

DEVOIR LIBRE n°2 :

Etude d'une machine frigorifique

PSI 2022/2023

Semaine du 3 au 7 Octobre

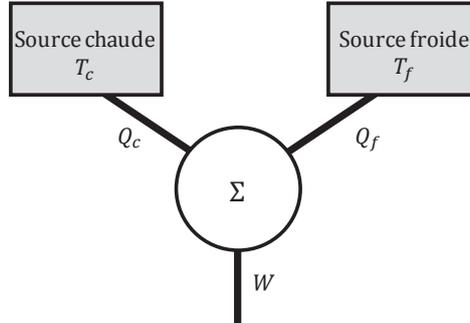
Réfrigérateur domestique

Les applications numériques seront réalisées avec deux chiffres significatifs

A. Modélisation d'une machine réfrigérante ditherme

Poids approximatif dans le barème 8%

On représente schématiquement une machine ditherme comme ci-après.



On note :

- Σ : le fluide thermodynamique « caloporteur » ou « frigorigène »
- Q_c : le transfert thermique échangé par Σ avec la source chaude (température T_c) au cours d'un cycle
- Q_f : le transfert thermique échangé par Σ avec la source froide (température T_f) au cours d'un cycle
- W : le travail échangé par Σ avec l'extérieur au cours d'un cycle

Ces grandeurs sont algébriques et leur signe est positif lorsque le système thermodynamique Σ les reçoit effectivement.

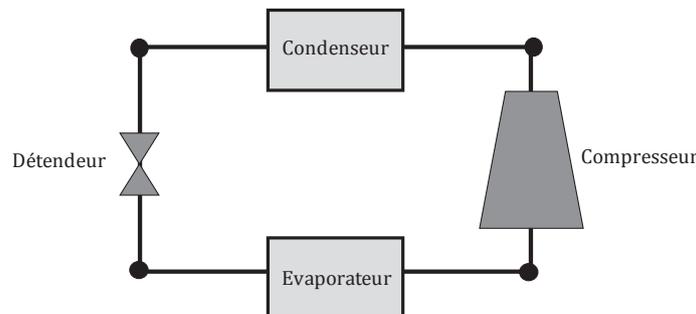
1. Indiquer le signe de Q_c , Q_f et W lorsque la machine fonctionne en réfrigérateur. Justifier.
2. Définir l'efficacité e_f (auss appelé coefficient de performance) d'une telle machine et montrer qu'elle est majorée par une efficacité maximale e_f^{max} dont on établira l'expression en fonction de T_c et T_f .

B. Étude d'un cycle réfrigérant à compression de vapeur

Poids approximatif dans le barème 40%

Nous nous proposons d'étudier un cycle à compression de vapeur utilisé dans un réfrigérateur. La source chaude est la cuisine, de température T_c , la source froide est {l'armoire du réfrigérateur et son contenu} de température homogène T_f .

Un fluide frigorigène décrit le cycle schématisé ci-dessous.



Il y subit les transformations suivantes :

- De l'état 4 à l'état 1 : évaporation à $T_{evap} = 0^\circ\text{C}$ puis surchauffe isobare jusqu'à 10°C .
- De l'état 1 à l'état 2 : compression adiabatique dans le compresseur.
- De l'état 2 à l'état 3 : refroidissement isobare, liquéfaction isobare à $T_{cond} = 40^\circ\text{C}$ puis sous-refroidissement du liquide jusqu'à 30°C
- De l'état 3 à l'état 4 : détente isenthalpique du fluide.

On note h_i , s_i et v_i respectivement l'enthalpie, l'entropie et le volume massiques du fluide dans l'état i .

On note P_i et T_i respectivement la pression et la température du fluide dans l'état i .

Entre les états i et j , on note :

- $\Delta_{ij}h$ la variation d'enthalpie massique du fluide, (les notations utilisées pour d'autres variations de grandeurs d'état s'en déduisent)
- q_{ij} le transfert thermique massique reçu par le fluide
- w_{ij} le travail massique utile (ou indiqué) reçu par le fluide.

