

Correction DS n°1

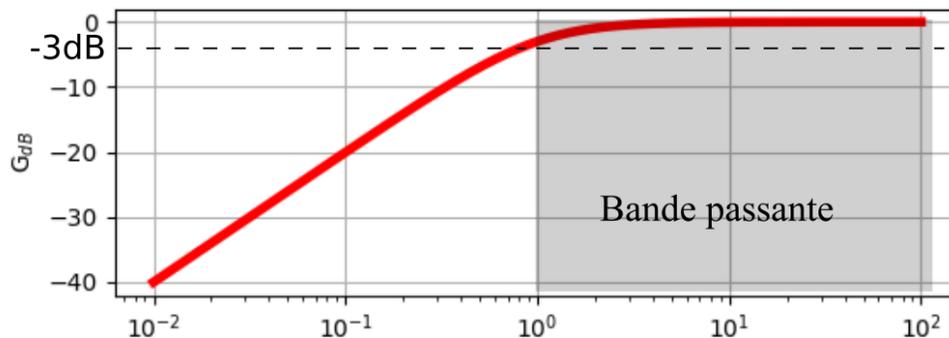
PSI 2022/2023

I Accorder de guitare

- Q 1. Le signal oscille entre 0 et 20 mV. La valeur moyenne est de l'ordre de 10 mV.
 Q 2. La période du signal est de l'ordre de 3,1 ms. La fréquence vaut donc à peu près 320 Hz.
 Q 3. Il s'agit du Mi aigu mais la corde semble légèrement désaccordée.
 Q 4. Le signal n'étant pas sinusoïdal, le spectre contiendra des harmoniques aux multiples entiers de 320 Hz.
 Q 5. La fonction de transfert s'écrit :

$$\underline{H} = \frac{jR_1C_1\omega}{1 + jR_1C_1\omega}$$

On introduit la pulsation de coupure à 3 dB $\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}$. A cette pulsation, l'amplitude du signal est divisée par $\sqrt{2}$.



Q 6.

- Q 7. La fréquence de coupure à -3 dB vaut $f_1 = \frac{1}{2\pi R_1C_1} \approx 15,9\text{Hz}$. Il s'agit donc de supprimer la composante continue du signal.

Q 8. Il s'agit d'un filtre passe-haut du premier ordre de gain statique 1 et de pulsation de coupure ω_1 .

Q 9. Un pont diviseur de tension aux bornes de \underline{Z} donne : $\underline{v}_- = \frac{\underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}'}$ s. Par ailleurs, $v_- = v_+ = e$. On

en déduit $\underline{H} = \frac{\underline{Z} + \underline{Z}'}{\underline{Z}}$.

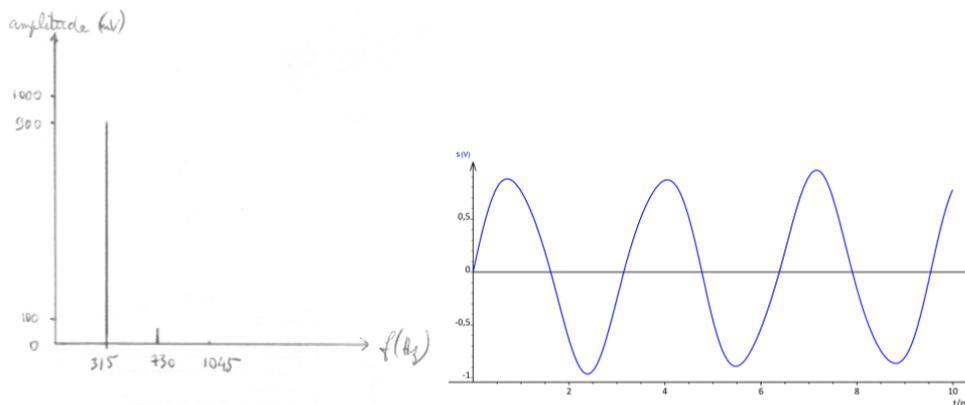
Q 10. Dans le cas où on a des résistances, on obtient un montage amplificateur non inverseur.

