

TD n°4 Principes de la thermodynamique

ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

Résumé

- ★ Exercice de niveau CCP
- Exercice de niveau Centrale/Mines
- ◇ Exercice nécessitant un sens physique particulier.

1. Révisions de SUP

1.1 Cycle d'un GP★

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par $P_0 = 2 \cdot 10^5$ Pa et $V_0 = 14$ L. On fait subir successivement à ce gaz les transformations quasistatiques suivantes :

- une détente isobare qui double son volume ;
 - une compression isotherme qui le ramène à son volume initial ;
 - un refroidissement isochore qui le ramène à l'état initial.
1. À quelle température s'effectue la compression isotherme ? En déduire la pression maximale atteinte.
 2. Représenter le cycle de transformations dans le diagramme (P, V) .
 3. Calculer les travaux et transferts thermiques échangés par le système au cours du cycle en fonction de P_0, V_0 et $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$.
 4. Calculer la variation d'entropie pour chaque étape du cycle, sachant que l'entropie de n moles d'un gaz parfait s'écrit :

$$S = S_0 + \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T}{T_0} - nR \ln \frac{P}{P_0}$$

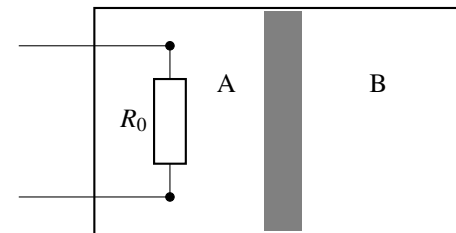
1.2 Détente de Joule Gay Lussac★

1. Rappeler la variation d'entropie de n moles d'un gaz parfait lors d'une détente de JGL (détente d'un compartiment rempli de gaz dans un autre vide) si les deux compartiments ont même volume. Évaluer l'entropie échangée par le gaz et l'entropie créée.
2. Exprimer la variation d'entropie de n moles d'un gaz parfait lors d'une détente d'un gaz au contact avec un thermostat. Pour cela on déplace un piston lentement afin de faire doubler le volume du gaz. Évaluer l'entropie échangée par le gaz et l'entropie créée.

3. Conclure quant à l'emploi des notations S_e et S_c , alors que l'on écrit ΔS .

1.3 Loi de Laplace●

Un récipient à parois rigides et calorifugées contient deux gaz parfaits diatomiques séparés par une paroi intérieure adiabatique pouvant se déplacer sans frottements. Les volumes occupés par chaque gaz A et B peuvent donc varier. Initialement les gaz sont dans le même état : 1 bar, 300 K et 1 L. Un générateur électrique fait passer un courant de 1 A dans la résistance $R_0 = 10\Omega$ pendant une durée τ . A ce moment le volume de A est de 1,1 L.



1. Calculer la pression finale dans chacun des compartiments.
2. Calculer la température finale en B.
3. Calculer la température finale en A.
4. Calculer τ .
5. Calculer le travail reçu par le gaz du compartiment B.
6. Calculer la variation d'entropie du gaz dans le compartiment A.

1.4 Canette autoréfrigérante★

A l'occasion de la coupe du monde de football 2002, une canette autoréfrigérante a été mise au point. Elle comprend un réservoir en acier contenant un liquide

réfrigérant. Lorsqu'on ouvre la canette, le liquide est libéré, il se détend brusquement et se vaporise en traversant une spirale en aluminium qui serpente à travers la boisson à refroidir.



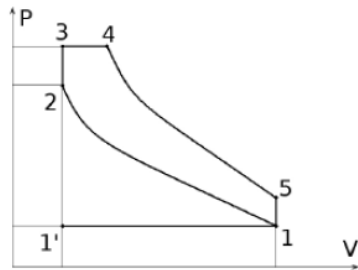
Le volume de la boisson à refroidir est de 33 mm^3 , et l'on considérera pour simplifier qu'il s'agit d'eau (capacité thermique massique $c = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$). On considère que le corps réfrigérant est constitué d'une masse $m = 60 \text{ g}$ de N_2 dont l'enthalpie massique de vaporisation est $L_v = 200 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Calculer la variation de température de la boisson lorsqu'on ouvre la canette.

