DS $n^{\circ}1$

 ${\rm PSI}\ 2021/2022$

Durée 4 heures - Calculatrices autorisées

Extraits de Banque PT et CCP

I Débimètre électromagnétique

Un débitmètre électromagnétique est un système de mesure non-perturbative du débit volumique D (en litres par seconde) d'un fluide conducteur dans une canalisation. Aucune connaissance préalable sur un tel système n'est nécessaire à la résolution de l'exercice.



FIGURE 1 – Exemple de débitmètre

Le débitmètre comprend des bobinages parcourus par un courant alternatif de fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 40$ Hz, qui imposent dans la conduite un champ magnétique oscillant de même fréquence f_0 . On admet que des phénomènes d'induction font apparaître entre deux points opposés de la canalisation une tension électrique u(t) de la forme :

$$u(t) = \alpha D \cos(\omega_0 t)$$

où $\alpha = 0,01$ V.L⁻¹.s est une constante d'étalonnage du système et D le débit. L'amplitude αD de u(t) est donc en quelque sorte une image du débit D que l'on chercher à mesurer.

Au signal u(t) se superpose du bruit électrique b(t) que pour simplifier, on supposera sinusoïdal de fréquence $f_b = \frac{\omega_b}{2\pi} = 50$ Hz et d'amplitude B:

$$b(t) = B\cos(\omega_b t)$$

La somme des deux signaux est notée v(t) :

$$v(t) = u(t) + b(t) = \alpha D \cos(\omega_0 t) + B \cos(\omega_b t)$$

- 1. On donne $D = 0, 5L.s^{-1}$ et B = 1 mV. Représenter le spectre en amplitude de v(t).
- 2. Proposer un filtre simple (nature du filtre, fréquence de coupure) permettant d'atténuer le bruit à la fréquence f_b dans v(t).

Compte-tenu des valeurs numériques proches de f_0 et f_b , cette opération de filtrage est difficile à réaliser. Au lieu de chercher à atténuer le bruit à 50 Hz, on préfère en réalité créer un signal continu directement proportionnel au débit D. On réalise pour cela une « détection synchrone », dont le principe est décrit sur la figure 4.



FIGURE 2 – Principe de la détection synchrone

À l'aide d'un circuit qui permet de multiplier des tensions, on multiplie le signal v(t) par la tension d'alimentation $a(t) = A\cos(\omega_0 t)$ des bobinages (A = 10 V), de manière à obtenir un signal w(t) = Kv(t)a(t) avec $K = 0, 1 \text{ V}^{-1}$. On filtre ensuite le signal w(t) à l'aide d'un filtre passe-bas d'ordre 2 dont le diagramme de Bode en amplitude est représenté figure 5.

On rappelle que la fonction de transfert complexe d'un filtre passe-bas du deuxième ordre s'écrit :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + \frac{j}{Q}\frac{\omega}{\omega_c} - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$$

Le diagramme correspond à une valeur $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

- **3.** Montrer que le spectre en amplitude du signal w(t) est constitué de quatre composantes dont on donnera l'expression des fréquences et des amplitudes en fonction des données. Calculer la valeur numérique des fréquences. Indications $\cos^2 a = \frac{1+\cos(2a)}{2}$ et $\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b))$. Que vaut la moyenne temporelle $\langle w \rangle$ de w(t)?
- 4. Établir l'expression du gain $G(\omega) = |\underline{H}(\omega)|$ du filtre. On remplacera Q par sa valeur numérique et on développera le dénominateur. À partir de la figure 5, déterminer les valeurs de H_0 (supposé positif) et $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ du filtre.
- **5.** Que vaut le déphasage du filtre pour $\omega = 0, \omega = \omega_c$ et $\omega >> \omega_c$?
- 6. Tracer sans calcul l'allure du spectre en amplitude de s(t). Commenter l'intérêt du dispositif.