Q 11. On a $\underline{Z}_{\text{eq}} = \frac{R_2}{1 + jR_2C_2\omega}$.

Q 12. On en déduit :

$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}_{\text{eq}} + R_3}{R_3} = 1 + \frac{\frac{R_2}{R_3}}{1 + jR_2C_2\omega}$$

- Q 13.** On obtient bien l'expression demandée avec : $G_0 = \frac{R_2}{R_3}$ et $\omega_2 = \frac{1}{R_2 C_2}$.
- Q 14.** $|H_2| \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_3}$ à basse fréquence. $|H_2| \rightarrow 0$ à haute fréquence.
- Q 15.** On a $f_2 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2} \approx 500\text{Hz}$ et $G_0 \approx 113$. Concrètement, cela signifie que la fondamentale du signal va être fortement amplifiée tandis que les autres harmoniques le seront moins.
- Q 16.** Il s'agit d'un filtre passe-bande du second ordre (pente de +20 dB/dec et -20 dB/dec à basse et à haute fréquence). Sa fréquence centrale se situe à 330 Hz.
- Q 17.** La bande passante à -3 dB désigne l'intervalle de fréquence pour lequel le gain en décibel est supérieur au gain maximum - 3dB. On lit sur le graphique que cette bande est à peu près située entre 320 Hz et 337 Hz.
- Q 18.** A 315 Hz, on lit $G_{\text{dB}} = -6\text{dB}$. L'amplitude du signal sera donc multiplié par $10^{-\frac{6}{20}} \approx 0,5$. L'amplitude du signal est divisé par 2.
- Q 19.** Le spectre présente :
 — un pic à $f = 0$ de hauteur 10 mV,
 — une fondamentale située entre 300 et 400 Hz,
 — des harmoniques.
 Tout cela est bien cohérent avec l'enregistrement temporel du signal.
- Q 20.** Le premier filtre est un passe-haut coupant complètement la valeur moyenne du signal. Les autres harmoniques ne sont pas modifiées. Il s'agit donc de la figure (a).
- Q 21.** À 315 Hz, le filtre B amplifie environ 100 fois le fondamental, un peu moins l'harmonique de rang 2 et quasiment pas les autres harmoniques. On peut donc s'attendre à un signal avec un fondamental d'amplitude environ égale à 1800 mV, ce qui correspond au spectre (d).
- Q 22.** Le spectre du signal en sortie de (F_c) comprendra un fondamental à peu près divisé par 2 (gain à -6 dB) soit environ 900 mV, un harmonique de rang 2 très faible (un calcul montre qu'on obtient environ 63 mV) et des autres harmoniques quasi-absents. Le signal temporel sera quasi-sinusoidal, d'amplitude 900 mV, et de fréquence 315 Hz.



- Q 23.** La rétroaction sur la borne + assure un fonctionnement en régime saturé. On a alors :

$$\begin{cases} \varepsilon > 0 & \Leftrightarrow u_s = U_{\text{sat}} \\ \varepsilon < 0 & \Leftrightarrow u_s = -U_{\text{sat}} \end{cases}$$

- Q 24.** Le pont diviseur de tension donne :

$$v_+ = \frac{R_4}{R_4 + R_5} u_s$$

On en déduit $\varepsilon = \frac{R_4}{R_4 + R_5} u_s - u_3$.

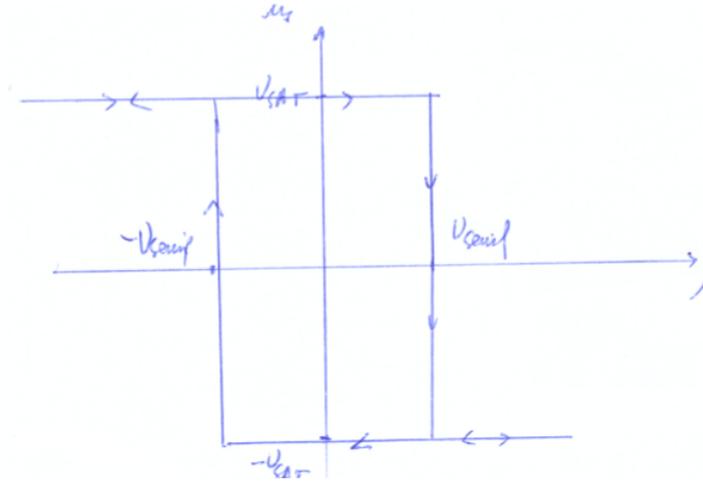
Q 25. ε augmente quand u_3 diminue et inversement.