- Annoter la **figure 1** du document annexe à rendre en plaçant les différents points correspondant aux états 1 à 4. Positionner la source chaude et la source froide. Indiquer par une flèche le sens du transfert thermique entre les sources et le fluide dans l'évaporateur et dans le condenseur.

Cycle avec compression réversible

Dans un premier temps on suppose que la **compression est adiabatique et réversible**. Elle conduit alors le fluide de l'état 1 à un état noté 2s.

- Placer les points correspondant aux états 1, 2s, 3 et 4 dans les diagrammes $P(h)$ et $T(s)$ du fluide R134a en annexe (**figures 2a et 2b**).
(Remarque : le point 2' déjà placé sur le diagramme sert à la partie C, ne pas s'en préoccuper ici)
- Remplir les colonnes représentant les états 1, 2s, 3 et 4 du tableau 3 du document annexe à rendre.
- Justifier que l'on ait choisi $T_{evap} \leq T_f$ et $T_{cond} \geq T_c$.
- Quelle hypothèse concernant le fluide sous-tend la modélisation des transformations $4 \rightarrow 1$ et $2s \rightarrow 3$ comme des isobares ?
- En analysant les abaques de la **figure 2a** ou de la **figure 2b**, indiquer si la vapeur sèche de R134a peut être assimilée à un gaz parfait entre les états 1 et 2s. Justifier.

Cycle avec compression non réversible

La compression n'est en réalité pas réversible. Le compresseur est caractérisé par son rendement isentropique défini par :

$$\eta = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Le rendement isentropique du compresseur est de 75%.

Le cycle étudié est désormais $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$

- Déduire des valeurs de h_1 et h_{2s} celle de $h_2 - h_1$ et placer le point correspondant à l'état 2 sur la **figure 2a**. Tracer le cycle sur la **figure 2a** en utilisant un stylo de couleur.
- Compléter la colonne 2 du tableau 3 du document annexe.
- Placer le point correspondant à l'état 2 sur le diagramme $T(s)$ (**figure 2b**). Tracer le cycle sur la **figure 2b** en utilisant un stylo de couleur.
- On observe graphiquement que $s_2 > s_{2s}$. Justifier physiquement.

Détermination de l'efficacité de la machine.

- Rappeler l'expression du premier principe de la thermodynamique lorsqu'il est appliqué à un système ouvert en régime stationnaire.
- Justifier que l'on puisse négliger les variations d'énergie potentielle de pesanteur devant les variations d'enthalpie dans un réfrigérateur domestique. (Un calcul d'ordre de grandeur est attendu).

On cherche à évaluer l'ordre de grandeur de l'énergie cinétique massique maximale au cours du cycle

- En supposant que le champ de vitesse est uniforme sur une section droite S d'une canalisation dans laquelle le fluide circule, exprimer le débit massique du fluide D en fonction de S , de la vitesse V et du volume massique v du fluide.
- En quel point du cycle le volume massique est-il maximal ? Justifier. On notera v^{max} sa valeur et on prendra $v^{max} \approx 7.10^{-2} m^3.kg^{-1}$.
- En supposant que S garde la même valeur approximativement égale à $1cm^2$ sur toute l'installation, déterminer la vitesse maximale du fluide au cours de l'écoulement. On prendra $D = 1.10^{-2} kg.s^{-1}$.
- Justifier alors qu'on puisse négliger les variations d'énergie cinétique massique du fluide au cours du cycle devant ses variations d'enthalpie massique.
- Montrer que l'on peut exprimer l'efficacité du réfrigérateur en fonction des enthalpies massiques de différents points du cycle $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$.
- Déterminer, à l'aide de données évaluées sur le graphique, l'efficacité du cycle réfrigérateur décrit par le fluide.
- Déterminer la puissance thermique \mathcal{P}_{th}^f extraite de la source froide et la puissance \mathcal{P} du compresseur.
- Pour quelle raison la vapeur est-elle surchauffée après son évaporation ?
- Quel est l'intérêt de sous refroidir le liquide après la liquéfaction ? Pourquoi ce sous-refroidissement n'est-il pas réalisé jusqu'à une température plus basse (20°C par exemple ?).

