

TD n°7 Cinématique des fluides

ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

Résumé

- ★ Exercice niveau CCP
- Exercice Mines/Centrale.
- ◇ Exercice nécessitant un sens physique particulier.

1. Débit de la Loire★

Au niveau d'Orléans, le débit moyen de la Loire est $\mathcal{Q}_v = 350 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, avec une vitesse typique de $v = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Estimer la largeur du fleuve si la profondeur moyenne est de 2 m.
2. Comment évolue la vitesse du fleuve s'il s'élargit de 20m ?

2. Caractéristique des écoulements ●

On considère l'écoulement bidimensionnel d'un fluide tel qu'en un point $M(x, y)$ la vitesse du fluide soit donnée par :

$$\vec{v}(M, t) = kx\vec{u}_x + ky\vec{u}_y$$

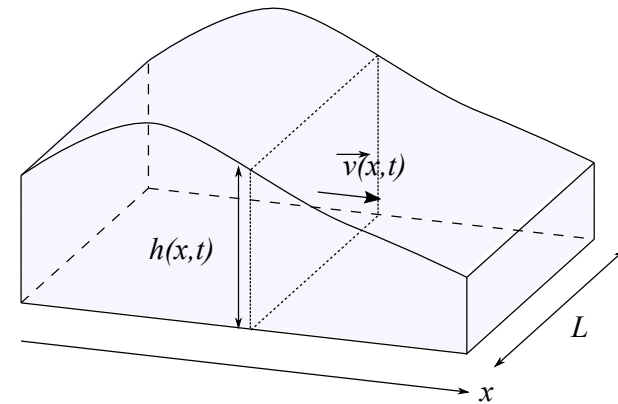
1. L'écoulement est-il uniforme ? stationnaire ? compressible ?
2. Justifier que, pour un vecteur élémentaire $d\vec{OM}$ dirigé le long d'une ligne de courant, on a :

$$\vec{v} \wedge d\vec{OM} = \vec{0}$$

3. En déduire que les équations des lignes de courants sont de la forme $y = \alpha x$ où α est une constante. Qu'en est-il des équations de la trajectoire ?

3. Equation locale de conservation de la masse avec hauteur variable ●

On considère l'écoulement d'une rivière. Le lit de la rivière a une largeur L constante mais la hauteur d'eau varie en fonction de la position et du temps. On la note $h(x, t)$. La masse volumique de l'eau est notée μ et supposée constante. L'écoulement est unidimensionnel : $\vec{v} = v(x, t)\vec{u}_x$



Montrer que :

$$\frac{\partial h}{\partial t}(x, t) + \frac{\partial(hv)}{\partial x}(x, t) = 0$$

4. Résolution de problème : course sous la pluie◇

Vaut-il mieux courir ou marcher sous la pluie ?

On essaiera d'évaluer le nombre de gouttes d'eau atteignant une personne se déplaçant à la vitesse v_g le long d'un trajet L . Pour plus de facilité, on raisonnera dans le référentiel de la personne.