Q 26. On a $u_s = +U_{\text{sat}}$. Ceci reste valable jusqu'à ce que $\varepsilon = 0$, c'est à dire : $u_3 = U_{\text{seuil}} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} U_{\text{sat}}$.

Après basculement, $u_s = -U_{\text{sat}}$ et $\varepsilon = -2U_{\text{seuil}} < 0$.

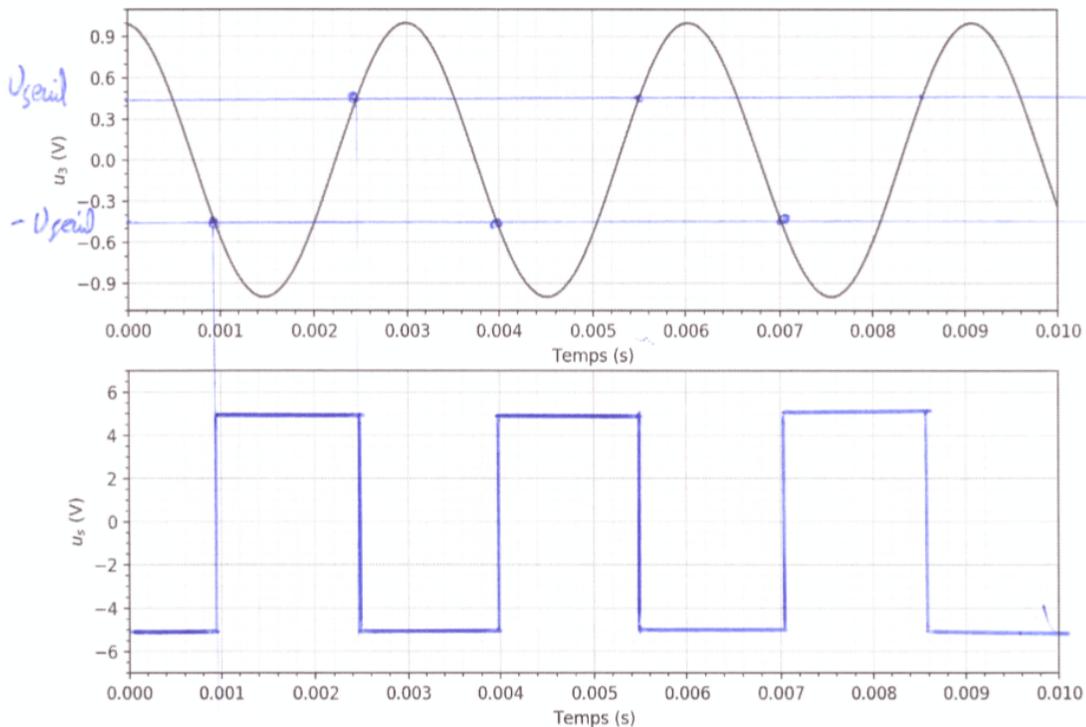
Q 27. On part de $\varepsilon < 0$. Si u_3 diminue, ε augmente jusqu'à ce que $\varepsilon = 0$. On a alors $u_3 = -U_{\text{seuil}}$. Après basculement, $u_s = U_{\text{sat}}$ et $\varepsilon = 2U_{\text{seuil}} > 0$.