C. Association réfrigérateur–congélateur.

Poids approximatif dans le barème 10%

La plupart des réfrigérateurs domestiques sont associés à un congélateur. Pour réaliser ce dispositif on peut modifier le cycle à compression précédent (décrit dans la partie B) en faisant passer le fluide dans deux évaporateurs successifs.

Le cycle modifié est décrit ci-dessous. L'état 4 est celui décrit dans la partie B.

De l'état 4 à l'état 4' : vaporisation isobare partielle dans le premier évaporateur (étape 4→4') au contact de l'intérieur du réfrigérateur
De l'état 4' à l'état 4'' : détente isenthalpique jusqu'à -20°C
De l'état 4'' à l'état 1' : évaporation à -20°C dans le second évaporateur puis surchauffe isobare jusqu'à 0°C. Ces étapes se font au contact de l'intérieur du congélateur.
De l'état 1' à l'état 2' : compression
De l'état 2' à l'état 3 : refroidissement, liquéfaction et sous-refroidissement isobares.
De l'état 3 à l'état 4 : détente isenthalpique

On souhaite que la puissance thermique extraite au cours de l'étape 4→4' soit la même que celle extraite au cours de l'étape 4''→1'.

24. Sur le diagramme $P(h)$ du fluide R134a (*figure 2a*), placer le point correspondant à l'état 1' puis les points correspondant aux états 4' et 4'' en justifiant le positionnement de ces deux derniers.
25. Le point caractéristique de l'état 2' est déjà placé sur le diagramme. Représenter le cycle 3→4→4'→4''→1'→2'→3) avec une couleur différente de celles utilisées pour les cycles précédemment tracés).
26. Comment évolue la proportion de vapeur dans le fluide au cours de l'étape 4'→4'' ? Préciser en justifiant. Le calcul des proportions de vapeur n'est pas demandé, seule l'évolution doit être justifiée.
27. Que vaut l'efficacité globale de l'ensemble réfrigérateur-congélateur ?

D. Utilisation d'un réfrigérateur

Poids approximatif dans le barème 26%

On s'intéresse dans cette partie à l'évolution de la température à l'intérieur d'un réfrigérateur. Cette température est supposée uniforme à l'intérieur du réfrigérateur. Elle est susceptible de varier dans le temps et sera notée T .

La source chaude est la cuisine dans laquelle est installé le réfrigérateur. Sa température T_c est constante.

La capacité thermique isobare de l'intérieur du réfrigérateur est $C = 3.10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

Le rapport K entre l'efficacité réelle du réfrigérateur et son efficacité maximale sera supposé constant au cours du temps et pris égal à 0,25.

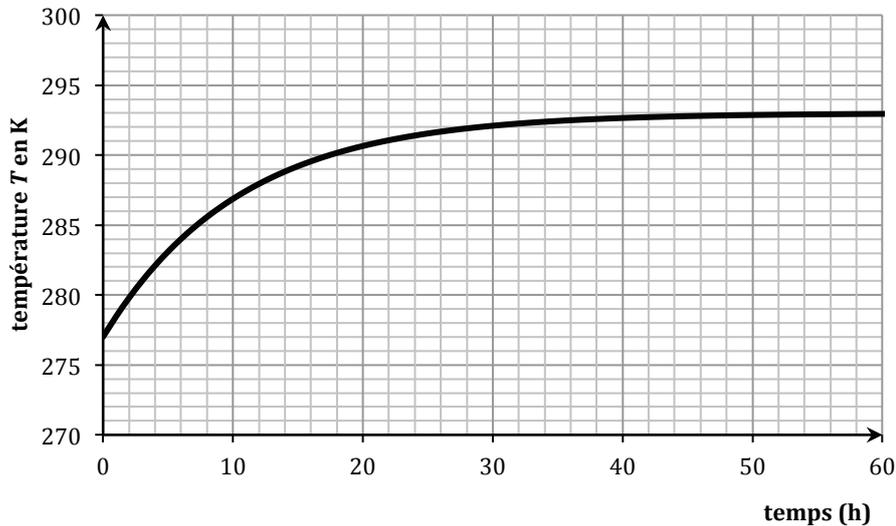
En revanche, l'efficacité maximale dépend du temps : son expression est celle obtenue à la question A.2 en remplaçant T_f par $T(t)$.

