DS n°2

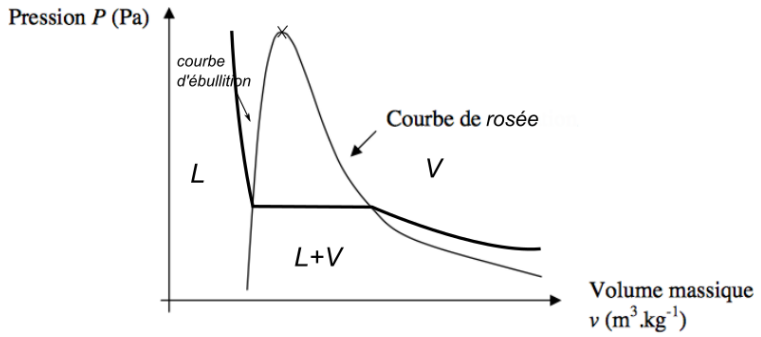
PSI 2018/2019

Durée 4 heures - Calculatrices **autorisées**

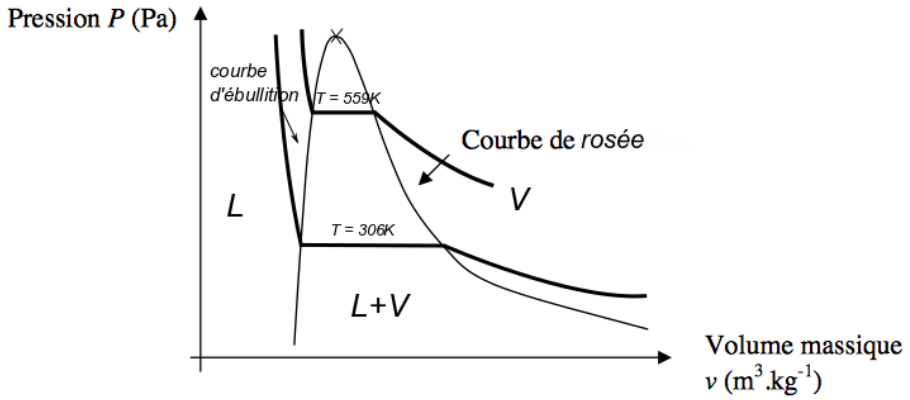
Thermodynamique - Statique des fluides - Chimie

I. — Cycle secondaire d'un réacteur à eau pressurisée

❑ **1** — Le point critique est situé tout en haut de la courbe de saturation. Le liquide saturant se trouve au niveau de la courbe d'ébullition (partie gauche de la courbe de saturation). La vapeur juste saturante se situe sur la courbe de rosée (partie droite de la courbe de saturation).



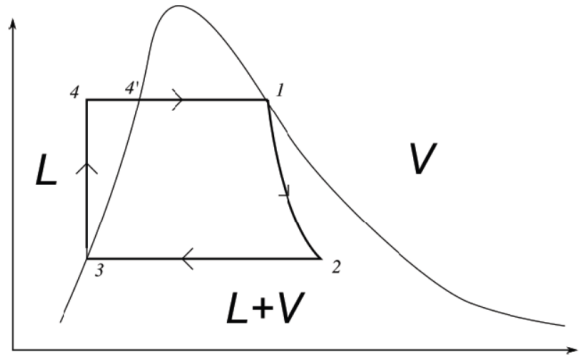
❑ **2** — Dans le domaine du liquide, les isothermes sont des droites verticales (transformations isochores). Dans le domaine de l'équilibre liquide-gaz, les isothermes sont horizontales car si $T = \text{cste}$, alors $P = \text{cste}$. Dans le domaine gazeux, on a $P = \dfrac{nRT}{V} = \dfrac{\text{cste}}{V}$. Dans ce cas, une isotherme est une hyperbole.



❑ **3** — L'application du second principe donne simplement : $\Delta S = S_c + S_e$. Si la transformation est adiabatique $S_e = 0$, si elle est en plus réversible $S_c = 0$.