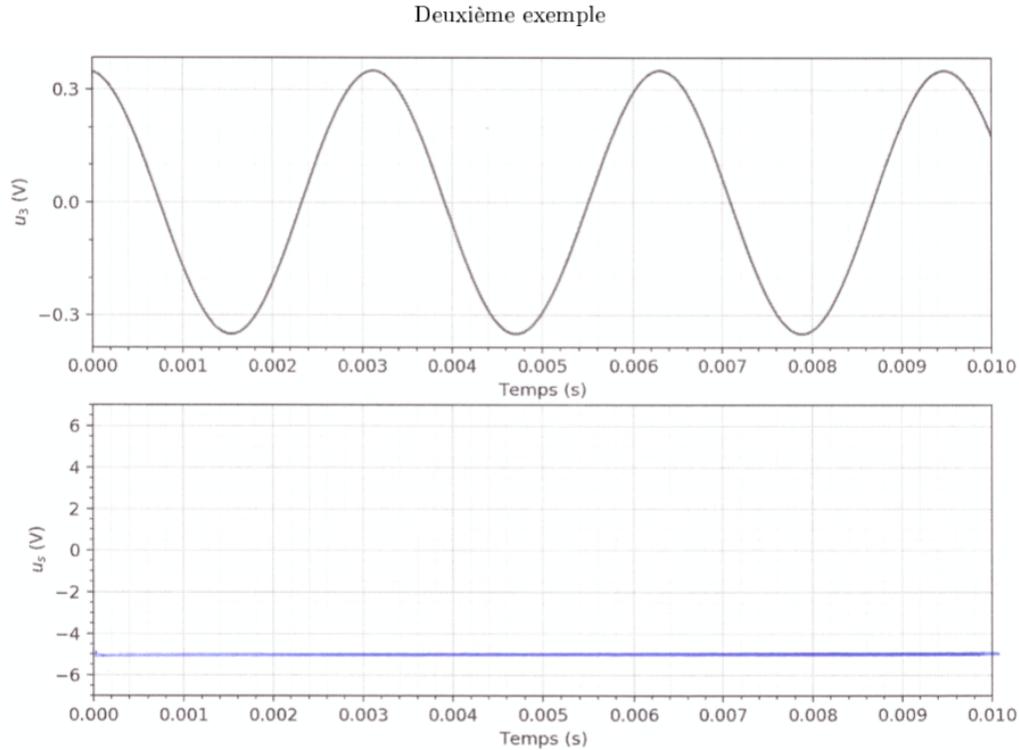
Q 28. Le cycle d'hystérésis ressemble à :



Q 29. La valeur de la tension seuil vaut $U_{\text{seuil}} = 0,45\text{V}$. Les courbes obtenues en sortie du comparateur sont les suivantes :

Premier exemple :





Remarque : dans le dernier cas, la tension u_3 est trop faible pour faire basculer le comparateur. La tension de sortie reste donc bloquée à $-5V$ ou à $+5V$.

- Q 30.** Si la guitare est trop désaccordée, le filtre passe-bande (F_c) risque de trop atténuer l'amplitude de la fondamentale car celle-ci sera trop loin de la bande-passante du filtre. On se retrouvera dans le cas du deuxième exemple ci-dessus. Le signal de sortie ne sera pas exploitable.

II Communications radio - Modulation de fréquence

II.1. Il y a une rétroaction sur la borne -.

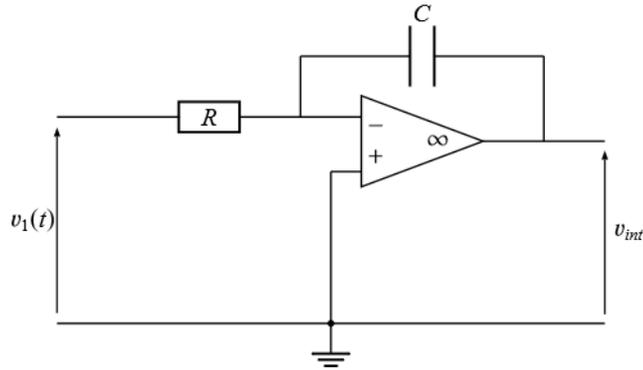
II.2. On peut bien sûr utiliser le théorème de Millman. Sans utiliser le théorème de Millman, on peut utiliser un pont diviseur de tension sur la borne + qui donne : $V_+ = \frac{R_4}{R_3+R_4}V_d$. Par ailleurs, la tension u_2 aux bornes de R_2 donne : $u_2 = V_- - V_s = \frac{R_2}{R_2+R_1}(V_m - V_s)$. On en déduit :