Évaluation des fuites thermiques

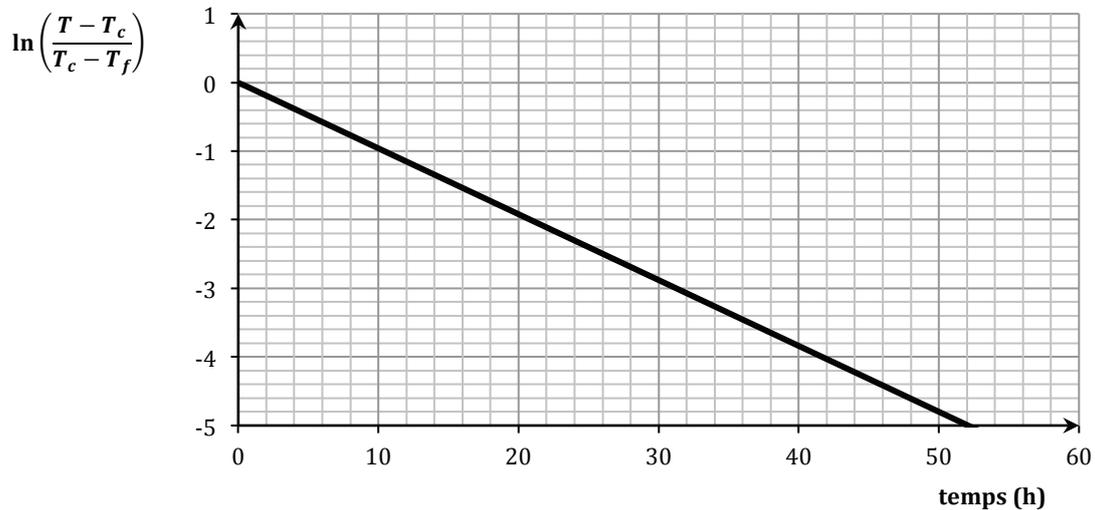
Pour évaluer les fuites thermiques du réfrigérateur, on le débranche à l'instant $t = 0$ alors que l'intérieur du réfrigérateur est à une température initiale T_f .

La puissance thermique reçue par l'intérieur du réfrigérateur à travers les parois du réfrigérateur est modélisée par : $P_{th} = \lambda \cdot (T_c - T)$ où λ est une constante.

28. Quel est le signe de λ ? Justifier.
29. Établir l'équation différentielle vérifiée par la température T .
30. En déduire l'expression de T en fonction du temps.
31. Ci-dessous figure le graphe représentatif de T en fonction du temps. En déduire la valeurs numériques de T_f et T_c en expliquant la démarche.



32. Ci-dessous figure le graphe représentatif de la grandeur $\ln\left(\frac{T-T_c}{T_f-T_c}\right)$ en fonction du temps t . Exploiter le graphique pour déterminer numériquement λ . Préciser l'unité retenue pour λ .



Fonctionnement en régime stationnaire

Lorsque le réfrigérateur est branché depuis longtemps, la température à l'intérieur du réfrigérateur est régulée à T_f .

33. Calculer l'efficacité du réfrigérateur.
34. Calculer la puissance P_{th} des fuites.
35. Calculer la puissance P_c nécessaire du compresseur pour compenser les fuites.

Mise en route du réfrigérateur

A $t = 0$, la température à l'intérieur du réfrigérateur est T_c . La puissance \mathcal{P}_c du compresseur est supposée constante.