❑ **4** — La compression dans la pompe étant isentropique, on a $\mathrm{d}s = 0$. On en déduit $\mathrm{d}h = v\mathrm{d}p$. Sachant que le volume massique du liquide peut être considéré comme constant, on en déduit $\Delta h = v\Delta p$. Par ailleurs, l'application du premier principe pour les systèmes ouverts donne : $\Delta h = w_{iP} = 7\text{kJ.kg}^{-1} > 0$. Si ce travail peut être négligé, dans ce cas, la transformation est isenthalpique.

❑ **5** — Le cycle a la forme suivante :



❑ **6** — Au cours de la détente dans la turbine, une partie du fluide passe de l'état gazeux à l'état liquide. La fraction massique en vapeur est donnée par le théorème des moments :

$$\boxed{x_2 = \frac{s_2 - s'(P = 0,05\text{bar})}{s''(P = 0,05\text{bar}) - s'(P = 0,05\text{bar})}}$$

Or, la transformation dans la turbine étant adiabatique réversible, on a $s_2 = s_1 = s''(P = 70\text{bar}) = 5,8162$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}. On en déduit la valeur du titre en vapeur $\boxed{x_2 = 0,6743}$.
On en déduit la valeur de l'enthalpie massique en h_2 :

$$\boxed{h_2 = x_2 h''(P = 0,05) + (1 - x_2) h'(P = 0,05) = 1771,7\text{kJ.kg}^{-1}}$$

Le travail massique échangé dans la turbine est donné par le premier principe :

$$\boxed{w_{iT} = h_2 - h_1 = -1001,3\text{kJ.kg}^{-1} < 0} \quad \text{travail fourni ł'extŕieur}$$

e Le pourcentage de liquide dans le mélange est relativement important (33%). La détente n'est donc pas idéale en ce qui concerne la corrosion des pales.

❑ **7** — La transformation $2 \to 3$ est un changement d'état isobare. La transformation est donc isotherme et $T_3 = 306$K. Le gaz s'étant totalement liquéfié, on a $x_3 = 0$. Etant donné que le fluide est sous forme de liquide saturant, on a $h_3 = h'(P = 0,05)$. L'application du premier principe à la condensation donne :

$$\boxed{q_{eC} = h_3 - h_2 = h'(P = 0,05) - h_2 = -1633,9\text{kJ.kg}^{-1} < 0} \quad \text{(condensation exothermique)}$$

❑ **8** — L'application du premier principe à la transformation $4 \to 1$ dans le générateur de vapeur donne $h_1 - h_4 = q_{\text{eGV}}$. Sachant que $h_4 = h_3$ et $h_1 = h''(P = 70\text{bar})$ on en déduit :

$$\boxed{q_{\text{eGV}} = 2635,7\text{kJ.kg}^{-1} > 0} \quad \text{(évaporation endothermique)}$$

❑ **9** — Le rendement de la machine vaut : $\boxed{\eta = \frac{-w_{iT}}{q_{\text{eGV}}} = 0,38}$. Le rendement de Carnot vaut $\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 0,45 = 45\%$. On voit que $\eta < \eta_C$. Ceci s'explique par le fait que le cycle n'est pas réversible. Si on analyse plus en détail :

—les transformations $1 \to 2$ et $3 \to 4$ sont considérés réversibles d'après l'énoncé,
—la transformation $2 \to 3$ est réversible car il s'agit d'un changement d'état à pression et température fixée,
—la transformation $4 \to 1$ n'est pas totalement éversible : la partie $4' \to 1$ correspond à un changement d'état à P et T fixés et est donc bien réversible mais la transformation $4 \to 4'$ n'est pas réversible car il s'agit d'un chauffage sans changement d'état avec $T_{int} \neq T_{\text{ext}}$ (sous chauffage).

II. — Etude de quelques aspects de l'humidité de l'air

❑ **1** — En présence d'un changement d'état, lorsque la température est imposée, la pression reste constante (la variance $\upsilon = 3 - \varphi$ vaut 1).

