir la fonction de transfert du montage.

3. Comment choisir C_2 pour que le module de la fonction de transfert soit égal à $|H(j\omega)| = \left(1+\frac{\omega^4}{\omega_0^4}\right)^{-\frac{1}{2}}$. Quelle est alors la valeur de ω_0 en fonction de R et de C_1 ? Quelle est la pulsation de coupure ω_c du montage ? Quelle est alors la valeur de ω_0 en fonction de R et C_1 ? Quelle est la pulsation de coupure ω_c du montage ?

4. Tracer le diagramme de Bode de ce montage. Quel est l'intérêt d'un tel dispositif ?

7. Filtre de Rauch

On considère le montage ci-dessous dans lequel l'amplificateur opérationnel est idéal est fonctionne en régime linéaire. On pourra poser $R' = \frac{RR_1}{R+R_1}$. Données : $C = 1\mu$F, $R = 10$ kW, $R_1 =$100 kW, $R_2 =$1MW, $V_0 = 0,5$ V.



1. (a) Représenter les schémas équivalents à haute et basse fréquence et en déduire la nature du filtre.
   (b) Déterminer la fonction de transfert $H = v_s/v_e$ de ce filtre et la mettre sous la forme $H = \dfrac{H_0}{1+jQ\left(x-\frac{1}{x}\right)}$ où $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Préciser les expressions de H_0, ω_0 et Q en fonction de R_1, R_2, R_0 et C.
   (c) Tracer le diagramme de Bode dans les deux cas $Q >> 1$ et $Q << 1$.
   (d) Calculer numériquement H_0, Q, ω_0 et $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.
   (e) Définir et calculer la bande passante à -3 dB. On donnera les valeurs numériques des fréquences de coupure.
2. On considère que la tension d'entrée v_e est une tension en créneaux de période T, telle que

$$v_e(t) = \begin{cases} V_0 & \text{pour} 0 \leq t < T/2 \\ -V_0 & \text{pour} T/2 \leq t < T \end{cases}$$

Son développement en série de Fourier est

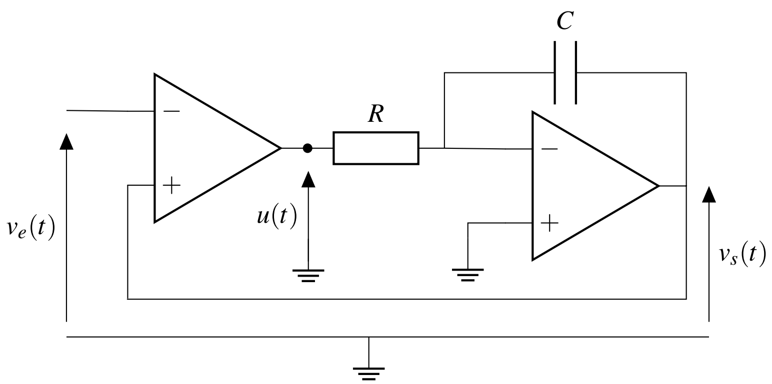
$$v_e(t) = \frac{4V_0}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{1}{2p+1}\sin((2p+1)\frac{2\pi}{T}t)$$

   (a) Quelle doit être la fréquence $f = \frac{1}{T}$ de v_e pour que f_0 corresponde à l'harmonique de rang $n = 3$ de la décomposition ?

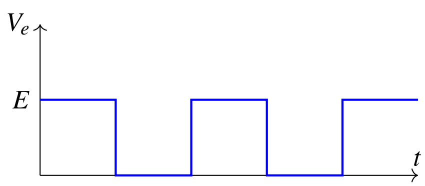
(b) Quelles seront dans ce cas les amplitudes du fondamental et des harmoniques de rang $n = 2$, 3, 4 et 5 des signaux v_e et v_s ? Faire les calculs littéraux et numériques et tracer les spectres en fréquence de v_e et v_s jusqu'à $n = 5$. Conclure.

8. Mesure de la constante $\mu_0\omega_0$ d'un A.O •

Le montage de la figure ci-dessous contient deux A.O, une résistance $R = 33$ kΩ et un condensateur de capacité $C = 220$ pF.



Le circuit est attaqué par une tension $v_e(t)$ périodique de période T dont l'évolution est présentée ci-dessous. On donne $E = 5$V et $T = 5$ ms. A l'instant initial, le condensateur n'est pas chargé. Les tensions de saturations des A.O sont $\pm V_{\text{sat}} = \pm 13$V.



1. Déterminer le régime de fonctionnement *supposé* de chaque amplificateur opérationnel.
2. Quelle est la valeur initial de la tension u ? En déduire l'évolution de la tension v_s pour $0 < t < \frac{T}{2}$. Montrer que le deuxième amplificateur ne commute pas sur cet intervalle de temps.
3. Déterminer l'évolution de $u(t)$ et $v_s(t)$ pour $\frac{T}{2} < t < T$. Représenter graphiquement l'évolution de $u(t)$ et $v_s(t)$ sur une période de la tension d'entrée.
4. On change la valeur de E qui devient $E_2 = 3$V. A quel instant t_1 la tension de sortie $v_s(t)$ passe-t-elle par la valeur E_2 ? (le condensateur est supposé déchargé à l'instant initial). Quelle est l'évolution de $v_s(t)$ dans l'intervalle $t_1 < t < \frac{T}{2}$?
5. En déduire la représentation graphique de la fonction $v_s(t)$ sur une période de $u(t)$.
6. Dans la réalité, on constate une oscillation de $v_s(t)$ dans l'intervalle $t_1 < t < \frac{T}{2}$. L'origine de ces oscillations s'explique par les fluctuations de la tension de sortie et de la tension différentielle d'entrée du premier amplificateur $\varepsilon_1 = v_s - v_e$. Pour montrer la stabilité de l'état $v_s = E_2$, on pose $v_s(t) = E_2 + v'(t)$ et on étudie l'évolution de $v'(t)$ à partir de l'équation différentielle attachée au premier A.O :
$$\frac{1}{\omega_0}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(t) + u(t) = \mu_0\varepsilon_1(t)$$
où ω_0 et μ_0 sont des constantes et de l'équation différentielle trouvée précédemment liant $u(t)$ et $v_s(t)$. Montrer que $v'(t)$ suit l'équation différentielle :
$$\frac{\mathrm{d}^2v'}{\mathrm{d}t^2}(t) + \omega_0\frac{\mathrm{d}v'}{\mathrm{d}t} + \frac{\mu_0\omega_0}{RC}v'(t) = 0$$
7. Expérimentalement, on observe des oscilations très faiblement amorties de période $\tau = 50\mu$s. En déduire la valeur de la constante $\mu\omega_0$ de l'A.O. Où cette constante intervient-elle ?