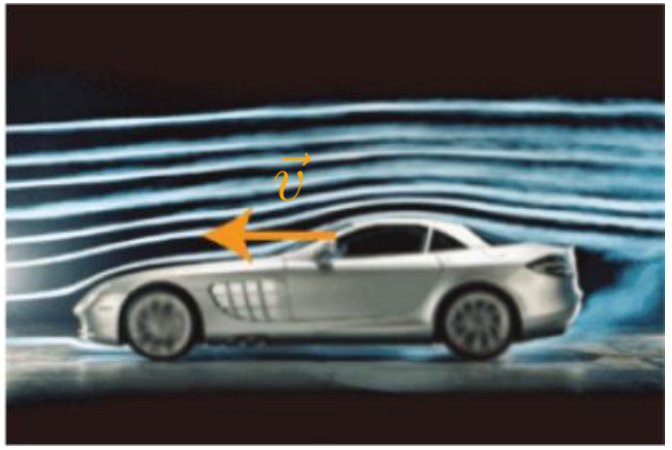
V) Ecoulement autour d’un obstacle

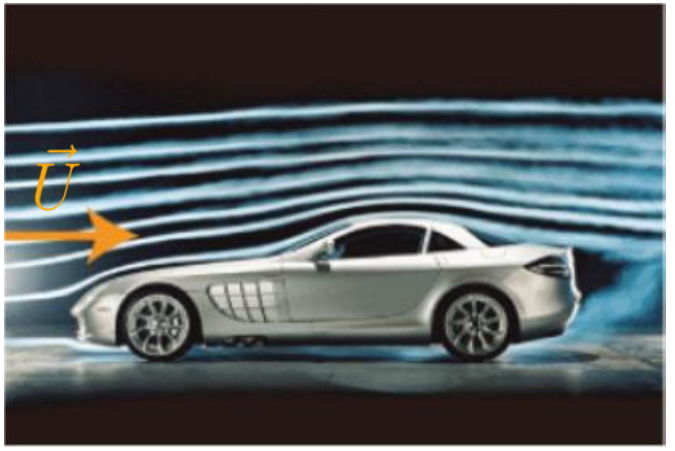
1) Introduction

On s'intéresse à un écoulement **homogène** et **incompressible** d'un fluide de viscosité η et de masse volumique μ autour d'un obstacle.

2 points de vue équivalents sont possibles:



Etude dans le référentiel de l'air (cas réel).
L'obstacle se déplace à la vitesse $\vec{v}$. En absence de vent, l'air est immobile.



Etude dans le référentiel de l'obstacle (étude en soufflerie).
L'obstacle est fixe. Loin du l'obstacle, l'air se déplace à la vitesse $\vec{U} = -\vec{v}$

Dans la suite, on considèrera plutôt le 2^{e} point de vue.

2) Forces exercées par un écoulement sur un obstacle

Remarque préalable: dans toute la suite, on ne considèrera pas l'effet de la pesanteur sur la pression du fluide (en particulier la poussée d'Archimède).

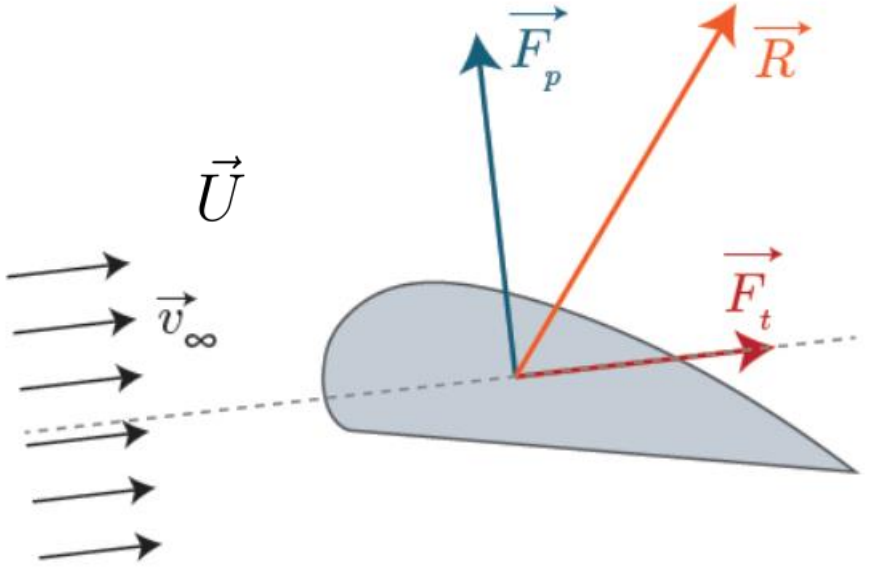
La résultante des forces exercée par un écoulement sur un obstacle résulte des efforts de pression et de viscosité.

On décompose généralement $\vec{R}$ en:

$$\vec{R} = \vec{F}_t + \vec{F}_p$$

- $\vec{F}_t$ est la force de **trainée (*drag*)**. Elle est parallèle à la direction de l'écoulement en amont. Elle est responsable de la résistance du fluide.

- $\vec{F}_p$ est la **portance (*lift*)**. Elle est perpendiculaire à la direction de l'écoulement.



- On définit deux coefficients sans dimensions C_x et C_z reliés à ces forces:

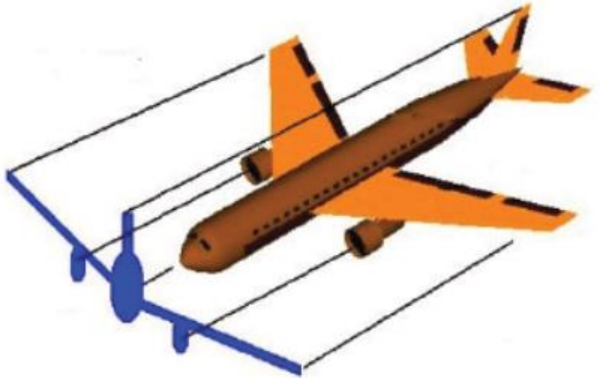
$$C_x = \frac{\| \vec{F}_t \|}{\frac{1}{2}\mu S U^2}$$

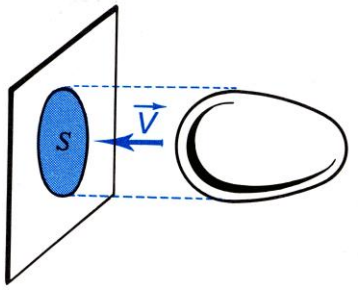
coefficient de trainée

$$C_z = \frac{\| \vec{F}_p \|}{\frac{1}{2}\mu S U^2}$$

coefficient de portance

- *S* représente le **maître-couple** de l'obstacle.



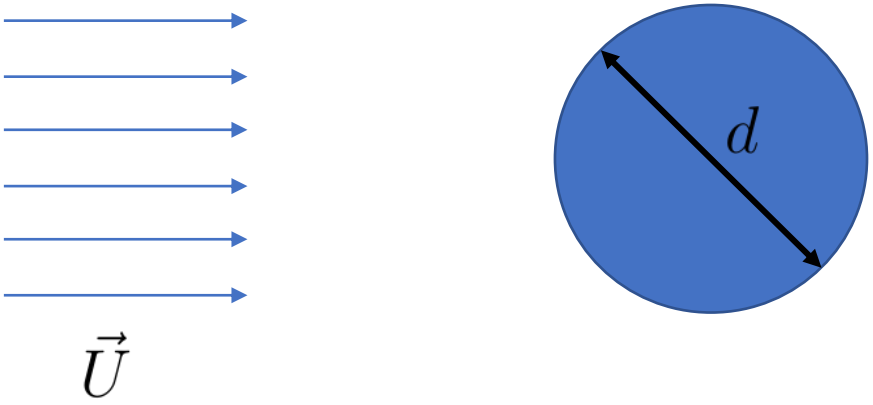


Surface du maître couple

C'est la surface que dessinerait l'ombre projetée de l'objet éclairé par un faisceau lumineux de direction $\vec{U}$ sur un écran perpendiculaire à cette direction.

