

DS n°2

PSI 2021/2022

Durée 4 heures - Calculatrices **autorisées**

Niveau Mines-Ponts & Centrale

I. — Dispositif de liquéfaction du diazote (Mines-Ponts)

Dans ce problème, on se propose de dimensionner une installation de production en continu de diazote N_2 liquide, fonctionnant en régime permanent (procédé LINDE). Le schéma de principe de l'installation est proposé sur la figure 1. Le problème débute par une description complète de l'installation; les réponses aux questions exigent la prise en compte de l'ensemble des données décrivant l'installation ainsi que du diagramme enthalpique du diazote fourni en annexe.

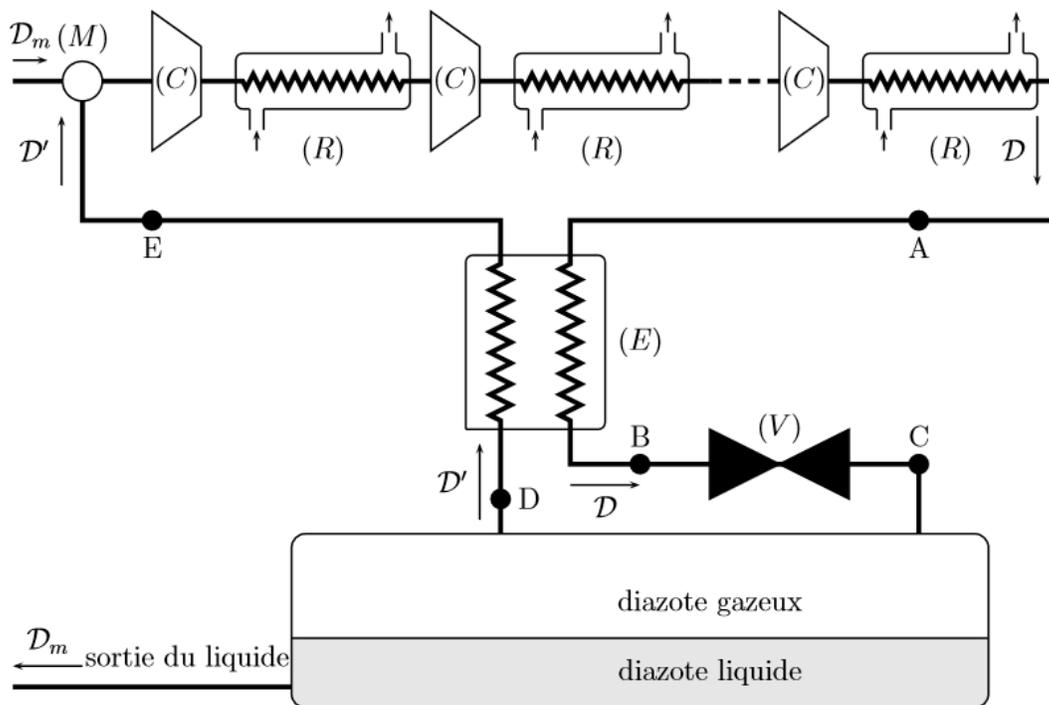


FIGURE 1 – Schéma de principe d'une installation de liquéfaction de diazote

Du diazote gazeux entre en continu dans la machine avec un débit massique \mathcal{D}_m dans les conditions $p_E = 1 \text{ bar}$, $T_E = 300 \text{ K}$. Il atteint un mélangeur où on le mélange avec du diazote gazeux de débit \mathcal{D}' dans les mêmes conditions p_E , T_E . En sortie du mélangeur (M), le débit massique de diazote gazeux est donc $\mathcal{D} = \mathcal{D}_m + \mathcal{D}'$, toujours : dans les conditions (p_E, T_E) .

Après passage par le mélangeur, le diazote traverse une série d'étages de compression; chacun de ces étages est constitué d'un *compresseur adiabatique* (C) suivi d'un *réfrigérant isobare* (R) à circulation d'eau froide; en sortie du réfrigérant, le diazote gazeux est ramené à une température de sortie égale à T_E .

Les N étages compresseur-réfrigérant sont identiques; ainsi le rapport de compression $r = \frac{p_{\text{sortie}}}{p_{\text{entrée}}}$ est le même pour chacun des N compresseurs. Après la traversée du dispositif, le diazote atteint donc le point A à la pression $p_A = r^N p_E = 100$ bar, à la température $T_A = T_E = 300$ K.