❑ **2** — _

a) Pour déterminer le volume massique d'un gaz, utilisons l'équation d'état des gaz parfaits : $PV = nRT \Rightarrow \upsilon_V = \dfrac{RT}{MP} = 1,4\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$ sous $P = 1$ bar et $T = 25°\text{C}$.
En comparaison, le volume massique de l'eau liquide vaut $\upsilon_L = \dfrac{1}{\rho_L} = 10^{-3}\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$. On peut donc négliger υ_L devant υ_V.

b) La relation de Clapeyron se simplifie en : $\ell_\upsilon = T\upsilon_V \dfrac{\text{d}P_s}{\text{d}T}$. En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, cette équation devient : $\ell_\upsilon = \dfrac{RT^2}{P_s M_e}\dfrac{\text{d}P_s}{\text{d}T} = \dfrac{RT^2}{M_e}\dfrac{\text{d}(\ln P_s)}{\text{d}T}$. On effectue une séparation des variables puis on intègre :

$$\text{d}\ln P_s = \frac{M_e \ell_\upsilon}{RT^2}\text{d}T$$
$$\int_{P_0}^{P} \ln P_s = \int_{T_0}^{T} \frac{M_e \ell_\upsilon}{RT^2}\text{d}T$$
$$\ln P_s - \ln P_0 = \frac{M_e \ell_\upsilon}{RT_0} - \frac{M_e \ell_\upsilon}{RT}$$

❑ **3** — $P_s = \exp\left(A - \dfrac{B}{T}\right)$ D'où : $P_s(278K) = 1,1.10^{-2}$ bar et $P_s(300K) = 4,0.10^{-2}$ bar. $\ell_\upsilon = \dfrac{RB}{M_e} = 2,3.10^3\text{J.kg}^{-1}$.

❑ **4** — Pendant une durée t, le thermoplongeur fournit une chaleur $Q = Pt$. Cette chaleur permet l'évaporation d'une masse m d'eau mais une partie de la chaleur est perdue :

$$\mathscr{P}t = m\ell_\upsilon + \Phi t$$

❑ **5** — _

a) On obtient le système :

$$\begin{cases} \mathscr{P}t &= m_1\ell_\upsilon + \Phi t \\ 2\mathscr{P}t &= m_2\ell_\upsilon + \Phi t \end{cases}$$

On en déduit, en isolant ℓ_υ :

$$\ell_\upsilon = \frac{\mathscr{P}t}{m_2 - m_1}$$

b) $\ell_\upsilon = 2,3.10^3$ J.kg^{-1}. Avec les chiffres significatifs fournis, les résultats sont cohérents.

III. — Formation et stabilité d'un nuage

A.1 - Equilibre isotherme de l'atmosphère

1) Le diazote N_2 (environ 80% en moles) et le dioxygène O2 (environ 20%).

$$M_{\text{air}} = 0,80M_{N_2} + 0,20M_{O_2} = 28,8.10^{-3}\text{kg.mol}^{-1}$$

2) Soit une couche d'air de surface S et d'épaisseur$\mathrm{d}z$ située entre z et $z+\mathrm{d}z$. Elle est soumise à son poids : $\rho_{\text{air}}S\mathrm{d}z\vec{g}$ et aux forces de pression s'exerçant sur la face du dessous et la face du dessus : $P(z)S\vec{u}_z$ et $-P(z+\mathrm{d}z)S\vec{u}_z$. L'équilibre des forces s'écrit :

$$P(z)S - P(z+\mathrm{d}z)S - \rho_{\text{air}}S\mathrm{d}zg = 0 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho_{\text{air}}g$$

3) Sachant que $\rho_{\text{air}} = \dfrac{PM}{RT_0}$, en utilisant la loi des gaz parfaits l'équation précédente devient :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} + \frac{Mg}{RT_0}P = 0}$$

Celle-ci s'intègre en $P(z) = P_0 \exp\left(-\dfrac{z}{H}\right)$ avec $H = \dfrac{RT_0}{Mg}$.

4) L'application numérique donne $\boxed{H = 8800\text{m}}$.