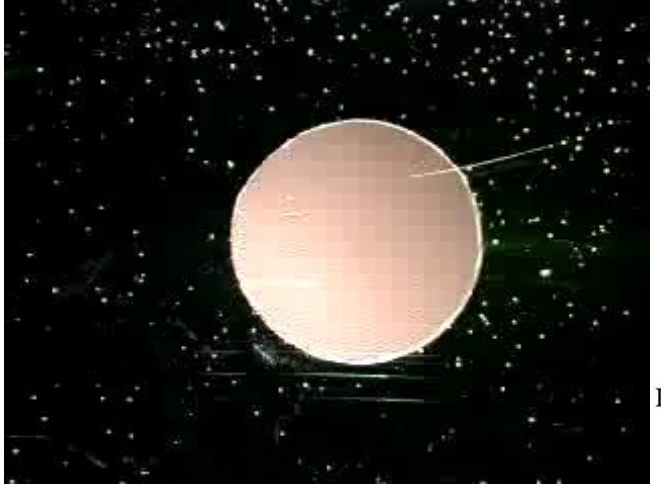
3) Etude du coefficient de trainée *Cx* autour d'une sphère

On étudie premièrement un écoulement autour d'une sphère de diamètre *d.*

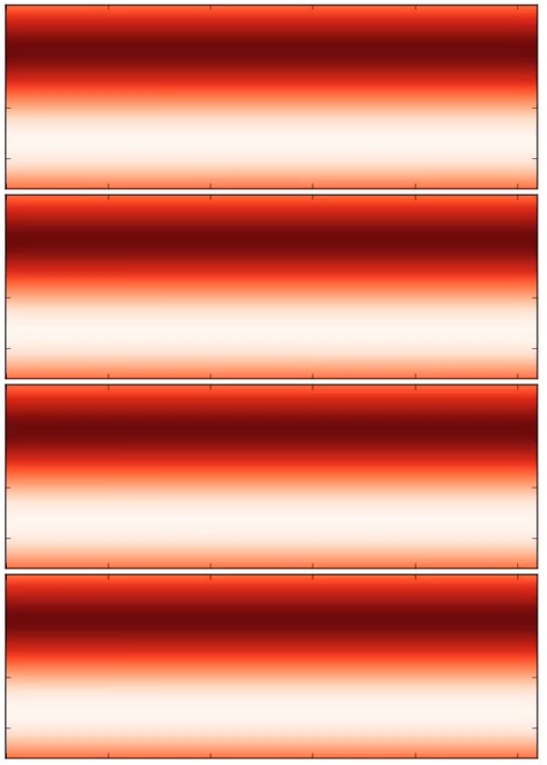


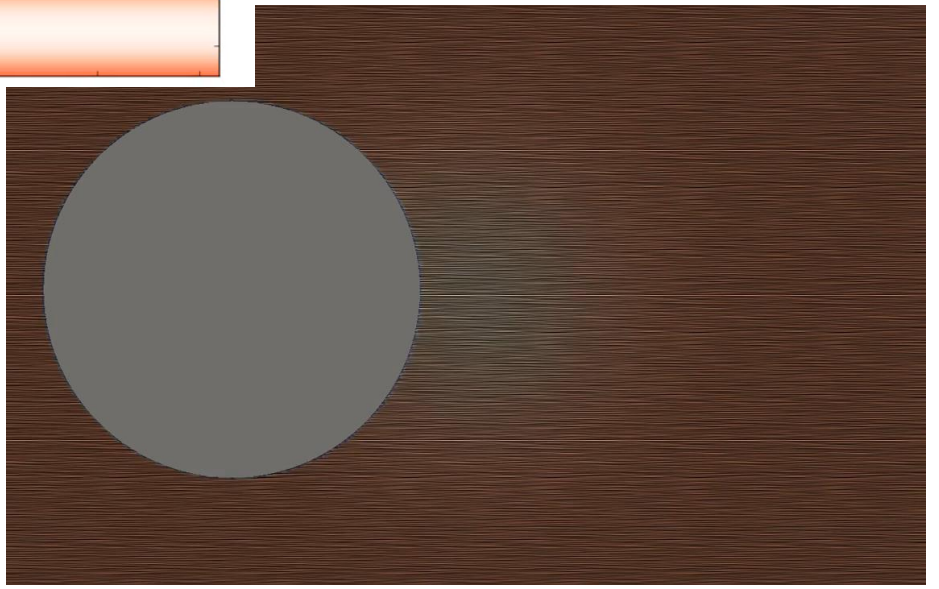
Vue la symétrie de l'écoulement, il n'y a pas de force de portance dans ce cas (les forces exercées par le fluide sur l'objet en haut et en bas se compensent).

On étudie donc uniquement le coefficient de trainée C_x en fonction du nombre de Reynolds R_e.