FIGURE 3 – Diagramme de Bode du filtre

II Dispositif de balayage d'un microscope électronique

Un microscope électronique est un dispositif utilisant des électrons plutôt que de la lumière pour obtenir une image grossie d'un objet. Il nécessite notamment un générateur de balayage pour stabiliser l'affichage de l'image sur un écran cathodique et un capteur CCD permettant de transformer les photons en électrons.

Dans ce problème, aucune connaissance préalable sur les diodes ou photodiodes n'est nécessaire.

II.1 Générateur de balayage

Le générateur de balayage délivre un signal en rampes. On propose le montage de la figure ci-dessous pour la réalisation de ce signal.

Les amplificateurs linéaires intégrés (A.L.I.) sont supposés idéaux et de gain infini. Ils sont alimentés par des tensions continues $\pm V_0$ avec $V_0 = 15$ V non représentées sur le schéma. On suppose que leur tension de saturation est : $V_{\text{sat}} = V_0$.

Les diodes D_1 et D_2 sont des interrupteurs commandés par la tension v_e :

- Si $v_e > 0$, D_1 est fermé et D_2 est ouvert.
- Si $v_e < 0$, D_1 est ouvert et D_2 est fermé.
- II.1.1. Que peut-on dire des courants d'entrée d'un A.L.I idéal? Quel est l'ordre de grandeur du gain différentiel d'un A.L.I dans la réalité?



FIGURE 4 – Schéma électrique d'un générateur de balayage

II.1.2. Justifier que l'un des deux A.L.I. fonctionne nécessairement en régime de saturation.

On observe expérimentalement, pour la tension u(t), l'oscillogramme ci-contre.

II.1.3.

Echelle horizontale : 1 ms/division
Echelle verticale : 1 V/division

Justifier que l'autre A.L.I. fonctionne en régime linéaire.



- **II.1.4.** On suppose qu'à l'instant initial t = 0, le spot de l'oscilloscope est au point central de l'écran (u(0) = 0), le condensateur étant déchargé et que $v_e = +V_0$. Exprimer u(t) pour $t \ge 0$.
- **II.1.5.** Pour l'A.L.I 2, exprimer v_+ en fonction de u et v_s , puis en déduire l'instant t_1 où se produit le basculement vers la tension $v_s = -V_0$.
- **II.1.6.** Pourquoi la tension u(t) ne peut-elle subir de discontinuité?
- **II.1.7.** Pour $t \ge t_1$, exprimer u(t) puis déterminer l'instant t_2 où la tension u(t) s'annule à nouveau.
- **II.1.8.** En s'aidant de l'oscillogramme et en utilisant les expressions de t_1 et de t_2 , déduire :
 - a) l'expression de la période T de la tension u(t) en fonction de R_1, R_2, R_3, R_4 et C.
 - b) les valeurs de R_1, R_2, R_3 en k Ω , sachant que $C = 1\mu F$ et $R_4 = 1k\Omega$.

II.2 Le capteur C.C.D

Le capteur C.C.D est constitué de 1024 photodiodes. Une photodiode est un dipôle dont la caractéristique dépend de de l'éclairement E. On donne sur la figure ci-dessous la représentation du dipôle, ainsi que le réseau de ses caractéristiques courant-tension pour différentes valeurs de l'éclairement E. Le graphe est divisé en 3 cadrans selon les signes de u et i.

II.2.1. En l'absence d'éclairement, le courant ne passe dans la photodiode que lorsque u est supérieur à une tension seuil u_s . Quelle est la valeur de u_s ?



FIGURE 5 – Caractéristique courant-tension d'une photodiode pour différentes valeurs de E

II.2.2. Dans quel(s) cadran(s), le composant reçoit-il de l'énergie de la part du reste du circuit ? Dans quel(s)s cadran(s) en fournit-il ?

La photodiode est insérée dans le montage de la figure 3 dans lequel elle reçoit de l'énergie fournie par un générateur, supposé idéal, délivrant une tension continue et positive U_0 . Le luxmètre mesure l'éclairement $E_1 \approx 1000$ lux indiqué sur le réseau de caractéristiques.