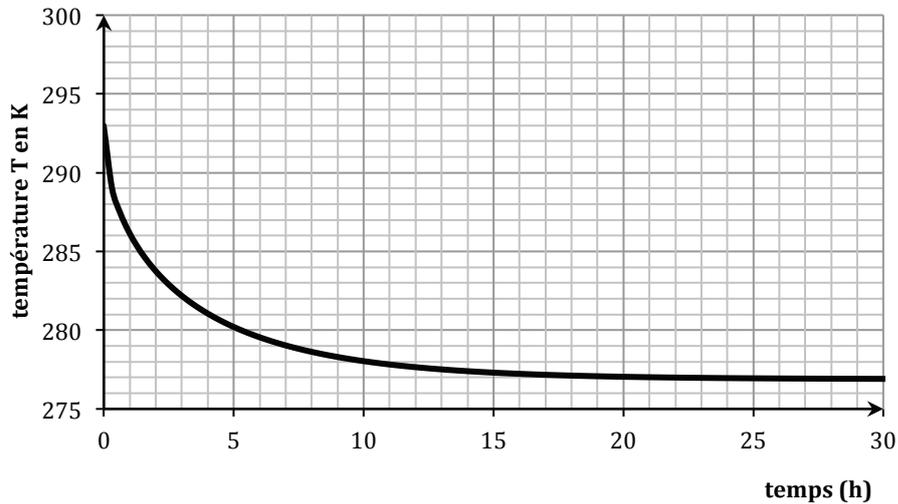
36. La température T de l'intérieur du réfrigérateur vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{AT}{T_c - T} + B(T_c - T)$$

Déterminer littéralement l'expression des constantes A et B .

37. Résoudre **littéralement** l'équation **en absence de fuites** pour en déduire, en fonction de A , B , T_c et T_f , la durée nécessaire t_f pour que l'intérieur du réfrigérateur atteigne la température T_f .
38. Avec la valeur de P_c calculée précédemment on trouve, en absence de fuite $t_f = 5h$.

Le graphe ci-dessous donne l'évolution de la température en fonction du temps en tenant compte des fuites. Commenter.



E. Comparaison de fluides frigorigènes

Poids approximatif dans le barème 16%

Pour aborder cette partie il est nécessaire d'avoir pris connaissance des documents 1 et 2 en annexe.

On souhaite comparer 3 fluides frigorigènes : R717 (ammoniac), R134a (tétrafluoroétane) et R600a (isobutane).

Pour ce faire on envisage de leur faire subir un cycle analogue à celui décrit par R134a dans la partie C que l'on simplifie avec un seul évaporateur à -20°C .

Les caractéristiques du cycle sont donc, pour les 3 fluides :

$T_{cond} = 40^{\circ}\text{C}$, $T_{evap} = -20^{\circ}\text{C}$, sous refroidissement de 10°C et surchauffe de 20°C , rendement isentropique du compresseur de 75%.

Le tableau ci-dessous rassemble plusieurs des données calculées pour chaque fluide au cours du cycle :

	R600a	R134a	R717 ammoniac
Efficacité (ou COP)	2,7	2,6	2,4
Température maximale au cours du cycle ($^{\circ}\text{C}$)	70	80	210
Volume massique à l'entrée du compresseur ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)	0,52	0,16	0,68
Volume massique à la sortie du compresseur ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)	0,083	0,025	0,148
Pression à l'entrée du compresseur (bar)	0,728	1,33	1,90
Pression en sortie du compresseur (bar)	5,36	10,2	15,5
Taux de compression	7,3	7,6	8,2
Production frigorifique volumique ($\text{kJ} \cdot \text{m}^{-3}$)	557	$1,0 \cdot 10^3$	$1,7 \cdot 10^3$

39. Expliquer pourquoi choisir $T_{evap} > T_{eb}$ garantit une surpression du fluide dans la machine par rapport à l'air extérieur.
40. Exprimer littéralement la relation entre la production frigorifique volumique, l'enthalpie massique de certains points du cycle et une donnée figurant dans le tableau.