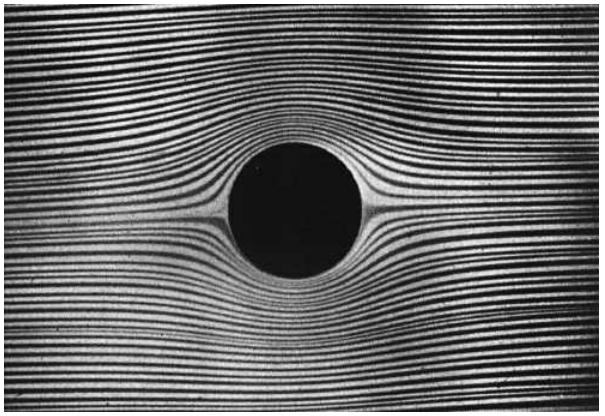


$\mathcal{R}_e \approx 1$

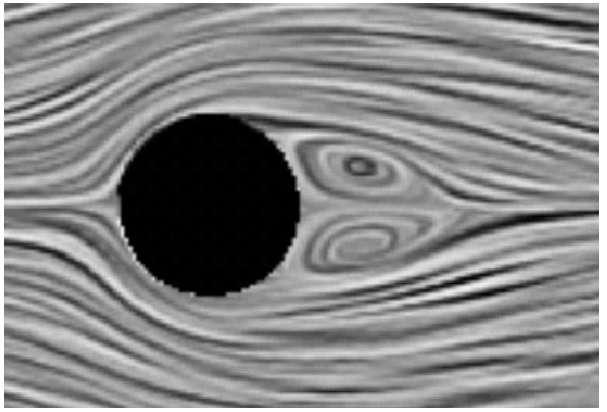




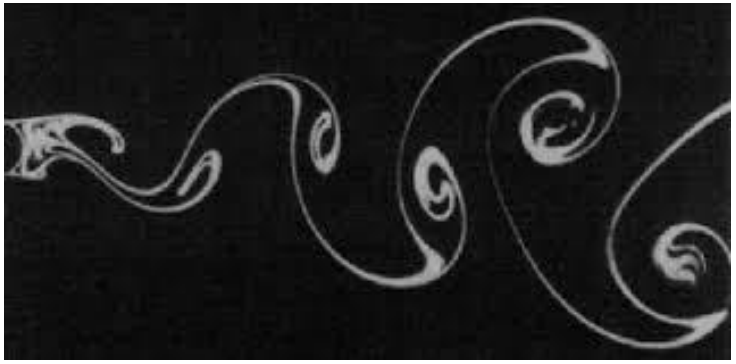
$\mathcal{R}_e \approx 10000$



$\mathcal{R}_e \simeq 1$

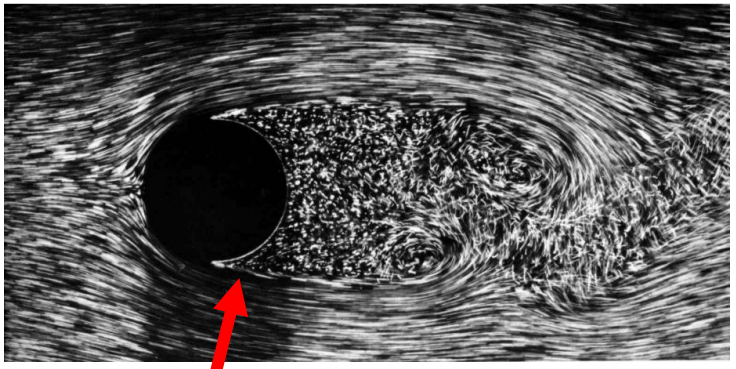


$\mathcal{R}_e \simeq 20$



$\mathcal{R}_e \simeq 200$

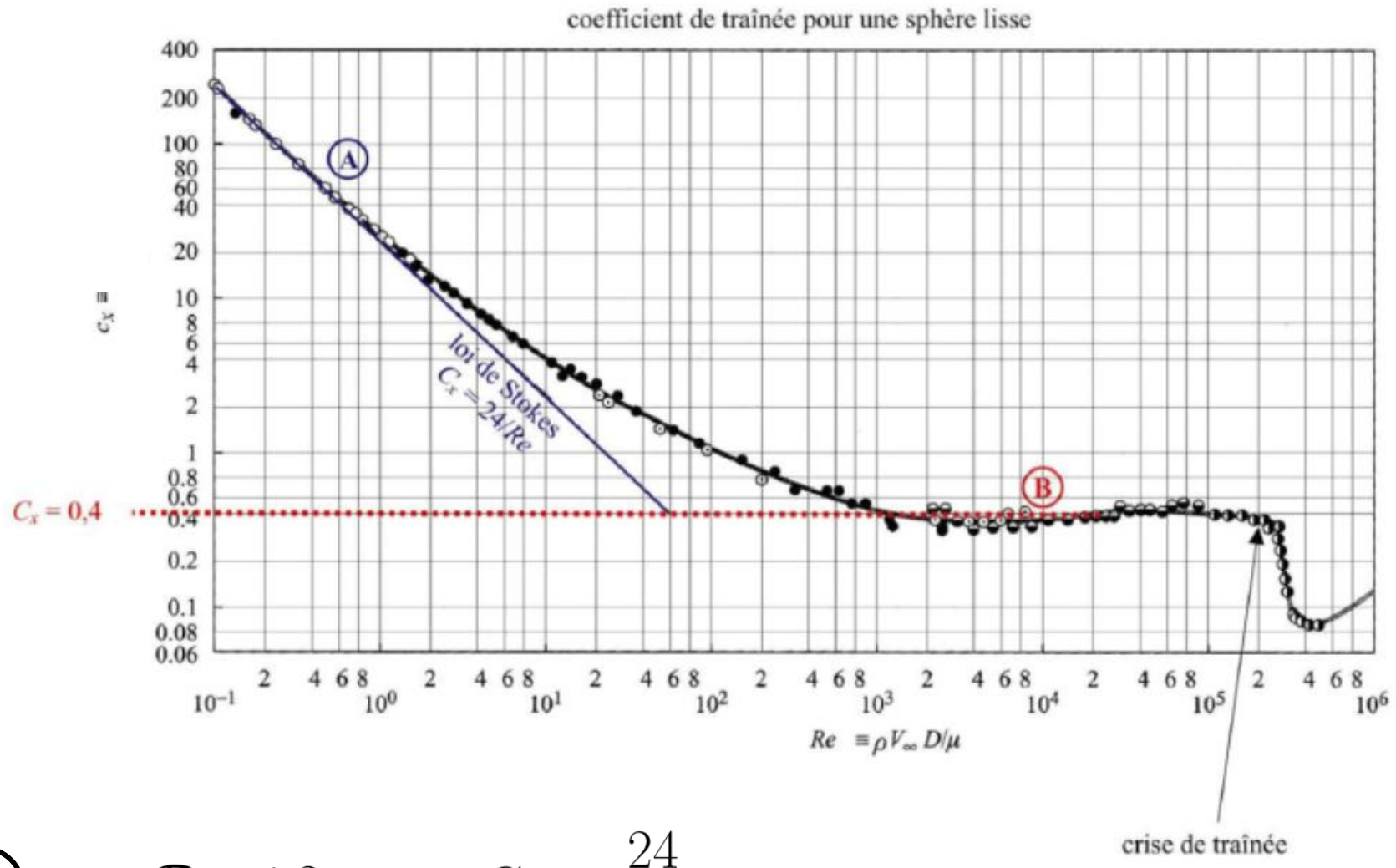
Allée de tourbillons de Karman



$\mathcal{R}_e \simeq 8000$

Décollement de la couche limite

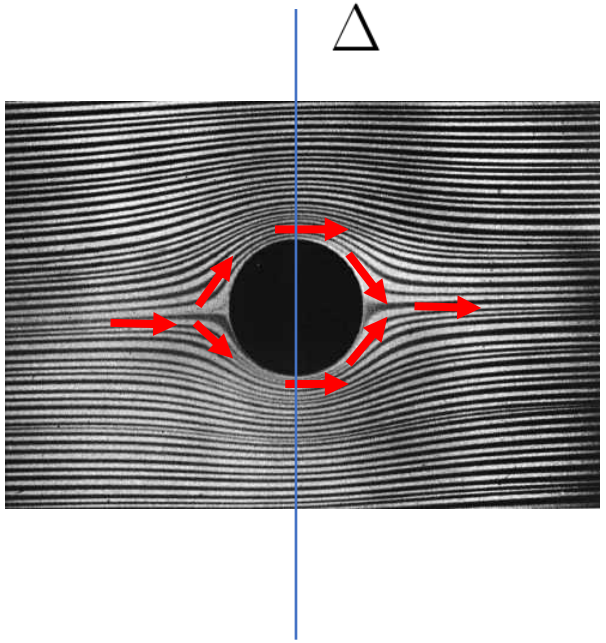
Evolution de C_x en fonction de R_e



A. Pour $\mathcal{R}_e \leq 2$, on a: $C_x = \dfrac{24}{\mathcal{R}_e}$

B. Pour $2000 \leq \mathcal{R}_e \leq 2.10^5$, on a: $C_x = 0,4$

a) Force de trainée à bas nombre de Reynolds ($\mathcal{R}_e \leq 2$)



Les écoulements amont et aval sont **identiques**.

Le plan Δ est un plan …… pour le champ des vitesses.

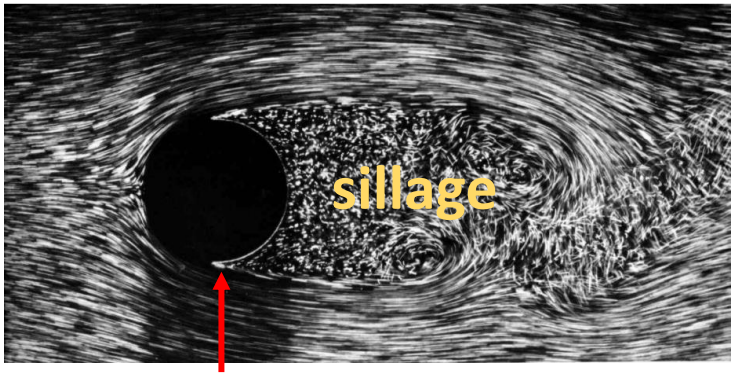
Le plan Δ est un plan de symétrie pour le champ de pression ➡ la pression est uniforme sur la sphère!

La résultante des forces de pression sur la sphère due à l'écoulement vaut:

A bas nombre de Reynolds, la force de trainée est donc uniquement due aux **effets de viscosité**.