L'eau liquide utilisée dans chacun des réfrigérants circule à la pression constante de 1 bar; la température de l'eau à l'entrée du dispositif de refroidissement est $T_e = 280$ K. On note $c_e = 4,19$ kJ/kg/K la capacité thermique massique de l'eau liquide, considérée comme une constante.

Le diazote gazeux aborde entre A et B un échangeur thermique à contre-courant le long duquel il subit, un refroidissement isobare; à sa sortie, le fluide est dans l'état $p_B = p_A = 100$ bar, T_B . Ce refroidissement est suivi d'une détente isenthalpique dans une vanne de détente (V).

À la sortie du robinet, le diazote est au point C; c'est un mélange liquide-vapeur dont la fraction massique de liquide est notée x , à la pression atmosphérique $p_C = p_E = 1$ bar, et à la température $T_C = T_{\text{éb}}(p_C) = 77$ K. À cette température, la densité du diazote liquide est $d = 0,81$.

La fraction massique x de diazote liquéfié est faible, on extrait seulement du réservoir un débit massique modeste D_m , de diazote liquide dans les conditions (p_C, T_C) ; le diazote gazeux recyclé est renvoyé, avec un débit massique D' vers l'échangeur (E). Ce courant du diazote gazeux entre dans (E) aux conditions $p_D = 1$ bar, $T_D = 77$ K.

Dans l'échangeur (E), le diazote se réchauffe à pression constante et arrive au point E dans les conditions $p_E = 1$ bar, $T_E = 300$ K, avant d'être renvoyé vers le mélangeur. Pour des raisons techniques, on impose deux limites de fonctionnement :

- la température du diazote ne doit, en aucun point du dispositif, dépasser $T_{\text{max}} = 400$ K;
- la température de l'eau de refroidissement ne doit pas dépasser $T'_{\text{max}} = 350$ K en sortie des réfrigérants (R).

Le diazote gazeux est diatomique, sa masse molaire vaut $M = 28,0 \cdot 10^{-3}$ kg/mol. On notera h_K son enthalpie massique en un point K du schéma de la figure 1. La constante molaire des gaz parfaits est $R = 8,31$ J/K/mol.

I.A. — Dimensionnement des étages de compression

Dans cette seule partie I.A, le diazote est assimilé à un gaz parfait. Les deux premières questions sont indépendantes entre elles et indépendantes de la suite.

□ 1 — Que vaut le rapport $\gamma = C_p/C_v$ des capacités thermiques du diazote? On admet que les compresseurs fonctionnent de manière adiabatique réversible. Déterminer et calculer la valeur minimale de N compatible avec les exigences décrites ci-dessus. On adoptera cette valeur dans la suite.

□ 2 — On note \mathcal{D}_{eau} le débit massique du courant d'eau liquide circulant dans chaque réfrigérant (R). Déterminer une relation liant $\mathcal{D}_{\text{eau}}, \mathcal{D}, R, M_{\text{N}_2}, c_e, T_{\text{sortie}}, T_E, T'_{\text{max}}$ et T_e . En déduire la valeur minimale du rapport $\frac{\mathcal{D}_{\text{eau}}}{\mathcal{D}}$ compatible avec les exigences ci-dessus.

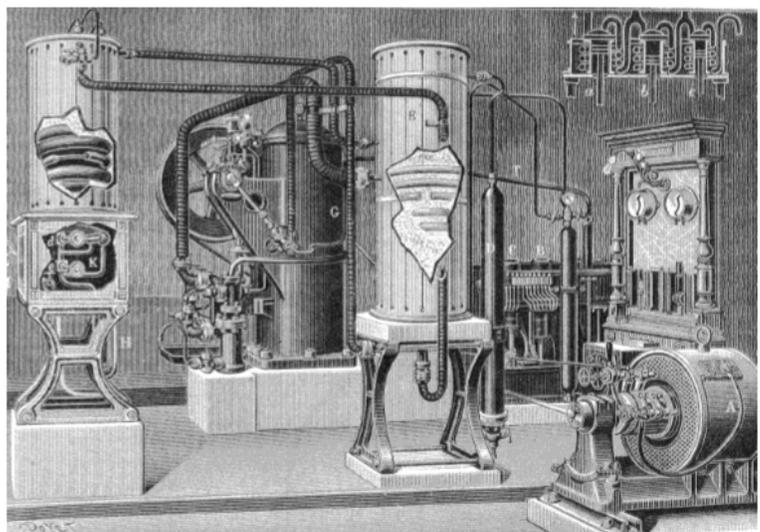
I.B. — Diagramme enthalpique du diazote

Dans cette partie I.B et la suivante I.C, le diazote n'est plus assimilé à un gaz parfait. La figure fournie en annexe représente le diagramme enthalpique du diazote sous la forme d'un réseau de courbes.