Données : enthalpie massique de fusion de l'eau : $\Delta h_{\text{fusion}} = 335 \text{ kJ.kg}^{-1}$ enthalpie massique de vaporisation de l'eau : $\Delta h_{\text{vaporisation}} = 526 \text{ kJ.kg}^{-1}$, volume massique de la vapeur d'eau $v_G = 885.10^{-3} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$, volume massique de l'eau liquide $v_L = 1,06.10^{-3} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$.

1.5 Moteur Diesel

Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de Watt ci-contre. Après la phase d'admission $1' \rightarrow 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore $5 \rightarrow 1$ puis isobare $1 \rightarrow 1'$.



Au point 1 du cycle, la pression $p_m = 1,0 \text{ bar}$ et la température $T_m = 293 \text{ K}$ sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4, est $p_M = 60 \text{ bar}$ et la température

maximale, au point 4, vaut $T_M = 2073 \text{ K}$. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = \frac{V_M}{V_m} = 17$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$, et de capacités thermiques respectives C_P et C_V , et on note $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$.

1. Exprimer les températures T_2 , T_3 et T_5 en fonction de p_m, p_M, T_m, T_M et β . Calculer les valeurs numériques.
2. Calculer le transfert thermique massique q_c reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \rightarrow 4$.
3. Calculer le transfert thermique massique q_f échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1.
4. En déduire le travail massique w échangé au cours d'un cycle et le rendement du moteur.

1.6 Climatisation

On considère une installation permettant d'assurer la climatisation d'un wagon. Un moteur entraîne un compresseur puisant l'air dans le wagon à la température $\theta_A = 20^\circ \text{C}$ et à la pression $P_A = 1 \text{ bar}$ et le comprimant de façon adiabatique réversible jusqu'à la pression P_B (température θ_B). L'air échange ensuite de la chaleur de façon isobare avec l'air extérieur à la température $\theta_2 = 37^\circ \text{C}$ jusqu'à atteindre la température θ_C . Il effectue ensuite une détente adiabatique réversible dans une turbine pour être rejeté dans le wagon dans les conditions $\theta_D = -5^\circ \text{C}$ et à la pression $P_D = 1 \text{ bar}$. Mécaniquement, la turbine entraîne le compresseur.

1. Tracer l'allure dans le diagramme de Clapeyron des transformations subies par une mole de gaz.
2. Quelle est la valeur minimale que l'on peut espérer atteindre pour θ_C ? En déduire la valeur minimale de la pression P_C que le compresseur doit imposer.
3. On donne $P_C = 1,7 \text{ bar}$. Calculer θ_B et θ_C .
4. Quel est le débit molaire de ce climatiseur permettant d'assurer une puissance de climatisation P de 5 kW .
5. Calculer la puissance mécanique fournie par le compresseur P_C , celle récupérée dans la turbine P_T et celle fournie par le moteur P_M . Quelle est l'efficacité de l'installation?

1.7 Résolution de problème

Vous achetez six bouteilles de 1 L de jus de fruit que vous rangez dans votre réfrigérateur. Une heure plus tard, elles sont à la température du frigo. Combien vous

coûte ce refroidissement ?

Données :

- L'efficacité thermodynamique du réfrigérateur vaut 70 % de l'efficacité de Carnot ;
- L'isolation imparfaite du réfrigérateur se traduit par des fuites thermiques de puissance 10 W ;
- Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_e = 4,2 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$;
- Tarifs EDF : 1 kWh coûte 0,15 euro.

2. Variations infinitésimales

2.1 Formation de neige artificielle◊

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant de fines gouttes d'eau liquide à $T_1 = 10^\circ \text{C}$ dans l'air ambiant à $T_a = -15^\circ \text{C}$.