FIGURE 6 - Montage

- **II.2.3.** En déterminant une relation liant $u \ge i$, trouver dans quel cadran se trouve le point de fonctionnement de la photodiode.
- **II.2.4.** Montrer que la tension U_1 aux bornes de la résistance R est proportionnelle à l'éclairement E, soit $u_1 = kE$. On donnera un ordre de grandeur de la constante k.
- **II.2.5.** Pour amplifier cette tension U_1 , on envisage le montage ci-dessous comprenant un A.L.I supposé idéal et fonctionnant en régime linéaire.

Montrer que $U_2 = KE$ où K est une constante qu'on exprimera en fonction de k, R_1 et R_2 .



III Contrôle non destructif par courants de Foucault

Dans le but de contrôler les infrastructures métalliques, il a été développé des méthodes de contrôle non destructifs (CND) utilisant des capteurs à courants de Foucault (document ci-dessous)



FIGURE 7 – Capteurs à courants de Foucault

Le principe général du CND à courants de Foucault est le suivant : une bobine excitatrice génère un champ magnétique variable qui diffuse dans le matériau à sonder. Il se développe alors des courants de Foucault dont la géométrie des lignes de courants est affectée en cas de défaut du type fissure, caverne ou autres. Une sonde enregistre la réponse de ces courants de Foucault, image d'un défaut local dans la structure.

III.1 Mesure des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'une bobine à l'aide d'une détection synchrone

On considère un dispositif où la détection des courants de Foucault se fait par l'analyse de l'impédance de la bobine excitatrice. Dans ce cas, on parle alors de sonde à fonction double.

L'impédance complexe de la bobine associée à la sonde à fonction double est l'image des courants de Foucault. Il est préférable pour ce type de sonde d'analyser séparément la partie réelle et la partie imaginaire de cette impédance plutôt que de travailler sur son module. Ce traitement se fait généralement à l'aide d'une détection synchrone (figure 5).

Principe de la mesure La bobine d'impédance complexe \underline{Z} est alimentée par la tension sinusoïdale $u_e(t) = U_e \cos(\omega t)$. Elle est alors traversée par un courant sinusoïdal de la forme $i(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi)$,

Synoptique global du dispositif à détection synchrone



FIGURE 8 – Synoptique global du dispositif à détection synchrone.

où φ est le déphasage courant-tension, c'est-à-dire l'argument de l'impédance complexe \underline{Z} .

La détermination de la partie réelle de \underline{Z} , notée $\Re(\underline{Z}) = |\underline{Z}| \cos(\varphi)$ s'obtient en mesurant la valeur moyenne du signal résultant de la multiplication de la tension $u_e(t)$ et d'une tension proportionnelle à i(t) obtenue à l'aide d'un convertisseur courant-tension.

La détermination de la partie imaginaire de \underline{Z} , notée $\Im(\underline{Z})$, s'obtient de façon similaire, en déphasant au préalable la tension de sortie du convertisseur de $\pm \pi/2$ à l'aide d'un circuit déphaseur.

Etude du convertisseur courant-tension Le convertisseur courant-tension (figure 9) se compose d'une résistance R_1 et d'un amplificateur linéaire (ALI), d'impédance d'entrée supposée infinie et de fonction de transfert complexe : $\underline{K}(j\omega) = \frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{\varepsilon}(t)} = \frac{K_0}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}$, où $\underline{\varepsilon}(t) = \underline{V}^+(t) - \underline{V}^-(t)$, avec \underline{V}^+ le potentiel à l'entrée non inverseuse (+) de l'ALI et \underline{V}^- le potentiel à l'entrée inverseuse (-) de l'ALI.



FIGURE 9 - Convertisseur courant-tension.

III.1.1. Déterminer une relation entre $u_A(t), i(t), R_1$ et $\varepsilon(t)$. À l'aide de la fonction de transfert de l'ALI., montrer que la transmittance complexe $\frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{i}(t)}$ peut se mettre sous la forme $\frac{\underline{u}_A(t)}{\underline{i}(t)} = \frac{G_0}{1+j\frac{\omega}{\omega}}$. On précisera les expressions de G_0 et de ω_c en fonction de R_1 , K_0 et ω_0 .