Son expression est:

b) Force de trainée à haut nombre de Reynolds

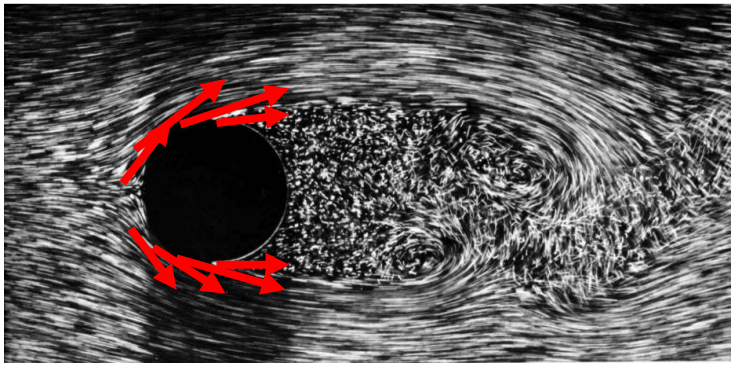


décollement de la couche limite

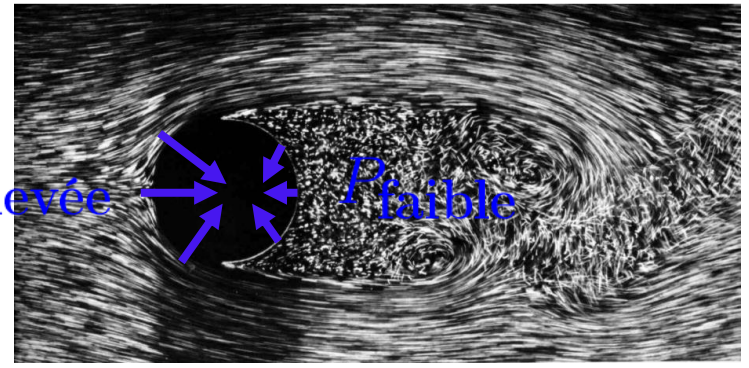
L'écoulement n'est plus symétrique: la couche limite se décolle et forme un sillage en aval. La pression est + élevée en amont qu'en aval!

On distingue alors deux effets de trainée.

La **trainée de frottement** due aux effets de viscosité (idem qu'à Reynolds faible).



La **trainée de forme** due à la différence de pression entre l'amont et l'aval. C'est la plus importante à Reynolds élevé.



- Dans ce cas, C_x est une constante.

$$\vec{F_t} = -\frac{1}{2} C_x \mu S U^2 \vec{u}_U$$

$\vec{u}_U$: vecteur unitaire dans le sens de *U*.

Forme	Coefficient de traînée
Sphère	0.47
Demi-sphère	0.42
Cube	1.05
Corps profilé	0.04
Semi-corps profilé	0.09

Mesures des coefficients de traînée

- Plus C_x est important, plus la trainée est forte, on cherche donc à diminuer le + possible C_x (et S) en aérodynamisme automobile.

Citroën 2CV (1948)

$C_x = 0.51$

Audi A4 (2011)

$C_x = 0.29$

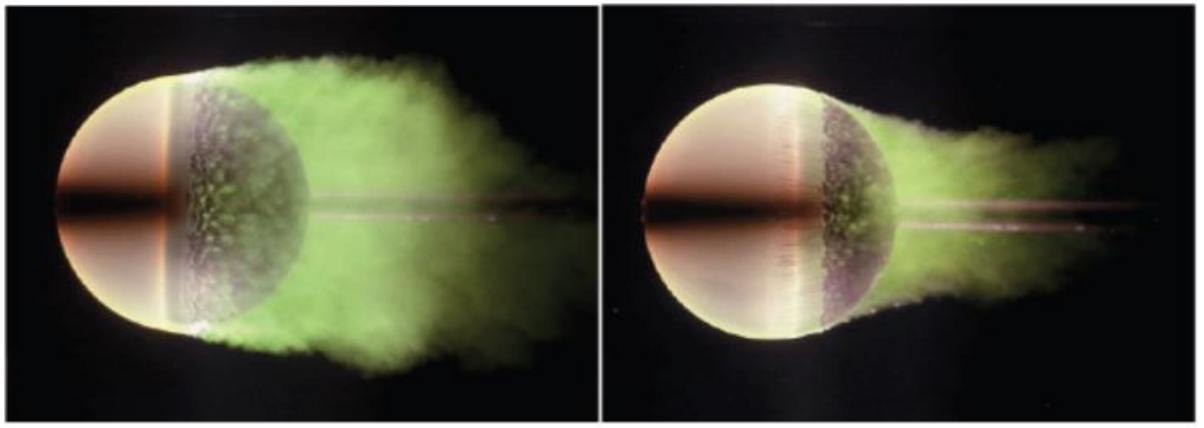
Volkswagen XL1 (2018)

$C_x = 0.16$

c) Crise de trainée $\mathcal{R}_e \geq 2.10^5$

Aux Reynolds très élevés, C_x chute brutalement puis se stabilise à une valeur + basse.

Cela s'explique par un décollement de la couche limite qui s'effectue + en aval (qui provient du fait que la couche limite devient elle-même turbulente).



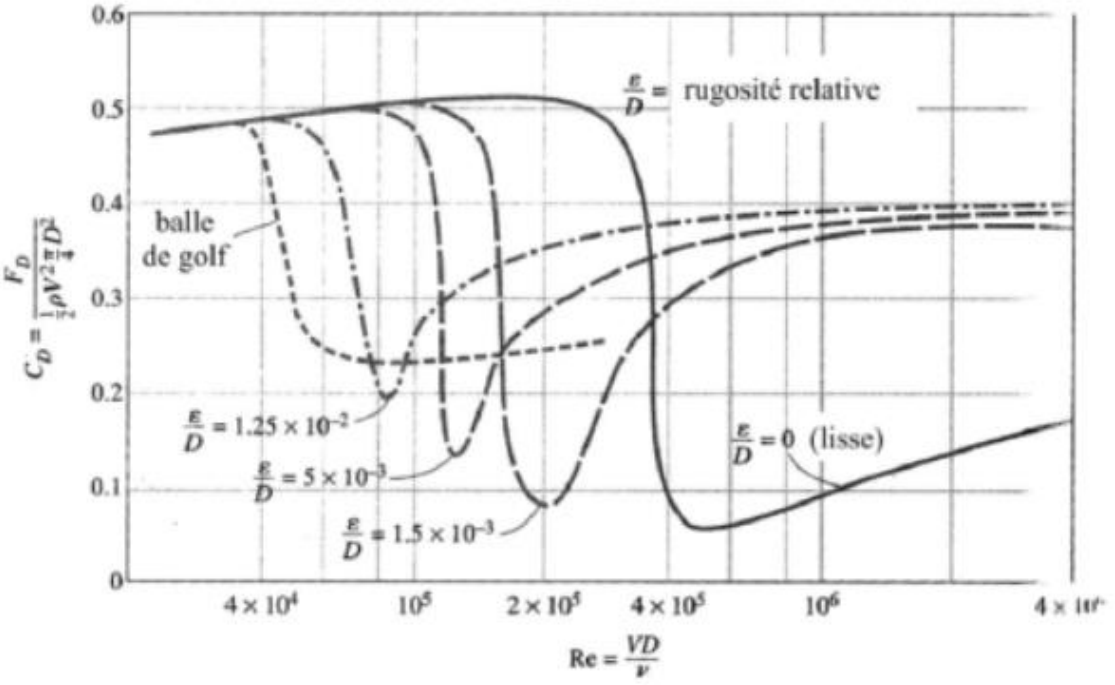
$Re \sim 2.10^4$ $Re \sim 5.10^5$

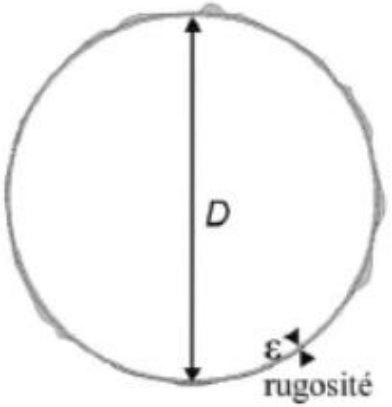
$$\mathcal{R}_{e_c} = \frac{\delta U}{\nu} = \frac{LU}{\sqrt{\mathcal{R}_e}\nu} = \sqrt{\mathcal{R}_e}$$

nombre de Reynolds dans la couche limite

Le sillage étant moins important, le déséquilibre de pression entre l'amont et l'aval est moins important. La trainée de forme chute.

A propos de la balle de Golf





La structure alvéolaire de la balle rend la couche limite plus rapidement turbulent. La crise de trainée intervient à Reynolds plus faible. Le coefficient de trainée est plus faible que pour une balle lisse.