Les fluides frigorigènes les plus répandus dans les réfrigérateurs domestiques sont le R600a et le R134a.

41. Pourquoi les préfère-t-on à l'ammoniac R717 ? (Donner 3 arguments).
42. En Europe le R600a est très majoritairement utilisé alors qu'aux États-Unis le R134a est préféré. Proposer une explication à cette différence.

Fin de l'énoncé.

Académie : _____ Session : _____ Modèle EN
 Examen ou Concours : _____ Série* : _____
 Spécialité/option : _____ Repère de l'épreuve : _____
 Épreuve/sous-épreuve : _____
 NOM : _____ N° du candidat _____
(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)
 Prénoms : _____
 Né(e) le _____
(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)

DANS CE CADRE
 NE RIEN ÉCRIRE

101

ANNEXES à RENDRE avec la COPIE

Figure 1

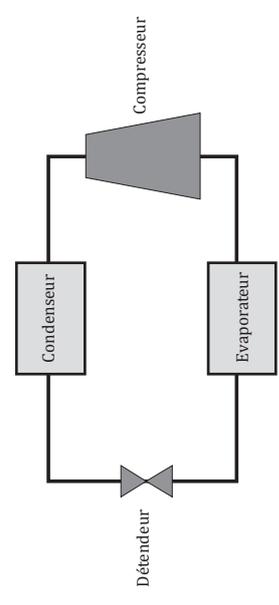


Tableau 3

point	1	2s	2	3	4	1'	2'
$P(\text{bar})$							10
$T(^{\circ}\text{C})$							80
État du fluide							Vapeur sèche
$h(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$							465

Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance.