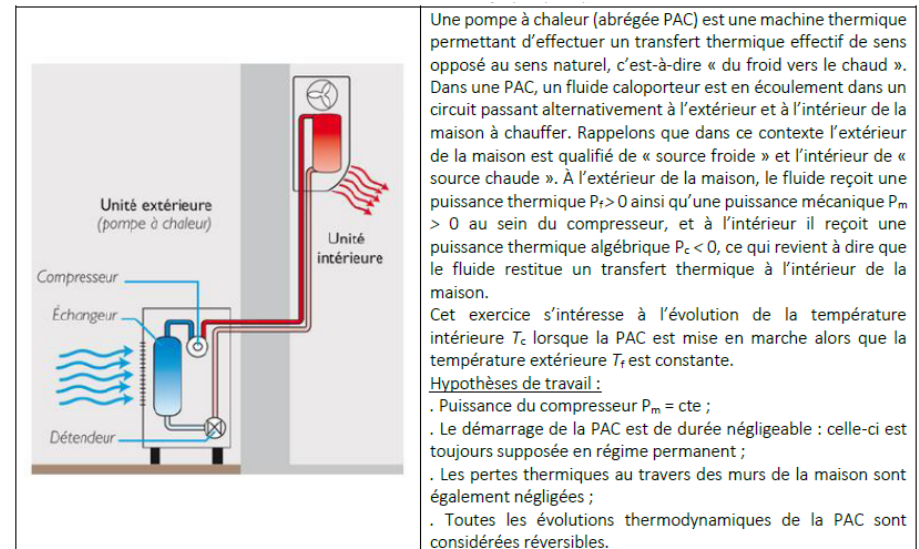


Dans un premier temps, la goutte d'eau supposée sphérique ($R = 0,2 \text{ mm}$) se refroidit en restant liquide (eau surfondue). Elle reçoit de l'air extérieur un transfert thermique infinitésimal $h(T_a - T(t))dt$ par unité de surface, où $T(t)$ est la température de la goutte. On rappelle que la capacité thermique massique de l'eau vaut $c = 4,18.10^3$

$\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $T(t)$.
2. En déduire le temps t au bout duquel $T(t)$ est égale à -5°C . On prendra $h = 65 \text{ W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$.
3. Lorsque la goutte atteint la température de -5°C , la surfusion cesse : la goutte est partiellement solidifiée et la température devient égale à 0° . Calculer la fraction x de liquide se solidifiant en supposant la transformation très rapide et adiabatique. L'enthalpie massique de fusion de l'eau vaut : $L_s = 335.10^3 \text{ J.kg}^{-1}$.

2.2 Pompe à chaleur★



1. Rappeler les signes des différents échanges thermiques pour une PAC.
2. Par application des principes de la thermodynamique au fluide caloporteur de la PAC pendant une durée infinitésimale dt , établir deux relations entre les puissances échangées et les températures des sources.
3. Établir une relation supplémentaire en appliquant le premier principe à l'intérieur de la maison, de capacité thermique totale C , incluant l'air, les murs, le mobilier, etc.

4. En déduire que la température T_c de la source chaude vérifie la relation :

$$\left(1 - \frac{T_f}{T_c} \frac{dT_c}{dt}\right) = \frac{P_m}{C}$$

5. En déduire la durée de chauffage τ nécessaire pour que la température intérieure s'élève de 5°C .

Données : $C = 5000 \text{ kJ.K}^{-1}$, $P_m = 250 \text{ W}$, $T_{\text{ext}} = 283 \text{ K}$, température initiale de la pièce $T_i = T_{\text{ext}}$.

2.3 Transformation polytropique•

Soit n moles d'un gaz parfait évoluant réversiblement selon une transformation *polytropique* vérifiant : $PV^k = \text{cte}$ avec $k > 0$.

1. Montrer que la quantité de chaleur infinitésimale échangé par le système avec l'extérieur au cours d'une transformation élémentaire peut se mettre sous la forme :

$$\delta Q = nC dT \text{ avec } C = R \left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k - 1} \right)$$

Calculer alors la variation d'entropie du gaz en fonction de n, R, k, γ, T_0 et T_1 .

2. Dans chacun des cas suivants, indiquer quelle est l'évolution particulière observée et évaluer C : $k = 0, k = 1, k = \gamma$ et $k \rightarrow \infty$.

2.4 Moteur thermique•

Un moteur thermique réversible fonctionne entre deux sources de même capacité thermique $C = 400 \text{ kJ.K}^{-1}$, dont les températures T_c et T_f ($T_c > T_f$) ne sont pas maintenues constantes. Les températures initiales des sources sont respectivement $T_1 = 373 \text{ K}$ et $T_2 = 285 \text{ K}$.