Comment se simplifie cette transmittance dans le cas où $K^0 = 10^6$, $\omega_0 = 200 \text{ rad.s}^{-1}$ et où la fréquence f d'alimentation de la bobine n'excède pas 200 kHz?

III.1.2. Que devient la transmittance complexe, non simplifiée, $\frac{u_A(t)}{i(t)}$, si on inverse les entrées V^+ et V^- de l'ALI? En déduire, en considérant que $K_0 >> 1$, l'équation différentielle liant les fonctions réelles $u_A(t)$ et i(t). Quelle est la forme du régime transitoire associé à cette équation différentielle? Conclure quant à la stabilité du système rebouclé sur la borne + de l'ALI.

III.2 Etude du circuit déphaseur

Le circuit déphaseur (figure 7) se compose de deux résistances R_2 , d'une résistance variable R_a , d'un condensateur de capacité C et d'un ALI supposé idéal qui fonctionne en régime linéaire. Ce circuit déphaseur a pour fonction de transfert $\frac{\underline{u}_S(t)}{\underline{u}_A(t)} = \frac{1 - jR_aC\omega}{1 + jR_aC\omega}$.



FIGURE 10 – Circuit déphaseur.

III.2.1. Quel est le module de cette fonction de transfert? Justifier alors l'appellation de déphaseur. On donne f = 2kHz, C = 2, 2 nF. À quelle valeur faut-il caler R_a pour que $u_D(t)$ et $u_A(t)$ soient en quadrature de phase, c'est-à-dire déphasées de $\frac{\pi}{2}$? On considèrera que cette condition est respectée dans la suite de l'énoncé. Pour une entrée $u_A(t)$ de la forme $u_A(t) = -R_1 I_0 \cos(\omega t - \varphi)$, quelle est la forme analytique de la tension de sortie $u_D(t)$?

IV Capteur capacitif

On considère le montage de la figure 8.

IV.1 Etude du bloc 1

Le bloc 1 réalise un filtre de fonction de transfert complexe $\underline{H} = \underline{u}_2 / \underline{u}_1$ avec :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

avec $A_0 = 0, 1, Q = 25, x = \frac{\omega}{\omega_0}$.



FIGURE 11 – Montage envisagé pour extraire l'information issue d'un capteur. L'ALI utilisé, que l'onsupposera idéal, est alimenté au moyen d'une alimentation symétrique $\pm V_{CC} = \pm 12V$ et sa tensionnde saturation vaut $V_{sat} = 11V$.

- IV.1.1. Donner les équations des deux asymptotes hautes et basses fréquences du gain en décibel de ce filtre.
- **IV.1.2.** Représenter le diagramme de Bode (en amplitude uniquement) donnant ce gain en décibel en fonction de log(x).
- IV.1.3. Préciser la nature de ce filtre.
- **IV.1.4.** Exprimer, à partir du schéma du bloc 1, la fonction de transfert <u>H</u> en fonction de ω et des grandeurs caractéristiques des composants de ce bloc 1. Par identification, donner les expressions littérales de ω_0 et Q en fonction des grandeurs caractéristiques des composants.

IV.2 Circuit bouclé

On rappelle que le bloc 2 représente un montage amplificateur non inverseur de fonction de transfert $\underline{\underline{u}}_3 = K = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$. On ferme l'interrupteur, réalisant ainsi un système bouclé.

- **IV.2.1.** Déduire des questions précédentes l'équation différentielle vérifiée par $u_3(t)$.
- IV.2.2. A partir de cette équation :
 - Trouver une condition liant A_0 , K et Q pour que s'établissent des oscillations quasi-sinusoïdales.
 - Déterminer alors la fréquence f_0 de ces oscillations.
- **IV.2.3.** Toujours à partir de l'équation différentielle de $u_3(t)$, montrer que la naissance des oscillations impose des conditions sur le produit A_0K et les expliciter.
- IV.2.4. On choisit les composants de manière à obtenir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_3}{\mathrm{d}t^2}(t) - 10^4 \frac{\mathrm{d}u_3}{\mathrm{d}t}(t) + 9.10^8 u_3(t) = 0$$

- a) Donner l'expression numérique de $u_3(t)$ en fonction de t sans chercher à calculer les constantes dépendant des conditions initiales.
- b) Montrer qu'on obtient des oscillations sinusoïdales dont l'amplitude A varie temporellement.