5) (a) On repart de l'équation différentielle précédente mais en prenant $T(z) = T_0 - \lambda z$. On en déduit :

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} + \frac{Mg}{R(T_0 - \lambda z)}P = 0$$

On sépare les variables puis on intègre :

$$\frac{\mathrm{d}P}{P} = -\frac{Mg\mathrm{d}z}{R(T_0 - \lambda z)} \Rightarrow \ln P = \frac{gM}{R\lambda}\ln\left(1 - \frac{\lambda z}{T_0}\right) + \text{cste}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = P_0\left(1 - \frac{\lambda z}{T_0}\right)^{\frac{gM}{R\lambda}}}$$

(b) Effectuons un tableau de comparaison :

Altitude (km)	0,5	2	5	8	11	14
P_{exp}	94500	79300	54800	36700	23700	14600
P_{iso}						
P_{grad}						

6) Les conditions sont réunies pour utiliser la loi de Laplace :

$$P^{1-\gamma}T^{\gamma} = P_0^{1-\gamma}T_0^{\gamma} \tag{1}$$

Par ailleurs, on a toujours :

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} + \frac{Mg}{RT(z)}P(z) = 0 \tag{2}$$

On a donc 2 équations à 2 inconnus ce qui devrait permettre d'isoler P et T.

Calcul non demandé mais potentiellement instructif : on différencie logarithmiquement la loi de Laplace :

$$P^{1-\gamma}T^{\gamma} = \text{cste} \Rightarrow (1-\gamma)\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dT}{T} = 0$$

En combinant avec l'équation (2), on obtient :

$$\frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{Mg}{R} + \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} = 0 \Rightarrow T(z) = T_0\left(1 - \frac{(\gamma-1)Mgz}{\gamma RT_0}\right)$$

7) (a) Le sujet parle d'air "humide". On suppose donc que l'air considéré est à l'équilibre liquide-vapeur. La formule précédente donne à $z = 500$ m une température de 295 K, soit 22°C. Par interpolation entre les deux valeurs des données à 20°C et à 25°C, la pression de vapeur saturante vaut à 22°C : $P_{\text{sat}} = 2670$ Pa.

(b) Il faut calculer pour cela la pression partielle en vapeur d'eau dans l'atmosphère et la comparer à la pression de vapeur saturante. On a $P_{\text{H}_2\text{O}} = x_{\text{H}_2\text{O}} P = 0,04 \times 94500 = 3780 Pa > P_{\text{sat}}$. L'eau n'est pas stable sous forme gazeuse, on a donc liquéfaction.

(c) Il est possible que la montée de la vapeur d'eau se fasse trop rapidement pour que la liquéfaction ait lieu effectivement à 500m. Il y a donc métastabilité (l'eau reste un temps sous forme vapeur alors qu'elle n'est pas stable). Un phénomène analogue est l'existence de liquides surfondus [1].

IV. — La combustion du bois

❑ **1** — On note $w_C = 0,50$, $w_O = 0,44$ et $w_H = 0,06$ les fractions massiques des trois éléments. En notant m_i les masses, n_i les quantités de matière et M_i les masses molaire des trois éléments considérés, la fraction molaire en carbone est :

$$x_C = \frac{n_C}{n_C + n_O + n_H} = \frac{\frac{m_C}{M_C}}{\frac{m_C}{M_C} + \frac{m_O}{M_O} + \frac{m_H}{M_H}}$$

En divisant numérateur et dénominateur par la masse totale, on en déduit : $x_C = \dfrac{\frac{w_C}{M_C}}{\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H}}$.

Pour les autres éléments, on aura de même :

$$x_O = \frac{\frac{w_O}{M_O}}{\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H}},\ x_H = \frac{\frac{w_H}{M_H}}{\frac{w_C}{M_C} + \frac{w_O}{M_O} + \frac{w_H}{M_H}}$$

Le rapport des différentes fractions molaires donne :

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{x_O}{x_C} = \dfrac{w_O}{M_O}\dfrac{M_C}{w_C} = 0,66 \\ \dfrac{x_H}{x_C} = \dfrac{w_H}{M_H}\dfrac{M_C}{w_C} = 1,44 \end{cases}}$$

❑ **2** — En équilibrant d'abord les H et le C puis le O, on trouve :

$$\boxed{\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66} + 1,03\,\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 0,72\text{H}_2\text{O}}$$

❑ **3** — L'enthalpie de réaction correspond à l'énergie dégagée par la combustion complète d'une mole de combustible à pression constante. Le PCI et l'enthalpie de réaction sont donc reliés par l'intermédiaire de la masse molaire :

$$\boxed{\Delta_r H_1 = -PCI \times M_{\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66}} = -456\text{kJ.mol}^{-1}}$$

Attention à ne pas oublier le signe moins, la combustion étant exothermique.