- 3 — Identifier la grandeur conservée le long de la courbe \mathcal{C}_1 . En justifiant votre réponse, déterminer l'asymptote de cette courbe à basse pression.
- 4 — Identifier la grandeur conservée le long de la courbe \mathcal{C}_2 . En utilisant une identité thermodynamique, justifier le sens de variation de cette courbe.
- 5 — Identifier et nommer les états possibles du diazote sur la courbe \mathcal{C}_3 .
- 6 — Identifier la grandeur conservée le long de la courbe \mathcal{C}_4 . On considère la transformation amenant le diazote de l'état représenté par le point M_1 à celui représenté par le point M_2 suivant le segment $[M_1M_2]$. Décrire l'état du diazote en M.

I.C. — Dimensionnement de l'échangeur (E)

- 7 — Exprimer h_C en fonction de x et des enthalpies massiques du diazote liquide et gazeux, notées h_{liq} et h_{vap} , dans le réservoir.
- 8 — Le réservoir utilisé en sortie de l'appareil fonctionne aussi en régime permanent; relier x , D et D_m puis x , D' et D .
- 9 — Par un bilan que l'on précisera pour le fonctionnement de (E), déterminer x en fonction de h_A , h_E et h_{liq} .
- 10 — En exploitant le diagramme enthalpique du diazote fourni en annexe, déterminer les valeurs de h_A , h_E , h_{liq} et h_{vap} . Évaluer x avec 2 chiffres significatifs. Quelle valeur aurait-on obtenue en considérant, que le diazote gazeux vérifie la loi des gaz parfaits?
- 11 — Reproduire sommairement le diagramme enthalpique du diazote en y faisant figurer la courbe \mathcal{C}_3 et l'isobare à la pression du point B du dispositif. En déduire la valeur de la température et l'état du diazote en ce point.
- 12 — La production de diazote liquide s'effectue avec un débit $D_m = 3,0 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s}$. Dans le cadre du modèle du gaz parfait, évaluer la puissance mécanique qui est nécessaire au fonctionnement de l'ensemble des N compresseurs (C). Comparer votre résultat à la citation suivante, publiée lors de l'exposition universelle de 1900 : *Nous avons immédiatement décrit le principe de l'appareil de M. le Dr. Carl Linde.; quelques mois plus tard, M. le Dr. d'Arsonval faisait installer dans son laboratoire du Collège de France une petite machine de 3 chevaux destinée à fournir un litre d'air liquide par heure.*



L'illustration ci-dessus accompagnait l'article cité.

On notera que $3,0 \text{ hp} \approx 2,2 \text{ kW}$; hp est le symbole de l'unité « cheval-vapeur ».

II. — Production anthropogénique de dioxyde de carbone (Centrale)

On appelle gaz à effet de serre les gaz présents dans l'atmosphère qui piègent une partie des radiations (notamment infrarouges) émises par le sol vers l'espace et peuvent ainsi provoquer un réchauffement des couches d'air proches de la terre. Les gaz à effet de serre *naturels* sont primordiaux puisqu'ils permettent d'élever la température moyenne sur Terre de -18°C à 15°C , permettant ainsi le développement de la vie. Mais depuis l'ère industrielle des gaz à effet de serre anthropogéniques (créés par l'homme) sont également produits, en quantité toujours plus importante, provoquant (source GIEC) un réchauffement climatique pouvant atteindre jusqu'à 6°C et une élévation du niveau des océans, par dilatation et fonte des glaciers, pouvant atteindre près d'un mètre.

La production anthropogénique de dioxyde de carbone contribuerait à elle seule à plus de 50% à cet effet de serre additionnel. Le transport routier contribue à plus de 25% à la production de dioxyde de carbone anthropogénique. En effet la combustion de l'essence dans les moteurs à explosion des automobiles libère une quantité importante de dioxyde de carbone.

II.A. — Moteur de Clio

Le tableau 1 présente quelques données techniques sur un véhicule Renault Clio IV.