- Quelle est la relation entre T_1, T_2, T_c et T_f ?
- Calculer la température commune T_0 des deux sources quand le moteur s'arrête de fonctionner.
- Calculer le travail total W_F fourni par la machine jusqu'à son arrêt.
- Calculer le rendement η du moteur.
- Calculer le rendement η_0 que l'on aurait obtenu si l'on avait maintenu constantes les températures initiales des deux sources.

3. Systèmes en écoulement

3.1 Tuyère de fusée

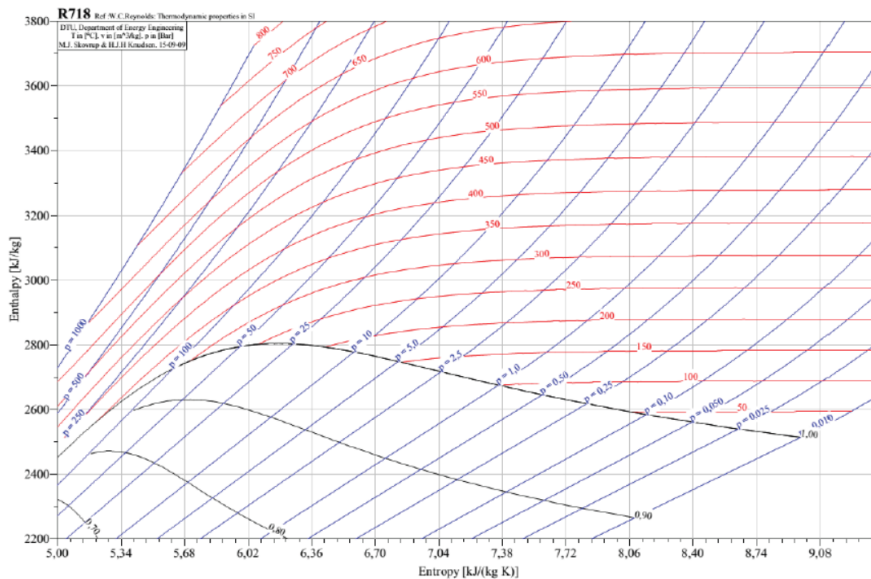
Dans une tuyère, le gaz subit une détente spontanée dans une conduite de forme bien choisie. Au cours de cette évolution, l'énergie cinétique du fluide s'accroît fortement, on néglige donc l'énergie cinétique d'entrée. La variation d'énergie potentielle de pesanteur est négligeable. Les parois de la tuyère sont fixes et l'évolution est suffisamment rapide pour être adiabatique.



- Déterminer l'expression de la vitesse de sortie de la tuyère en fonction des enthalpies massiques d'entrée et de sortie.
- La forme de la tuyère est adaptée pour minimiser les frottements et se rapprocher d'une transformation réversible. Déterminer dans ce cas la température et la vitesse de sortie d'un gaz parfait diatomique de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ sachant qu'à l'entrée, on a $P_e = 1,5 \text{ bar}$ et $T_e = 900 \text{ K}$, et en sortie : $P_s = 1 \text{ bar}$.

3.2 Compresseur avec un gaz réel

De la vapeur d'eau à $T_1 = 150^\circ\text{C}$, circulant dans un compresseur calorifugé, est comprimé de $P_1 = 1 \text{ bar}$ à $P_2 = 10 \text{ bar}$. On néglige toute variation d'énergie mécanique du fluide.



1. On suppose dans un premier temps que la vapeur d'eau est un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1.3$, et que la compression est réversible. Déterminer la température finale et le travail indiqué massique reçu lors de la compression.
2. On suppose toujours la compression réversible mais on tient compte du comportement réel de la vapeur d'eau, donné par le diagramme de Mollier (diagramme $P-h$) ci-après. Déterminer graphiquement la température finale et le travail indiqué massique. Commenter.
3. En pratique, on mesure une température de sortie $T_2 = 550^\circ \text{C}$ pour le compresseur réel. En déduire graphiquement la variation d'enthalpie massique et le travail indiqué massique. Commenter.