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE

9

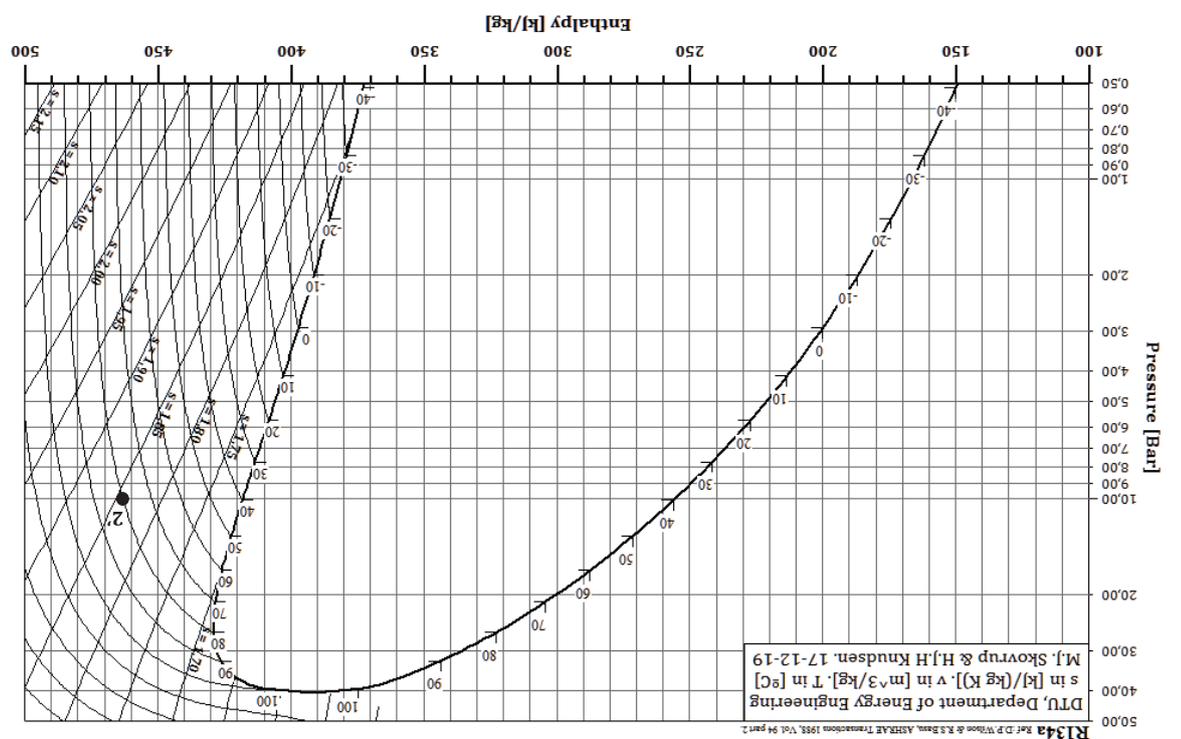
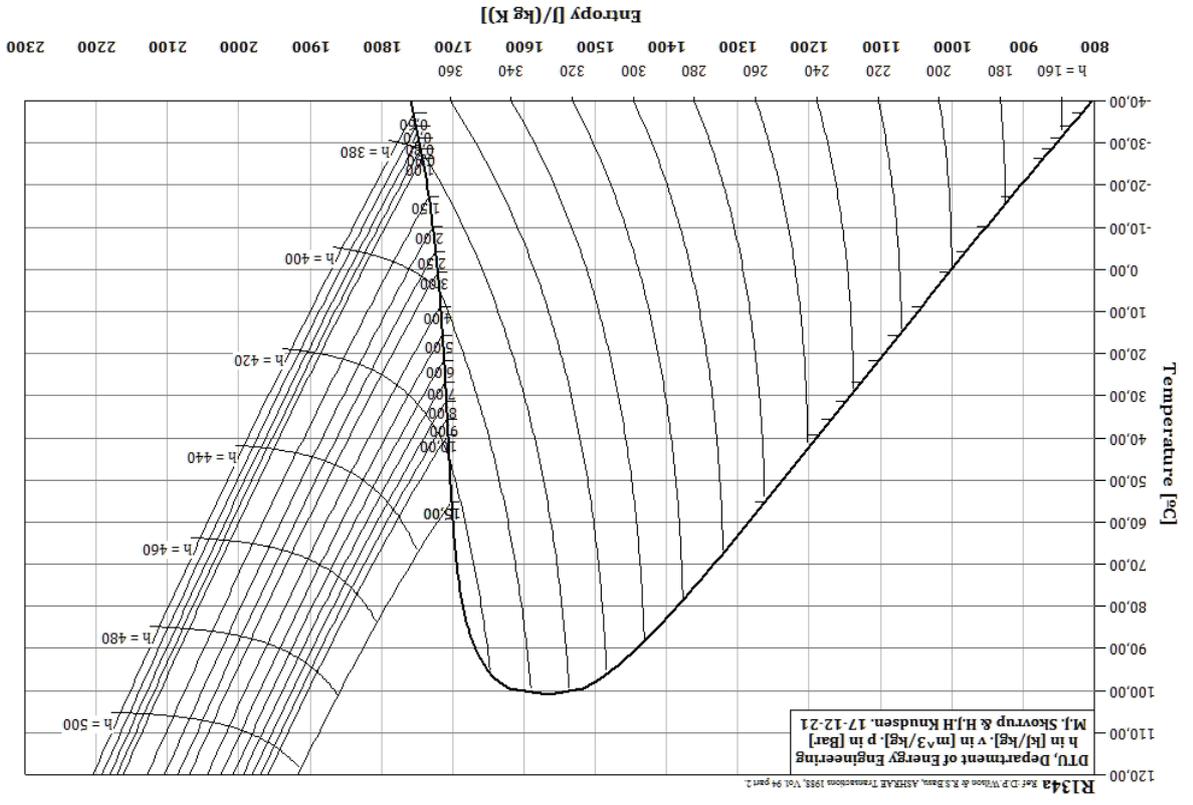


Figure 2a : La figure complète doit montrer 3 couleurs : une pour le cycle 1, 2s, 3, 4 ; une pour la portion 1, 2 ; une pour le cycle 3, 4, 4', 4'', 1', 2'

Figure 2b



10

DANS CE CADRE

NE RIEN ÉCRIRE