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4}V_d - V_s = \frac{R_2}{R_2 + R_1}(V_m - V_s) \Rightarrow V_s = \frac{\frac{R_4}{R_3+R_4}V_d - \frac{R_2}{R_2+R_1}V_m}{1 - \frac{R_2}{R_2+R_1}}$$

$$\Rightarrow V_s = \frac{R_4(R_1 + R_2)}{R_1(R_3 + R_4)}V_d - \frac{R_2}{R_1}V_m$$

En prenant $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4$, on obtient bien le résultat demandé.

II.3. Le schéma de l'intégrateur est :



On a
$$\boxed{\frac{dV_{\text{int}}}{dt}(t) = -\frac{V_1(t)}{RC}}$$

II.4.

$$\begin{aligned} V_s(t) &= V_d(t) - V_m(t) = V_{2m} \cos(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}) - kV_{\text{int}}(t)V_2(t) \\ &= V_{2m} \left(\sin(\omega_2 t) + \frac{k}{RC\omega_1} V_{1m} \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \right) \end{aligned}$$

On a une expression de la forme $A \cos(\omega_2 t) + B \sin(\omega_2 t)$ avec $A = \frac{k}{RC\omega_1} V_{1m} \sin(\omega_1 t)$ et $B = 1$. On peut transformer cette expression en $C \sin(\omega_2 t + \varphi)$ avec $A = C \sin \varphi$ et $B = C \cos \varphi$, soit $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ et $\tan \varphi = \frac{A}{B}$. On en déduit l'expression obtenue :

$$\boxed{\epsilon(t) = \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1}, \quad \tan \varphi(t) = \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t)}$$

II.5. On effectue un développement limité à l'ordre 0 en ϵ et on fait l'approximation $\tan \varphi \approx \varphi$. On en déduit :

$$V_s(t) \approx V_{2m} \sin \left(\omega_2 t + \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1} \sin(\omega_1 t) \right)$$

soit
$$\boxed{m = \frac{kV_{1m}}{RC\omega_1}}$$

II.6. En utilisant l'expression précédente, on obtient :

$$\Omega = \omega_2 + \frac{kV_{1m}}{RC} \cos(\omega_1 t) \Rightarrow \boxed{\Omega = \omega_2 + \frac{k}{RC} V_1(t)}$$

La fréquence du signal émis dépend bien du signal informatif $V_1(t)$, d'où le nom de modulation de fréquence !

III Problème de modélisation

III.1. Si $V_{in} = 0$, on a alors $V_{GS} = V_{in} = 0 < V_{tn}$: le transistor est dans son état bloqué donc $I_{DS} = 0$ et la tension aux bornes de la résistance est nulle.

Ainsi,
$$\boxed{V_{out} = V_{DD} - RI_{DS} = V_{DD}}$$

III.2. Le principe d'un inverseur logique est de fournir une tension de sortie à l'état bas (en général nulle) lorsque l'entrée est à l'état haut (non nulle) et inversement.

On remarque sur les courbes de la figure 7 que, lorsque $R = 10 \text{ M}\Omega$, on a le comportement suivant :

- lorsque $V_{in} < 1 \text{ V}$: $V_{out} = V_{DD}$;
- lorsque $V_{in} > 1 \text{ V}$: $V_{out} = 0$.

Cela correspond bien à la réponse attendue pour un inverseur, sauf qu'il y a une tension de seuil non nulle pour laquelle la sortie passe de l'état haut à l'état bas.

Pour les autres valeurs de résistances, le passage de l'état haut à l'état bas est beaucoup plus progressif et le système ne se comporte donc pas comme un inverseur logique.