Cylindrée	$V_{\max} - V_{\min} = 900 \text{ cm}^3$
Puissance	90 chevaux au régime de 5250 tours par minute (1 cheval = 735 watt)
Émission de CO_2	99 g.km^{-1}
Consommation moyenne	4,3 litre pour 100 km

TABLE 1 – Renault Clio IV, modèle essence, version 0.9 energy zen eco2 99g

L'essence alimente un moteur à combustion interne dont le fonctionnement peut être modélisé par un cycle de Beau de Rochas. Les gaz seront supposés parfaits et l'air constitué de 20% de dioxygène et de 80% de diazote. Le rapport $\gamma = c_p/c_v$ de l'air vaut $\gamma = 1,4$.

À chaque tour de cycle, des volumes V_1 d'air et V_{oct} d'octane liquide sont introduits dans un cylindre fermé par un piston mobile. Le cylindre subit les transformations suivantes, supposées réversibles :

- (a) \rightarrow (b) compression adiabatique;
- (b) \rightarrow (c) combustion isochore;
- (c) \rightarrow (d) détente adiabatique;
- (d) \rightarrow (a) transformation isochore.

L'état initial (a) est caractérisé par : $P_1 = 1,0 \text{ bar}$, $V_1 = V_{\max} = 1000 \text{ cm}^3$, $T_1 = 300\text{K}$ et $V_{\text{oct}} = 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ litres}$.

- 1 — Représenter ce cycle dans un diagramme de Clapeyron (P, V).
- 2 — En tenant compte des données techniques, calculer $V_{\min} = V_2$ puis le coefficient $\alpha = V_1/V_2$.
- 3 — Exprimer la température T_2 et la pression P_2 après la compression adiabatique réversible en fonction de α , de T_1 ou P_1 . En déduire les valeurs numériques de T_2 et P_2 .

II.B. — État physique de l'octane pur

La réaction de combustion de l'octane a ensuite lieu, pour former de l'eau et du dioxyde de carbone gazeux. Cette question et la suivante permettent de déterminer l'état physique de l'octane et de l'eau sous la pression P_2 et à la température T_2 . On considérera dans cette question et la suivante que l'octane et l'eau sont des corps purs.

La formule de Clapeyron donne l'expression de la dérivée de la pression saturante en fonction de la température pour un équilibre liquide-vapeur (les indices m indiquent des grandeurs molaires) :

$$\frac{dP_s}{dT}(T) = \frac{\Delta H_{\text{éb}}^0}{T(V_{m,\text{gaz}} - V_{m,\text{liq}})}$$

□ 4 — Justifier que cette formule se simplifie en

$$\frac{dP_s}{dT}(T) = \frac{\Delta H_{\text{éb}}^0}{TV_{m,\text{gaz}}}$$

□ 5 — En supposant le gaz parfait, exprimer le volume molaire $V_{m,\text{gaz}}$ en fonction de la constante des gaz parfaits R , de la pression P_s et de la température T .

□ 6 — En déduire l'expression de la pression de vapeur saturante P en fonction de R , de $\Delta H_{\text{éb}}^0$, de la pression standard P° , de T et de $T_{\text{éb}}$, température d'ébullition sous pression P° .

II.C. — État physique de l'eau pure

La figure 2 du document donné en annexe présente le diagramme d'état de l'eau.

□ 7 — Préciser les noms des états physiques associés aux domaines 1 à 4.

□ 8 — Préciser les noms donnés aux points A et C, et l'abscisse du point B.

□ 9 — Préciser l'état physique de l'eau pure dans les conditions. (P_2 , T_2).

II.D. — Stabilité de l'atmosphère

Dans cette partie, nous allons étudier la stabilité de l'atmosphère et son rôle dans la forme des nuages.

L'échelle considérée permet de négliger la courbure de la Terre, on suppose donc que la surface de la Terre est plane. On introduit une base de coordonnées cartésiennes $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, dont l'axe des z est vertical ascendant.

Le champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ est supposé uniforme.

Les différentes grandeurs physiques qui caractérisent l'air ne dépendent que de l'altitude z .

L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M , constitué de 20% de dioxygène et de 80% de diazote.

Équilibre de l'atmosphère isotherme

On suppose la température uniforme, égale à T_0 .

□ 10 — En étudiant l'équilibre d'un petit cylindre de surface de base S , d'axe (Oz) , situé entre les plans de cote z et $z + dz$, établir l'équation différentielle vérifiée par la pression $P(z)$, en fonction de g , M , R et $T(z)$.