4) Ecoulement autour d'une aile d'avion

a) Vocabulaire

extrados: surface supérieure de l'aile

intrados: surface inférieure de l'aile

bord d'attaque: point de raccordement des deux surfaces à l'avant.

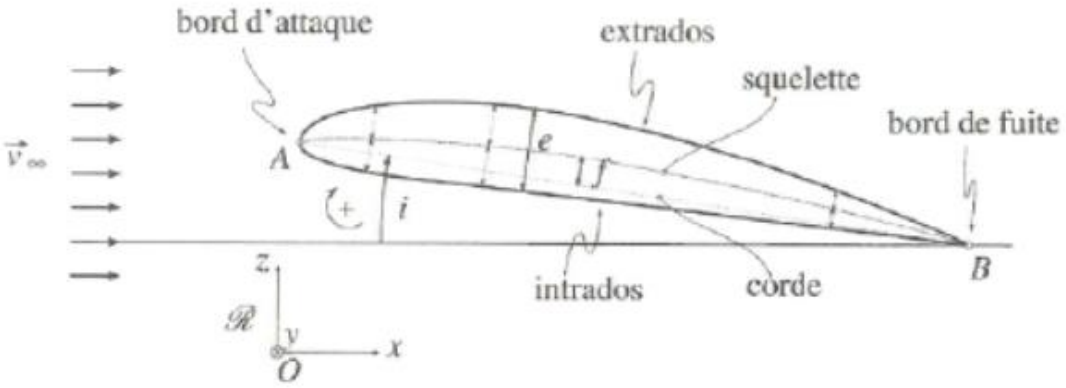
bord de fuite: idem mais à l'arrière.

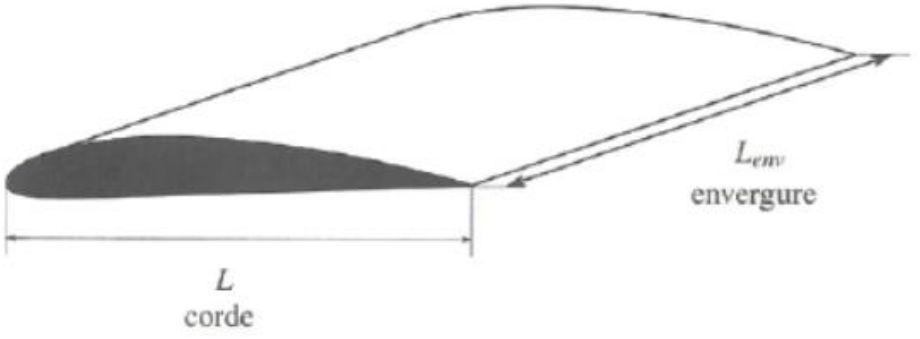
corde: droite joignant le bord d'attaque et le bord de fuite.

squelette: courbe reliant le bord d'attaque du bord de fuite en restant à équidistance de l'intrados et de l'extrados.

envergure: longueur de l'aile

l'angle d'attaque *i* correspond à l'angle entre la direction de l'écoulement de l'air et la corde.

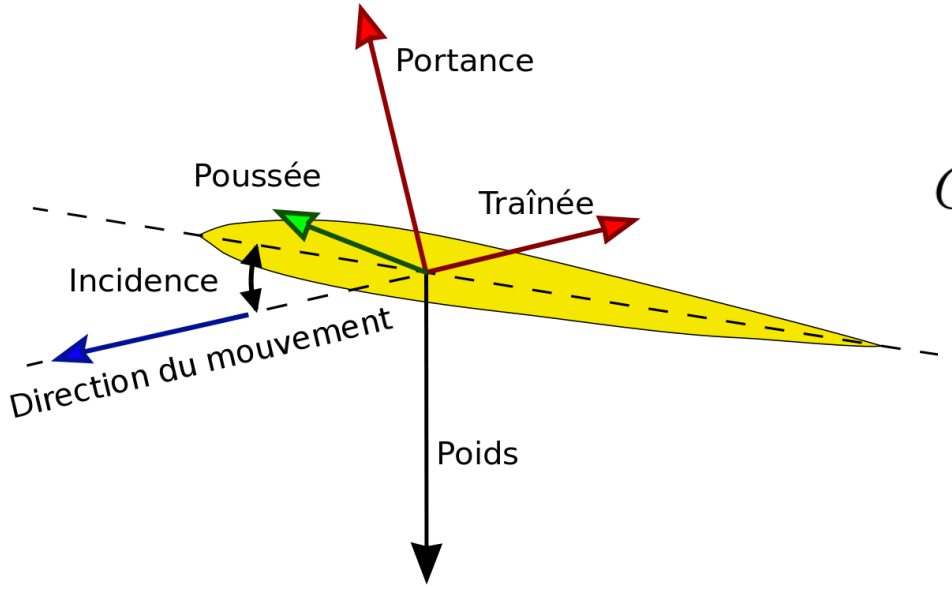




b) Trainée et portance d'une aile

Pour le calcul du nombre de Reynolds, on prendra la longueur *L* de la corde comme distance caractéristique.

- Pour un avion de ligne $\mathcal{R}_e$ =



$$C_x = \frac{\| \vec{F}_t \|}{\frac{1}{2}\mu S U^2} \qquad C_z = \frac{\| \vec{F}_p \|}{\frac{1}{2}\mu S U^2}$$

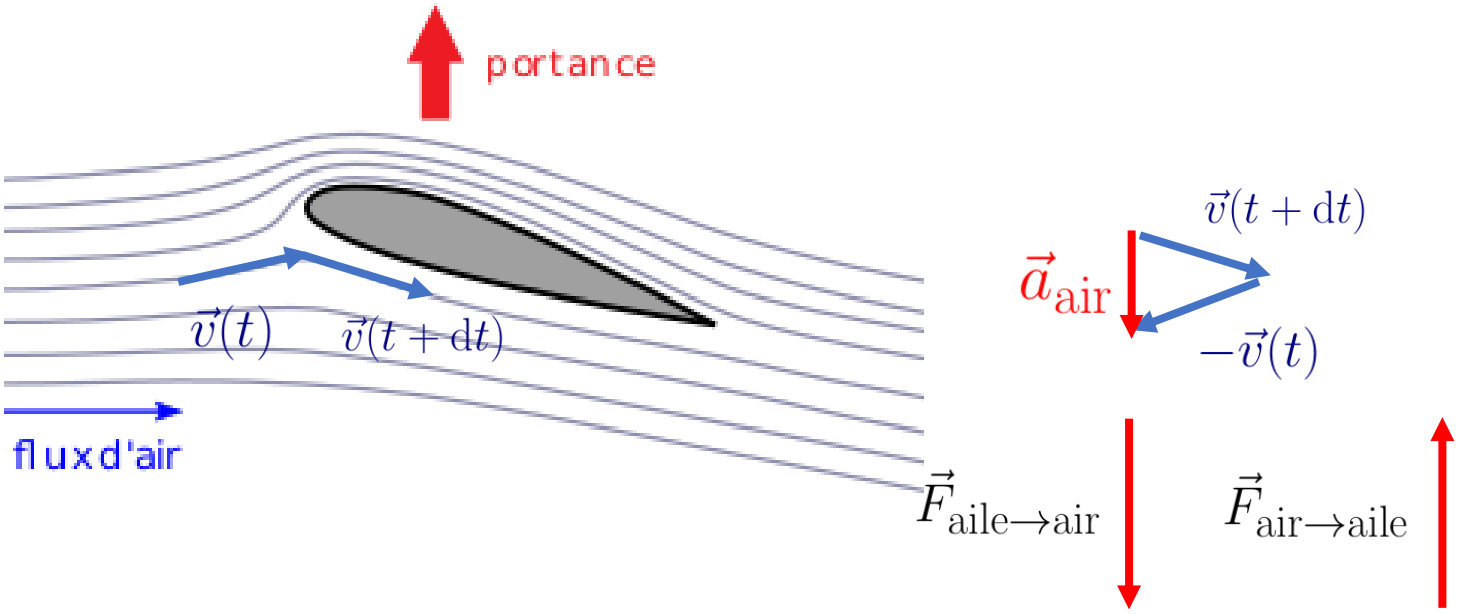
$$S = L \times L_{\text{env}}$$

(surface alaire)

La poussée est due à l'échappement des gaz du réacteur.