Ce circuit constitue un inverseur logique pour $R = 10 \text{ M}\Omega$.

III.3. Dans l'état bas, $I_{DS} = \frac{V_{DD} - V_{out}}{R} = \frac{V_{DD}}{R}$ car $V_{out} = 0$ donc

$$p_c = I_{DS}V_{DD} = \frac{V_{DD}^2}{R}$$

L'application numérique donne : $p_c = 2,5 \mu\text{W}$

Cette puissance est faible pour un transistor mais si on suppose que le processeur comporte environ un milliard de transistors, on obtient une puissance consommée de l'ordre de quelques kW, ce qui est très important.

III.4. Traitons les deux cas :

- Cas où $V_{in} = 0$

On a vu précédemment que cela impliquait que le transistor NMOS était bloqué. Ainsi, $I_{DS_n} = 0$.

Or, $I_{DS_p} = -I_{DS_n} = 0$.

De plus, $V_{GS_p} = V_{in} - V_{DD} = -V_{DD} < V_{t_p}$ donc le transistor PMOS est passant.

On remarque sur la figure 5 que, lorsque $I_{DS_p} = 0$, alors $V_{DS_p} = 0$.

Finalement, on obtient $V_{out} = V_{DD} + V_{DS_p} = V_{DD}$ lorsque $V_{in} = 0$.

- Cas où $V_{in} = V_{DD}$

$V_{GS_p} = V_{in} - V_{DD} = 0 > V_{t_p}$ donc le transistor PMOS est bloqué d'où $I_{DS_n} = -I_{DS_p} = 0$.

$V_{in} = V_{GS_n} > V_{t_n}$ donc le transistor NMOS est passant.

On remarque sur la figure 4 que, lorsque $I_{DS_n} = 0$, alors $V_{DS_n} = 0$.

Finalement, on obtient $V_{out} = V_{DS_n} = 0$ lorsque $V_{in} = V_{DD}$.

Le système se comporte bien comme un inverseur logique.

- III.5.** Que ce soit dans l'état haut ou dans l'état bas, le courant qui traverse les canaux des transistors est nul. Ainsi, la puissance consommée pour maintenir un état donné est nulle.
- III.6.** En réalité, le courant traversant un transistor n'est pas tout à fait nul quand celui-ci est bloqué. Cela peut expliquer la puissance consommée par le composant réel.

IV Réaction de saponification

- IV.1.** $v = k [E]^a [OH^-]^b$
- IV.2.** Les deux réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques. A tout instant, on a donc $[E] = [HO^-]$. La loi de vitesse peut alors s'écrire sous la forme : $v = k[E]^{a+b}$. Dans ces conditions, nous allons déterminer l'ordre global de la réaction.
- IV.3.** $v = -\frac{d[E]}{dt}$. La vitesse de la réaction peut être obtenue à différentes dates par calculs numériques des dérivées à l'aide d'un tableur. Elle peut également être déterminée par tracé de tangentes à la courbe $[E] = f(t)$ à différentes dates ; la vitesse est alors égale à l'opposé de la pente de la tangente.
- IV.4.** La linéarisation de la loi de vitesse à l'aide du logarithme donne : $\ln v = \ln k + (a+b) \ln [E]$. Le graphe proposé est la représentation de la fonction $\ln v = f(\ln [E])$. Il s'agit d'une droite ce qui confirme que la réaction admet un ordre. La valeur de cet ordre est donnée par la pente soit $(a + b) = 2$ puisque l'énoncé précise que l'ordre est entier. La méthode utilisée ici est la méthode différentielle.
- IV.5.** La constante de vitesse est donnée par l'ordonnée à l'origine. soit $k = 14 \text{mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{min}^{-1}$. Le temps de demi-réaction pour un ordre 2 vérifie la relation : $t_{1/2} = \frac{1}{k[E]_0} = 7 \text{ min}$ (on pouvait vérifier la cohérence du résultat avec le tableau de valeurs donné).