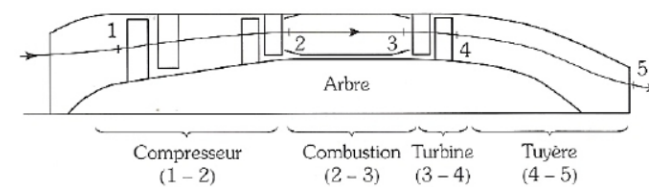
3.3 Turbo-réacteur

On étudie le fonctionnement de réacteurs en régime permanent. La fonction d'un turboréacteur est de transformer l'énergie thermique fournie à l'air lors d'une combustion en énergie cinétique. On suppose lors de tout le problème que :

- l'air est un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ constante et de coefficient $\gamma = 1,4$;
- la variation d'énergie potentielle est négligeable ; l'énergie cinétique est négligeable sauf à la sortie de la tuyère ;
- le débit massique d'air vaut $\dot{D}_m = 1 \text{ kg.s}^{-1}$;

- le compresseur aspire l'air ambiant de pression $P_1 = 1 \text{ bar}$ et de température $T_1 = 288 \text{ K}$;
- les évolutions à l'intérieur du compresseur, de la turbine et de la tuyère sont adiabatiques réversibles ;
- les évolutions dans les chambres de combustion sont isobares.

Le schéma de principe d'un turboréacteur mono-flux, mono-corps est donné ci-dessous.

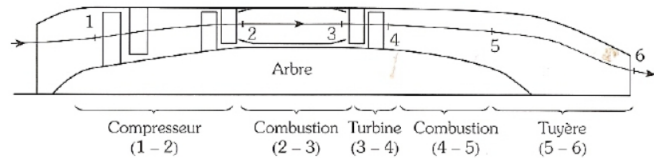


Le compresseur aspire l'air ambiant. Après compression, l'air est chauffé dans la chambre de combustion jusqu'à la température $T_3 = 1250 \text{ K}$. Après détente partielle dans la turbine, l'air est envoyé dans la tuyère (qui ne comporte aucune partie mobile) où la détente s'effectue jusqu'à la pression ambiante $P_5 = 1 \text{ bar}$. Le compresseur est uniquement entraîné par la turbine, qui lui transmet intégralement la puissance mécanique que lui fournit l'écoulement. On donne le taux de compression du compresseur $P_2/P_1 = 6,15$.

1. Déterminer :
 - la température T_2 (sortie du compresseur) et le travail indiqué massique de compression w_{ic} ;
 - la température T_4 et la pression P_4 à la sortie de la turbine ;
 - la température T_5 et la vitesse de l'air c_5 à la sortie de la tuyère.
2. Déterminer la quantité de chaleur massique q_{23} fournie à l'air lors de la combustion.
3. Définir le rendement η de ce turboréacteur (en réfléchissant à l'utilité de celui-ci), et en calculer la valeur numérique.

Le schéma de principe d'un turboréacteur monoflux, mono-corps à post-combustion est donné ci-dessous. La situation est identique à la précédente, mais on insère une seconde chambre de combustion entre la turbine et la tuyère. Lors de cette combustion, l'air est à nouveau chauffé, jusqu'à la température $T_5 = 1930 \text{ K}$. La détente s'effectue ensuite dans la tuyère jusqu'à la pression ambiante $P_6 = 1 \text{ bar}$. Comme

précédemment, la turbine entraîne le compresseur, le taux de compression est identique $P_2/P_1 = 6,15$ et la température de fin de combustion aussi $T_3 = 1250 \text{ K}$.



4. Déterminer le nouveau rendement de ce turboréacteur et conclure.

3.4 Congélateur

Pour conserver les produits de la mer dans une chambre froide, un mareyeur (acheteur de poissons frais) utilise un congélateur qui fonctionne réversiblement avec de l'ammoniac.

La figure ci-dessous présente le cycle décrit; la courbe correspondante est représentée en coordonnées (T, S) : température du corps en fonction de l'entropie.

L'ammoniac est tantôt sous forme vapeur assimilée à un gaz parfait, tantôt sous forme liquide; la courbe de saturation est représentée en pointillés.

Le compresseur (C), alimenté électriquement, aspire la vapeur sèche d'ammoniac dans l'état (1) et l'amène à l'état (2).