Attention! La portance ne s'oppose pas nécessairement au poids.

- La portance est due à une différence de pression entre l'intrados et l'ultrados.



1) Explication simple par les lois de Newton:

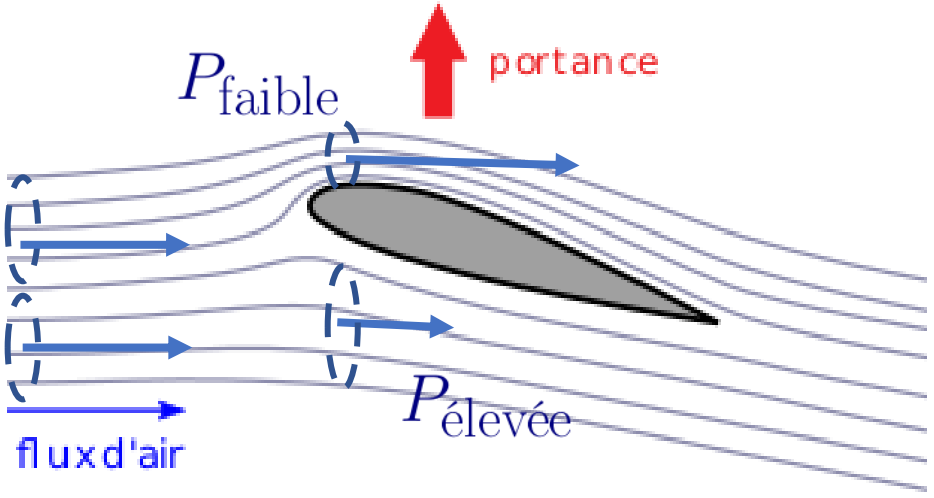
L'angle d'attaque positif de l'aile en mouvement implique que l'intrados oriente l'air incident vers le bas. L'aile exerce donc sur l'air une force vers le bas.

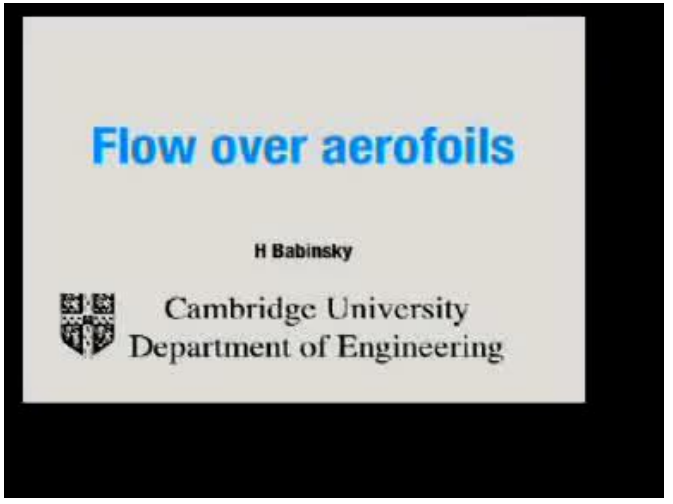
Par le principe des actions réciproques, l'air exerce donc une force sur l'aile vers le haut.

2) Explication simple par le théorème de Bernoulli

Le profil de l'extrados est tel que le fluide va plus vite sur le dessus de l'aile.

En effet, considérons deux tubes de champs. Le tube du dessus se resserre et celui du dessous s'élargit. La conservation du débit volumique $\mathcal{D}_v = vS$ impose que la vitesse soit + grande en haut qu'en bas.





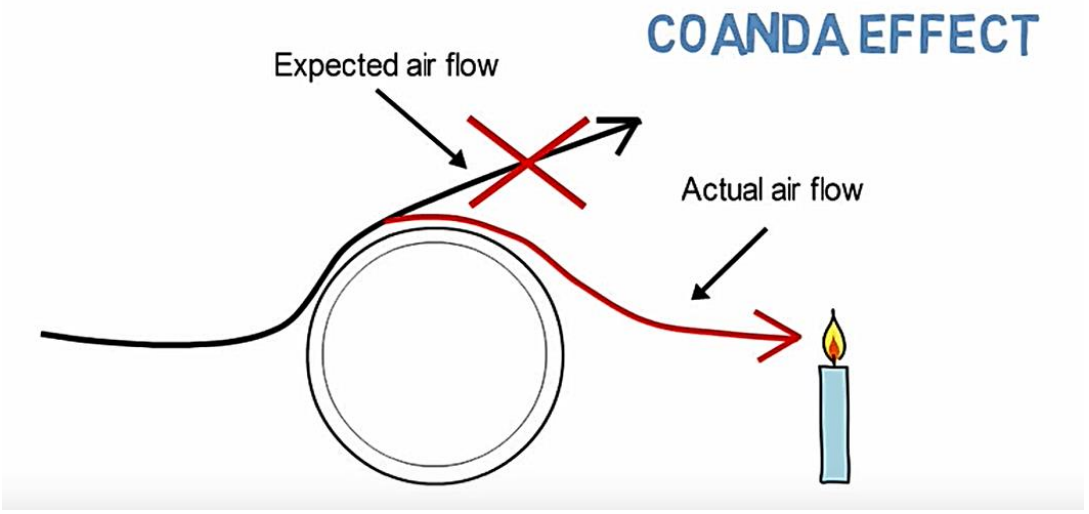
Le théorème de Bernoulli montre que plus la vitesse est grande, plus la pression est plus faible.

$$P + \frac{\rho v^2}{2} = \text{cste}$$

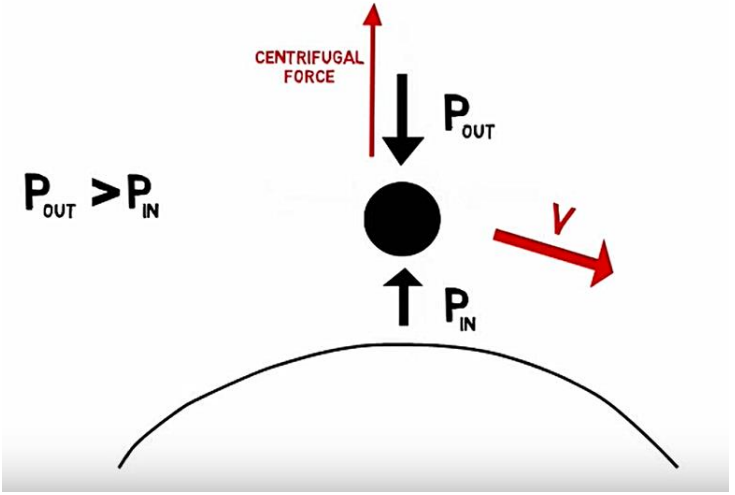
Il y a donc une dépression sur l'extrados et une surpression sur l'intrados, d'où la portance.

- **3) Le rôle de l’effet Coanda**

- Effet Coandă: un fluide en écoulement est dévié par une paroi convexe.

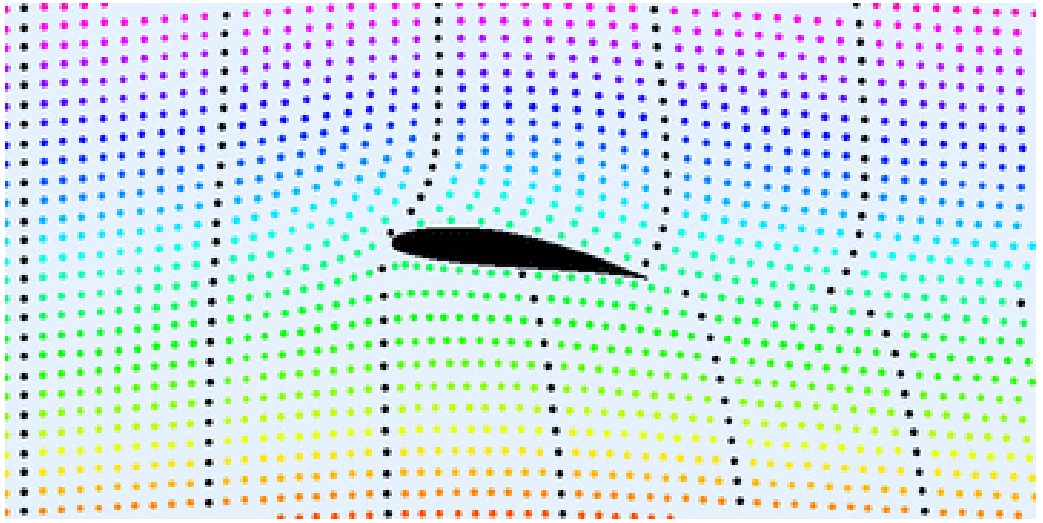


- Cette déflexion implique l'existence d'un gradient de pression négatif lorsqu'on s'approche de la paroi.