□ 11 — Montrer que la pression varie en fonction de l'altitude selon la loi

$$P(z) = P(0) \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

où H est à exprimer en fonction de M , g , R et T_0 .

□ 12 — Quelle est la dimension de H ?

□ 13 — Calculer la masse molaire de l'air.

□ 14 — Calculer la valeur numérique de H pour une atmosphère à 0°C . Commenter la valeur obtenue.

Équilibre de l'atmosphère adiabatique

On envisage maintenant l'air en évolution adiabatique réversible.

□ 15 — Énoncer la loi de Laplace reliant la température et la pression pour un gaz parfait en évolution adiabatique réversible pour lequel le rapport $\gamma = c_p/c_v$ est constant.

□ 16 — On définit le gradient de température adiabatique réversible dans l'atmosphère par $\Gamma_a = -\frac{dT}{dz}$.
Montrer que

$$\Gamma_a = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{Mg}{R}$$

□ 17 — Effectuer l'application numérique. Commenter.

□ 18 — En déduire la loi d'évolution de la température de l'atmosphère en fonction de l'altitude z .

□ 19 — En déduire l'expression de la pression en fonction de z .

□ 20 — Ce modèle vous semble-t-il réaliste pour toute l'atmosphère?

Stabilité

Pour étudier la stabilité de l'équilibre, on suppose maintenant que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique mais a priori non isotherme. On définit, comme précédemment, le gradient de température $\Gamma = -\frac{dT}{dz}$.

□ 21 — Que vaut Γ pour un équilibre isotherme? pour un équilibre adiabatique?

On isole par la pensée un petit volume d'air que l'on appellera *particule de fluide*. On note $T_p(z)$ sa température, $\rho_p(z)$ sa masse volumique et $\delta V_p(z)$ son volume à l'altitude z .

À l'altitude z_0 , il est à la même température $T(z_0)$ et sous la même pression $P(z_0)$ que l'air environnant.

À la suite d'une perturbation, la particule de fluide se trouve à l'altitude $z_0 + \delta z$. L'évolution est suffisamment rapide pour qu'elle puisse être supposée adiabatique réversible. La particule de fluide se retrouve donc à l'altitude $z_0 + \delta z$ à la température $T_p(z_0 + \delta z)$, différente de la température $T(z_0 + \delta z)$ de l'air environnant. En revanche, sa pression est la même que celle de l'air environnant.

□ 22 — Justifier cette dernière hypothèse.

□ 23 — Montrer que la résultante des forces qui agissent sur la particule de fluide située à l'altitude z peut se mettre sous la forme

$$\vec{F} = \delta V_p(z) (\rho(z) - \rho_p(z)) g \vec{u}_z$$

où $\rho(z)$ est la masse volumique de l'air environnant.

□ 24 — En déduire l'équation du mouvement de la particule de fluide, que l'on mettra sous la forme

$$\frac{d^2(\delta z)}{dt^2} + \kappa \delta z = 0$$

où κ est à exprimer en fonction de $\Gamma(z_0)$, $\Gamma_a(z_0)$, g et $T(z_0)$.

□ 25 — À quelle condition l'atmosphère est-elle stable?

□ 26 — Montrer qu'une atmosphère isotherme est stable.

□ 27 — Quelle est la forme des nuages dans une atmosphère stable? dans une atmosphère instable?