La vapeur passe par un état (2') dans le condenseur qui l'amène ensuite jusqu'à l'état (3), liquide saturant, puis elle subit une détente isenthalpique et adiabatique à travers le détendeur (D) jusqu'à l'état (4).

A l'état (4), le liquide est partiellement liquéfié et on note x le titre massique en vapeur. Enfin, l'évaporateur ramène l'ammoniac à l'état de vapeur sèche.

Les transformations $2' \rightarrow 3$ et $4 \rightarrow 1$ sont isothermes et isobares. La transformation $2 \rightarrow 2'$ est isobare. Par ailleurs, aucun travail n'est échangé par le fluide au cours de ces transformations. On donne : $T_1 = 265 \text{ K}$, $T_3 = 300 \text{ K}$, $P_1 = 3 \text{ bar}$, $P_2 = 10 \text{ bars}$, $r = R/M = 489 \text{ SI}$ et $\gamma = 1,3$.

1. Préciser les différents domaines (liquide, vapeur, mélange liquide-vapeur) dans le diagramme (T, S) . Justifier.
2. D'après le diagramme (T, S) , comment peut-on qualifier la transformation $(1) \rightarrow (2)$? Exprimer puis calculer T_2 en fonction de T_1 , P_1 , P_2 et de γ .

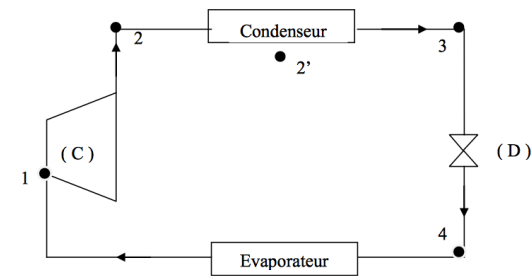


Figure 2

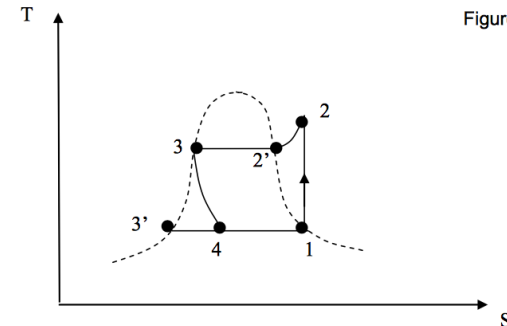


FIGURE 1. Haut : schéma du congélateur. Bas : tracé du cycle $1 \rightarrow 2 \rightarrow 2' \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ subi par le gaz dans un diagramme (T, S) .

3. On considère l'état (3'), état où l'ammoniac est sous forme de liquide saturant à la température T_1 . On donne la capacité thermique massique de l'ammoniac liquide saturant : $c_L = 5,5 \text{ kJ/kg/K}$ et sa chaleur latente de vaporisation à 265 K sous 3 bars : $\ell_v = 1,3 \text{ MJ/kg}$. En exprimant $\Delta h_{3 \rightarrow 4}$ suivant deux chemins différents, déterminer l'expression de x en fonction de T_1 , T_2 , c_L et ℓ_v . Application numérique.
4. Au cours de quelle(s) transformation(s) le système est-il en contact avec la source chaude? avec la source froide? Justifier.
5. Exprimer et calculer le transfert thermique massique q échangé avec le milieu extérieur au niveau de l'évaporateur.
6. A partir du premier principe pour les systèmes ouverts, exprimer le travail massique w_C reçu par le fluide du compresseur.
7. de la même façon, exprimer le travail massique w_D échangé par le fluide dans le détendeur.
8. Exprimer l'efficacité de la machine en fonction de T_1 et T_3 si toutes les trans-

formations étaient réversibles. Faire l'application numérique.

4. Résolution de problème

Estimer la température atteinte par les plaquettes de frein d'une voiture qui, roulant à environ 130 km.h^{-1} , doit s'arrêter rapidement. Une réponse numérique est attendue, ce qui implique que vous proposiez des valeurs numériques réalistes tirées de vos connaissances et/ou des documents joints.

Question bonus : Pourquoi les freins à disques sont-ils différents à l'avant et à l'arrière d'un véhicule ?