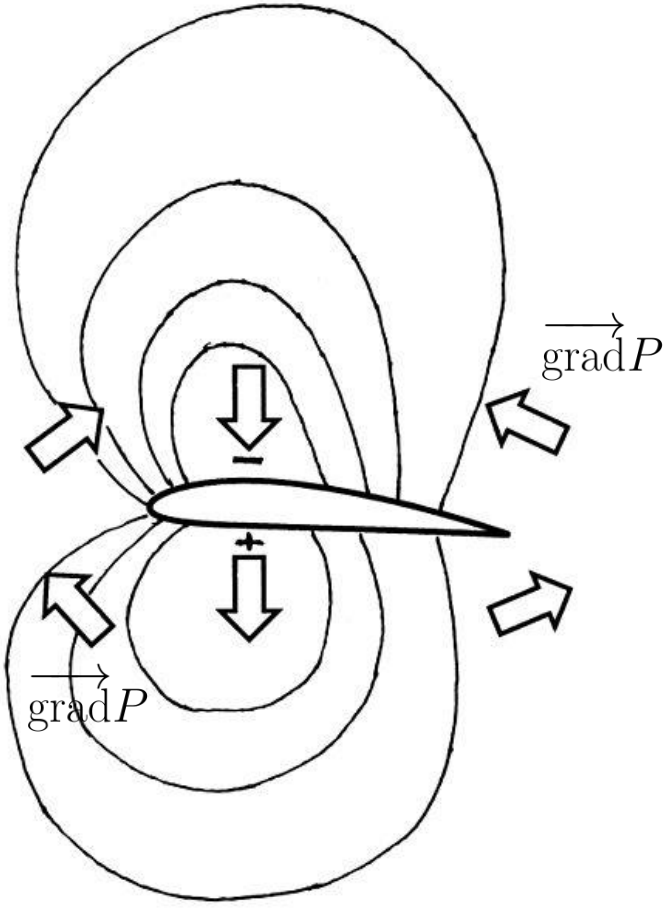
Champ des vitesses et champ des pressions

Champ des vitesses



L'air s'écoule (beaucoup) plus vite sur l'extrados que sur l'intrados. La pression est plus élevée en dessous qu'au dessus.