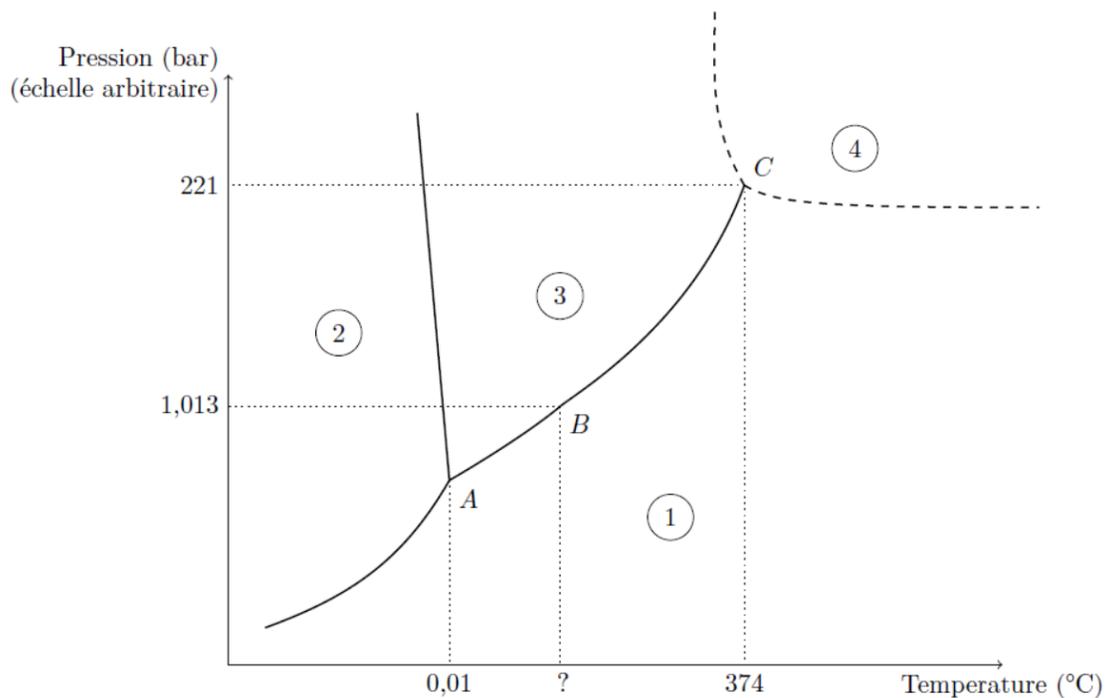


FIGURE 2 – Diagramme d'état de l'eau pure

III. — Combustion du bois (Centrale)

Un solide, en particulier le bois, passe par plusieurs phases au cours de son échauffement avant de brûler, avec apparition des flammes. D'abord l'eau qu'il contient s'évapore autour de 100°C à la pression atmosphérique, puis les constituants du bois commencent à se décomposer; il s'agit du phénomène de pyrolyse, généralement observé entre 250°C et 500°C , qui conduit à la formation de gaz. C'est une partie de l'énergie dégagée par la combustion de ces gaz de pyrolyse dans le dioxygène de l'air qui permet de perpétuer l'ensemble de ces étapes. Lorsque le processus de pyrolyse est terminé et qu'il n'y a plus de substances volatiles,

il subsiste un résidu charbonneux rougeoyant qui dégage encore beaucoup d'énergie, sa surface extérieure atteignant 800°C . Le bois de chêne est composé principalement d'environ 25 % de lignine ($\text{C}_{40}\text{H}_{44}\text{O}_6$) et 75 % de carbohydrates $\text{C}_n(\text{H}_2\text{O})_m$ (cellulose $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_p$ et hemicellulose).

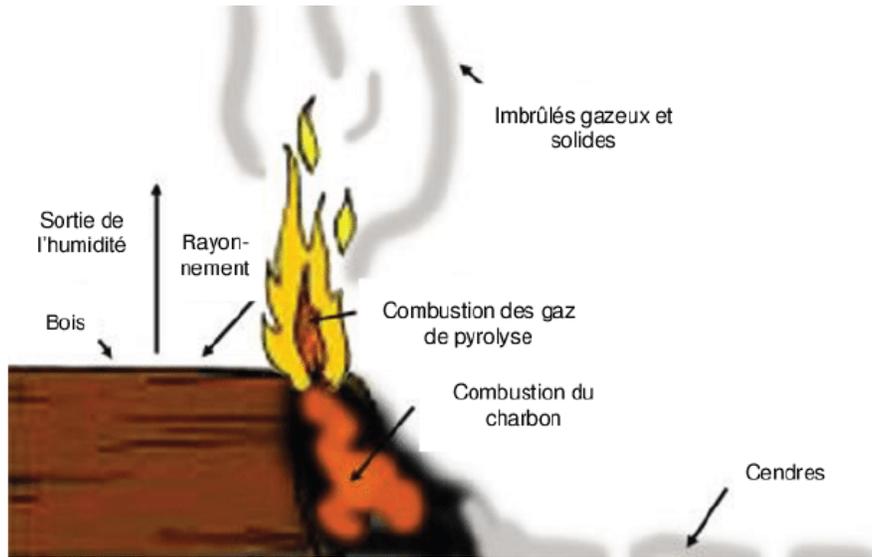


Figure 1 Différentes phases de combustion du bois¹

□ 1 — Une analyse élémentaire a fourni les pourcentages massiques respectifs en élément carbone, hydrogène et oxygène de 50 %, 6 % et 44 %. On rappelle que le pourcentage massique en élément X est défini par $w_X = \frac{m_X}{m_{\text{tot}}}$. Montrer que, si le bois pouvait être considéré comme un corps pur, sa formule chimique serait $\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}$. Dans la suite, on assimilera le bois à un corps pur de formule chimique brute $\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}$.