- c) Exprimer et représenter A en fonction de t.
- d) Dans la pratique, on obtient une stabilisation de l'amplitude à une valeur A_{\max} ; expliquer pourquoi et expliciter A_{\max} .
- e) Compte tenu de ce qui précède, représenter l'allure de $u_3(t)$.
- **IV.2.5.** On utilise ce dispositif pour suivre les déplacements x de la partie mobile d'un capteur capacitif, dont la capacité est donnée par la loi $C(x) = C_0 \left(1 \frac{x}{\ell}\right)$, avec $C_0 = 10\mu$ F et $\ell = 10$ mm. Ce capteur forme le condensateur du bloc 1 de la figure 10.
 - Les composants choisis sont tels que le montage oscille à une fréquence f_{osc} liée à la capacité C par la relation $f_{\text{osc}} = \frac{D}{\sqrt{C}}$, avec $D = 1 \text{ H}^{-\frac{1}{2}}$.
 - A la position de référence du capteur (x = 0), la fréquence d'oscillation est f_{or} .
 - a) Montrer que, pour un petit déplacement x ($\frac{x}{\ell} \ll 1$), la fréquence d'oscillation peut se mettre sous la forme $f_{\text{osc}} \approx ax + b$, et expliciter a et b en fonction des données.
 - b) On note $\Delta f = f_{osc} f_{or}$ la variation de fréquence liée à un déplacement. La plus petite variation détectable est $\Delta f_{min} = 3$ Hz; que lest le plus petit déplacement mesurable?

V Cinétique

V.1 Résolution de problème



page 11/??

V.2 Exercice

On étudie la réaction de substitution nucléophile d'équation :

$$(CH_3)_3CCI + OH^- \rightarrow (CH_3)_3COH + CI^-$$

Le 2-chloro-2-méthylpropane (CH₃)₃CCl sera noté RCl dans la suite de l'exercice.

On réalise une expérience à partir d'un mélange équimolaire des réactifs ; la concentration de chacun des réactifs est notée $C_0 = 5,1.10^{-2}$ mol.L⁻¹.

Le déroulement de la réaction est suivi par titrage : à différents dates t, un volume V₀ = 5,0 mL du milieu réactionnel est prélevé et placé dans un bain de glace ; les ions hydroxyde restant sont alors titrés par de l'acide chlorhydrique (H₃O⁺, Cl⁻) de concentration C_A = 2,5.10⁻² mol.L⁻¹. Le volume d'acide chlorhydrique nécessaire pour atteindre l'équivalence du titrage est noté V_{Agg} .

Les résultats sont présentés dans le tableau suivant :

÷								_
	<u>t</u> (h)	0,5	1	2	4	6	8]
	VAeg (mL)	9,48	8,83	7,63	5,70	4,28	3,13	

1. Pourquoi refroidit-on le prélèvement dans un bain de glace avant de réaliser le titrage ?

2. Ecrire l'équation de la réaction de titrage et calculer la concentration en ions hydroxyde restant aux différentes dates. Les résultats seront présentés sous la forme d'un tableau.

 Les ordres partiels par rapport au dérivé halogéné <u>RCI</u> et à l'ion hydroxyde HO⁻ sont notés a et b (respectivement). Proposer une expression de la loi de vitesse en tenant compte des conditions de l'expérience.

4. Montrer que l'ordre global de cette réaction est égal à 1. Un graphe sera rendu avec la copie et un coefficient de corrélation de régression linéaire déterminé avec la calculatrice.

5. En déduire la valeur de la constante de vitesse.