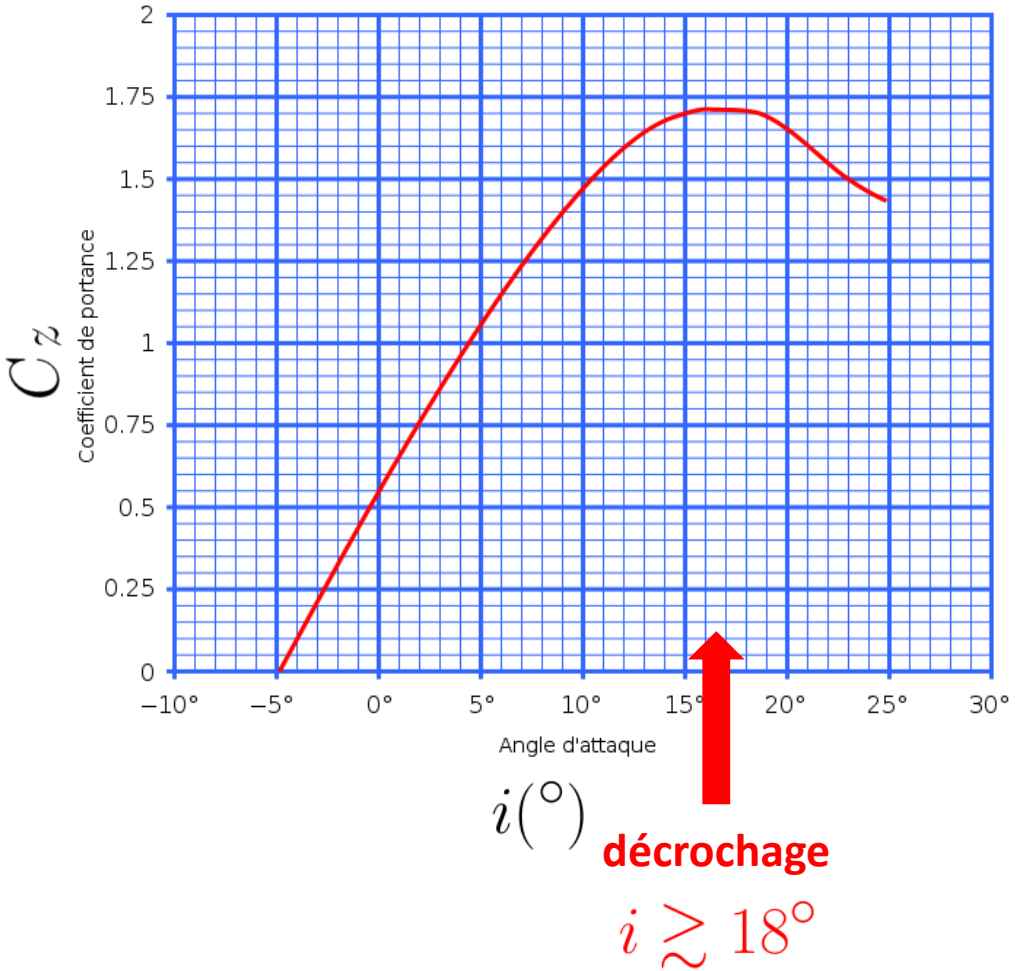
Isobare des pressions

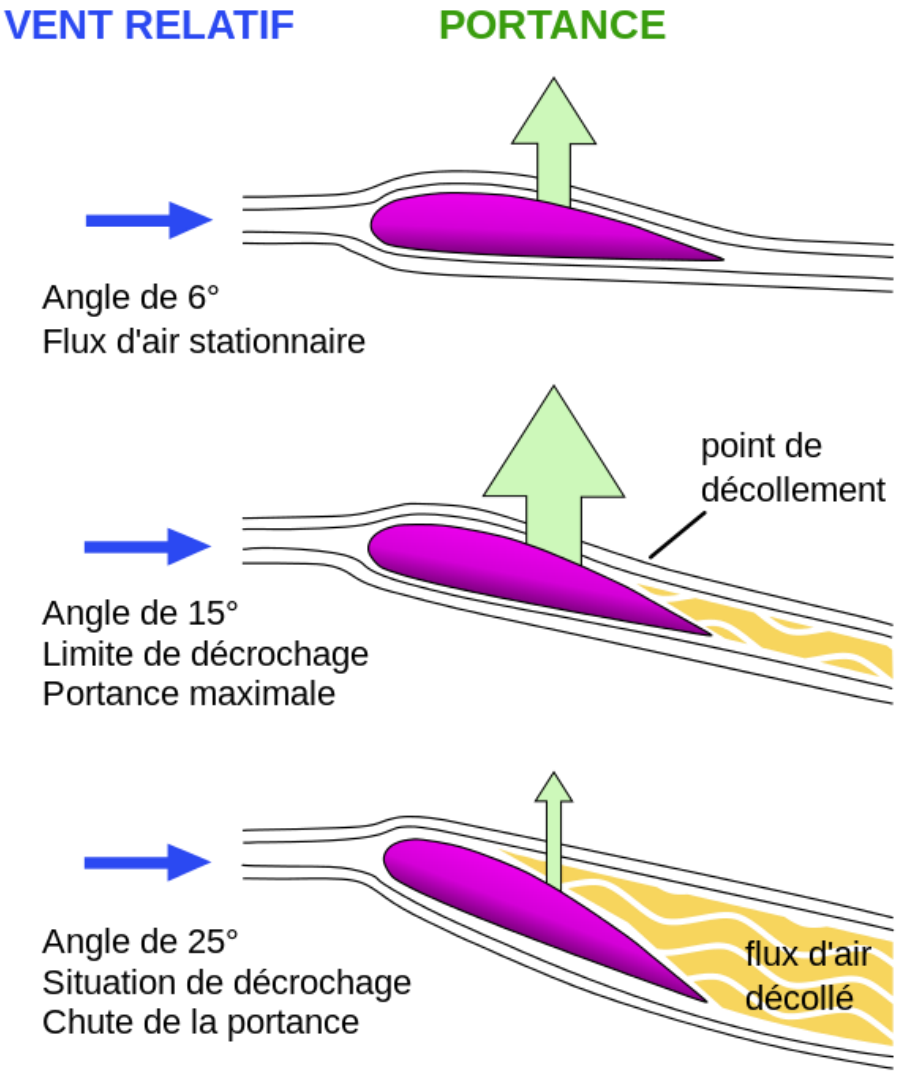


Le gradient de pression ralentit le fluide sur l'intrados et l'accélère sur l'extrados.

c) Décrochage

- Les coefficients C_x et C_z dépendent tous deux de l'angle d'attaque.



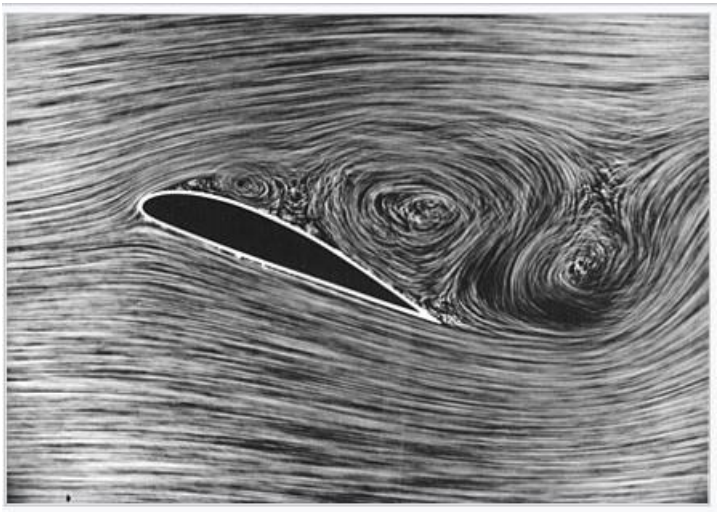


Flow over aerofoils

H Babinsky

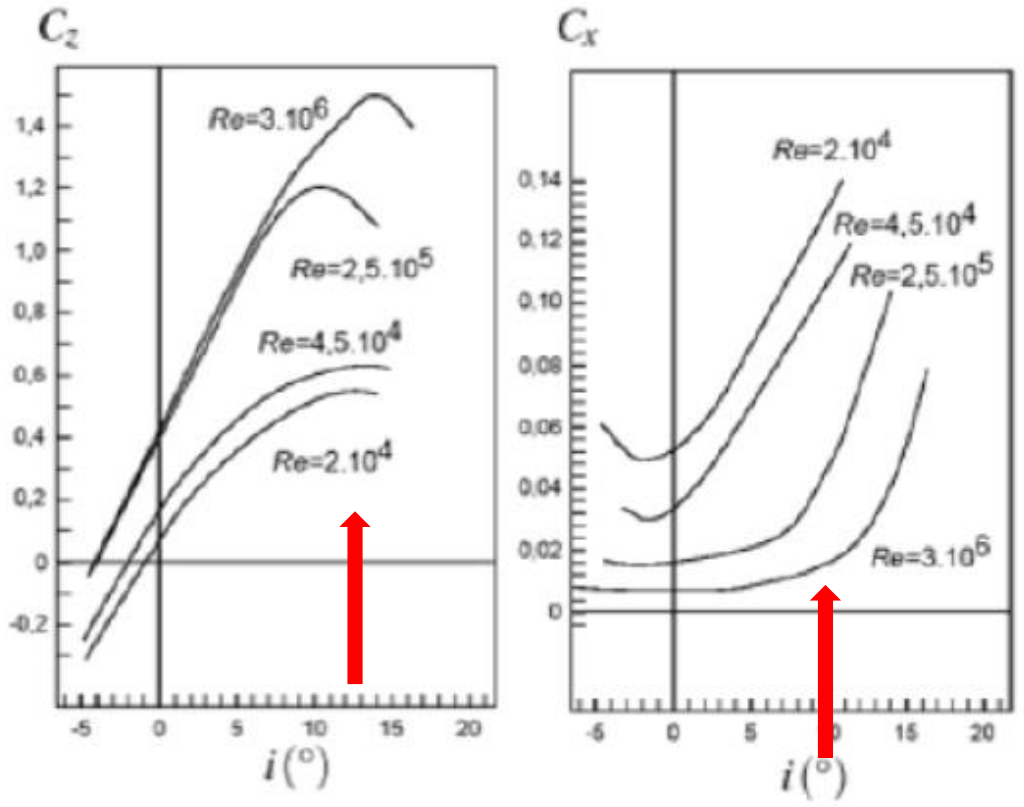
Cambridge University
Department of Engineering

Avant décrochage



Proche du décrochage

Abaque des coefficients de trainée et de portance

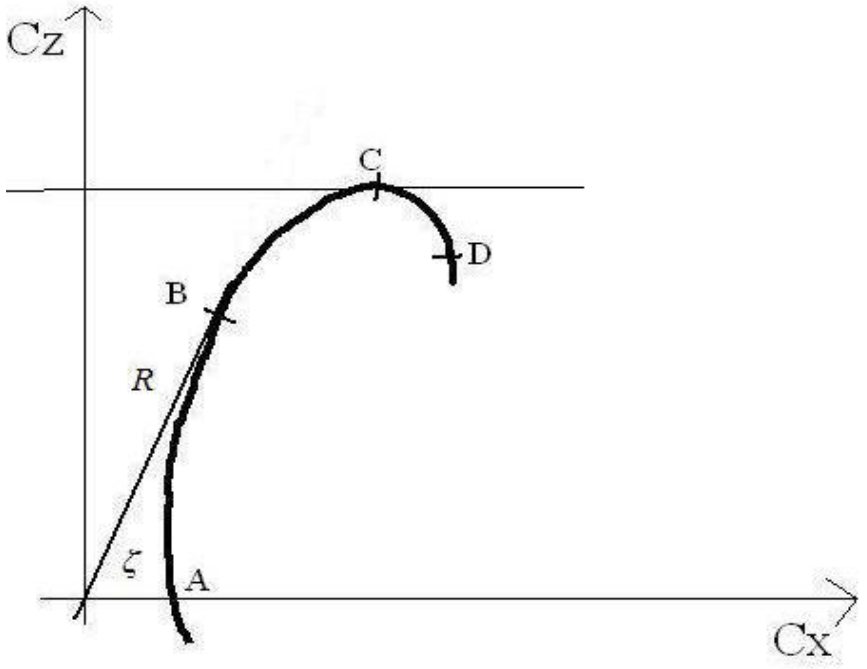


Pour des grands angles d'attaque, le coefficient de portance chute et le coefficient de trainée augmente -> décrochage…

L'angle de décrochage dépend beaucoup du nombre de Reynolds mais aussi de la longueur de l'aile, de sa forme…

Finesse (*Lift/Drag ratio)* et Polaire

- La **polaire** est la courbe $C_z = f(C_x)$ pour un nombre de Reynolds et une aile d'avion donnée.



- La **finesse** est le rapport $\frac{C_z}{C_x}$ pour un angle d'incidence donné.

- La finesse est reliée à la pente de la trajectoire.