Voici quelques documents issus d'une rapide recherche sur Internet qui pourront vous aider à répondre au problème posé.

4.1 Frein à disque

Le frein à disque est un système de freinage performant pour les véhicules munis de roues en contact avec le sol : automobile, avion, train, vélo tout terrain, etc. et pour diverses machines réclamant des freins performants et durants. Ce système transforme l'énergie cinétique du véhicule en chaleur.



Le frein à disque est un système utilisant un disque, fixé sur le moyeu de la roue, et des plaquettes, venant frotter de chaque côté du disque. Les plaquettes sont maintenues dans un étrier (frein fixe) ou une chape (frein coulissant), fixés au véhicule. Un ou plusieurs mécanismes poussent sur les plaquettes, en général un ou plusieurs pistons soumis à une pression hydraulique (véhicules de tourisme, commerciaux, poids lourds) ou à un mécanisme lui-même actionné par un actionneur pneumatique (frein de semi-remorque). L'effort ainsi généré provoque le serrage puis le frottement des plaquettes sur le disque. La force de frottement entre les plaquettes et le disque crée le couple de freinage mais aussi de la chaleur, qui doit être évacuée le plus rapidement possible pour éviter une déformation (voire une destruction) du

disque. Les disques sont fabriqués dans différents matériaux et, pour les véhicules légers, ont une masse d'environ 3 à 5 kg :

- Acier inoxydable : Assez cher, et n'offrant pas une friction idéale.
- Fonte : Bien que ce matériau rouille facilement et soit assez lourd, il est très économique et jouit d'une bonne efficacité à l'emploi. C'est de loin le matériau le plus utilisé.
- Carbone : Ce matériau extrêmement léger et durant coûte très cher et ne fonctionne bien qu'à hautes températures. Il est par conséquent réservé à l'emploi par des véhicules de compétition ou les avions.
- Céramique : Comme le carbone, ce matériau extrêmement léger et durant coûte cher, mais, à l'inverse de ce dernier, est également efficace à basses températures. Il est également totalement insensible à l'humidité et n'oxyde donc pas. En raison de son prix, il est actuellement essentiellement réservé aux véhicules haut de gamme.



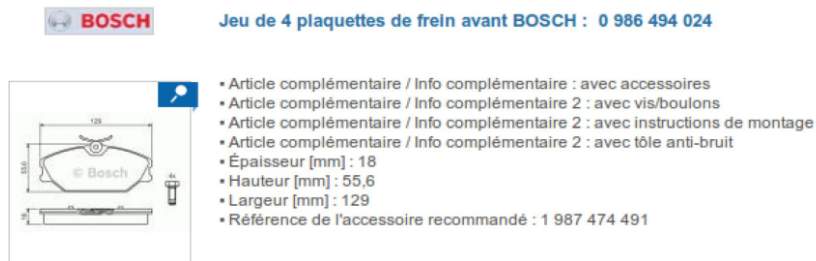
Doc 1 – Fiche produit d'un disque de frein avant pour Clio



Doc 2 – Fiche produit d'un disque de frein arrière pour Clio

4.2 Plaquettes de freins

Les plaquettes de frein sont des pièces cruciales pour votre sécurité. Lorsque vous freinez, les plaquettes entrent en contact direct avec le disque de frein via l'étrier. Elles créent des frictions sur le disque en le pinçant, évitent leur rotation, bloquent les roues, et entraînent le ralentissement ou l'arrêt total du véhicule. Les plaquettes comportent une garniture et un support métallique. La plupart des voitures nécessitent 2 plaquettes par disque de frein, soit un total de 8 plaquettes (4 à l'avant et 4 à l'arrière). Certains modèles possèdent un plus grand nombre de plaquettes. Leur forme et leur taille peuvent varier selon la marque.



Doc 3 – Fiche produit d'une plaquette de frein avant pour Clio

matériau	ρ (10^3 kg.m^{-3})	λ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	c_p ($\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$)
fer	7,86	81	0,452
fonte	7,8	42–50	0,54
acier	7,85	45–55	0,452
carbone	1,35	0,26	1,26

Doc 4 – Quelques données sur différents matériaux