❑ **4** — La réaction de pyrolyse s'écrit :

$$\text{CH}_{1,44}\text{O}_{0,66} = 0,72\text{H}_2(\text{g}) + 0,66\text{CO}(\text{g}) + 0,34\text{C}(\text{s})$$

1. https://sciencetonnante.wordpress.com/2011/04/11/la-surfusion-de-leau-cest-supercool/

La réaction de combustion des gaz de pyrolyse s'écrit :

$$\boxed{0{,}72\mathrm{H_2(g)} + 1{,}02\,\mathrm{CO(g)} + \mathrm{O_2(g)} = 0{,}66\,\mathrm{CO_2(g)} + 0{,}72\,\mathrm{H_2O(g)}}$$

D'après la loi de Hess, l'enthalpie de réaction de cette conbustion vaut :

$$\Delta_r H_2 = 0,66\Delta_f H^0(\mathrm{CO_2}(g)) + 0,77\Delta_f H^0(\mathrm{H_2O}(g)) - 1,02\Delta_f H^0(\mathrm{CO}(g))$$

L'application numérique donne $\boxed{\Delta_r H^0 = -361\mathrm{kJ.mol^{-1}}}$. En comparant avec la valeur précédente, on s'aperçoit que la combustion des gaz de pyrolyse produit la majeure partie (environ 75%) de la chaleur dégagée par la combustion du bois.

❑ **5** — On reprend l'approche du cours en décomposant la transformation en deux étapes :
—combustion du kilo de bois à pression et température constante : $\Delta H = -m\mathrm{PCI}$,
—échauffement de la pièce $\Delta H = C(T_f - T_i)$.
On en déduit $\boxed{T_f = T_i - \dfrac{m\mathrm{PCI}}{C} = 51,6°\mathrm{C}}$. Cette température est bien trop grande pour être réaliste. En fait, la combustion de la buche étant particulièrement lente, le chauffage de la pièce ne se fait pas de manière adiabatique. Les fuites thermiques diverses abaisse la température de la pièce.

V. — Résolution de problème : enjeux énergétiques

S'approprier : Pour répondre à la question, on peut déterminer l'énergie que consomme l'ensemble des véhicules de particuliers à l'heure actuelle (document 1) puis estimer l'ensemble de l'énergie que consommerait les véhicules particuliers s'ils étaient tous électriques (document 3). On se servira alors du document 2 pour savoir s'il y a besoin de créer des ressources en énergie électrique.

Analyser & Réaliser

— En s'appuyant sur le document 1, on lit que les voitures particulières représentent 62% de la consommation du traffic routier, lui même représentant 80% du secteur des transports. Les automobiles particulières consomment donc $0,62 \times 0,8 \times 43,8 = 21,7$ Mtep ou $\boxed{0,91 \times 10^9\mathrm{GJ/an}}$.

— On peut aussi s'appuyer sur le document 1 d'une autre façon. Il y a environ 32,5 millions de voitures particulières en France, qui consomment en moyenne $12,7 \times 10^6 \times 8935 \times \dfrac{7,5}{100} + 19,8 \times 10^6 \times 15910 \times \dfrac{6,1}{100} = 2,75 \times 10^{10}$ L/an soit 27,5 Mtep en assimilant 1 m3 de carburant à 1 tep, puis en utilisant les données, un consommation de $\boxed{1,16 \times 10^9\mathrm{GJ/an}}$.

— D'après le document 3, la consommation moyenne journalière d'un véhicule électrique peut être estimée grossièrement à 300 W, soit pour une année $300 \times 3600 \times 24 \times 365 = 9,5$ GJ/an. En reprenant l'estimation de 32,5 millions de véhicules (document 1), on obtient une consommation de $0,31 \times 10^9$ GJ/an environ 3 fois inférieure à celle des véhicules à moteurs thermiques (le rendement des moteurs électriques est meilleur que celui des moteurs thermiques, d'un facteur de l'ordre de 3).

Valider Le passage au tout électrique des véhicules particuliers représente un supplément de consommation annuelle de 85 TWh, ce qui représente d'après le document 2 16% de la production électrique annuelle en 2019 : il serait donc nécessaire de créer de nouvelles unités de production.