□ 2 — Écrire l'équation-bilan de la réaction de combustion du bois avec l'oxygène de l'air. La combustion est supposée complète et conduire à la formation de CO_2 et H_2O .

□ 3 — On appelle pouvoir calorifique inférieur (PCI) l'énergie dégagée par la combustion complète d'un kilogramme de combustible à pression constante, l'eau produite étant sous forme de vapeur. Pour le chêne, on mesure un PCI de $19 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. Quelle serait la valeur numérique de l'enthalpie de réaction de cette combustion ?

□ 4 — En admettant que la pyrolyse du bois libère du dihydrogène H_2 , du monoxyde de carbone CO et du carbone solide, écrire la réaction de pyrolyse d'une mole de bois. Écrire ensuite la réaction de la combustion des gaz de pyrolyse produits dans le dioxygène de l'air (on fera attention à conserver les mêmes quantités de matière). Retrouver, à partir des données tabulées, la valeur de l'enthalpie standard de réaction de la combustion des gaz de pyrolyse. Conclure.

□ 5 — Dans une pièce calorifugée et fermée, initialement à 20°C et de capacité thermique totale de l'ordre de $6,0 \times 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$, brûle une bûche de bois de chêne de 1 kg. Quelle est la température maximale atteinte dans la pièce ? Commenter.

Espèces	$\Delta_f H^\circ$ (kJ·mol ⁻¹)
H _{2(g)}	0
O _{2(g)}	0
H ₂ O _(l)	-285,1
H ₂ O _(g)	-241,8
C _(graphite)	0
CO _(g)	-110,6
CO _{2(g)}	-393,5

Élément	H	C	O
Numéro atomique	1	6	8
Masse molaire (g·mol ⁻¹)	1,0	12,0	16,0

IV. — Résolution de problème : enjeux énergétiques

Pour diminuer les émissions de CO₂ engendrées par le transport routier, il est envisagé, à terme, de remplacer par des véhicules électriques l'ensemble des véhicules à moteur thermique utilisés par les particuliers.

□ 1 — A l'aide des focuments ci-dessous, calculer le supplément de consommation énergétique annuelle que cette conversion au tout électrique occasionnerait. Cela demanderait-il de créer de nouvelles unités de production d'électricité?

— Document 1 —

Le tableau ci-dessous concerne les voitures particulières en circulation en France métropolitaine pendant l'année 2017.

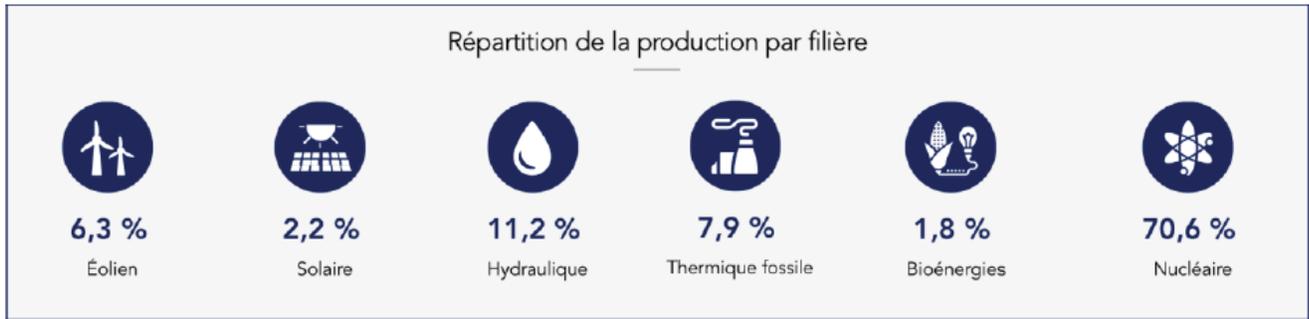
	<i>Essence</i>	<i>Diesel</i>
Nombre	12,7 millions	19,8 millions
Kilométrage annuel moyen	8935 km	15 910 km
Consommation moyenne	7,3 L/100 km	6,1 L/100 km

Avec 43,8 Mtep consommées en 2016, le secteur des transports représente une part croissante de la consommation d'énergie finale de la France : 31 % en 2015 contre 27 % en 1990 et 15 % en 1970. Le transport routier représente à lui seul plus de 80 % des consommations finales en énergie du secteur des transports, largement devant le transport aérien (15 %) et ferroviaire (~ 2 %) et la navigation intérieure (0,4 %). Les consommations du secteur routier proviennent principalement des voitures particulières (62 %), les véhicules utilitaires légers et les camions ne représentant respectivement que 20 % et 14 % des consommations finales d'énergie des transports routiers.

ADEME, *Climat Air et Énergie – Chiffres clés*, édition 2018

Document 2

La production totale d'électricité en France s'établit à 537,7 TW·h sur l'année 2019, répartie comme indiqué dans le schéma ci-dessous :

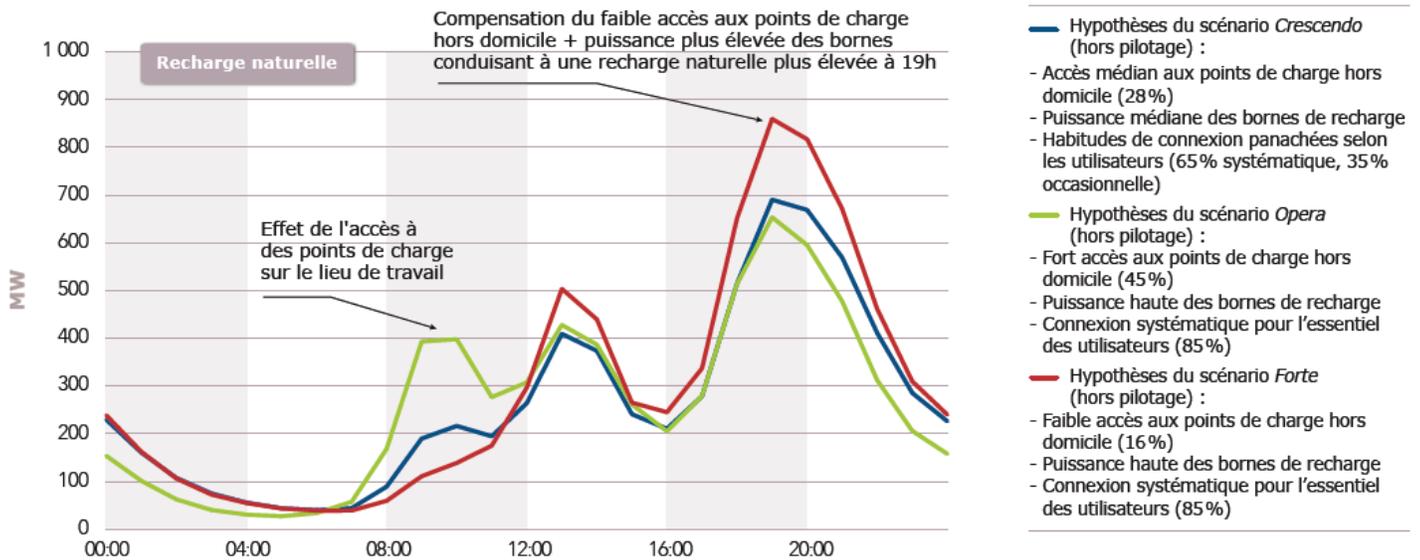


Les pertes représentent principalement l'énergie dissipée par effet Joule lors du transport sur le réseau haute et très haute tension. Elles dépendent essentiellement de la consommation, du plan de production et des échanges transfrontaliers. Les taux de pertes sur le réseau de transport sont compris entre 2 et 3,5 % de la consommation, suivant les saisons et les heures de la journée. En moyenne, en 2019, le taux s'établit à 2,22 %, ce qui représente environ 11 TW·h.

RTE, *Bilan électrique 2019*

Document 3

RTE a étudié l'impact de différents scénarios de développement de l'électromobilité sur le système électrique français. La figure ci-dessous présente la courbe de charge type pour un jour ouvré moyen pour un million de véhicules électriques dans différents scénarios considérés (dans leurs variantes sans pilotage).



RTE, *Enjeux du développement de l'électromobilité pour le système électrique*, mai 2019