TD n°10 Bilans

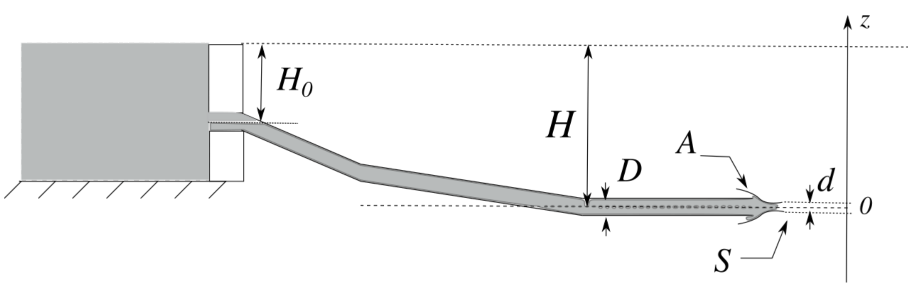
ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

Résumé
⋆ Exercice niveau CCP
• Exercice niveau Centrale/Mines-Ponts
⋄ Exercice nécessitant un sens physique particulier.

1. Conduite forcée pour une installation hydroélectrique⋆

Une conduite gravitaire amène l'eau (fluide parfait homogène et incompressible de masse volumique ρ) d'un barrage vers une turbine de type Pelton. La conduite cylindrique, de diamètre constant $D = 30$ cm, se termine horizontalement, son axe étant situé à $H = 160$m au dessous de la surface libre de l'eau dans le barrage de grande capacité. A la sortie de la conduite en A (figure ci-dessous), le jet d'eau est à l'air libre et frappe les augets de la turbine pour l'animer d'un mouvement de rotation. Le départ de la conduite est à $H_0 = 20$ m au dessous de la surface libre de l'eau, de niveau pratiquement constant (grande capacité). les frottements (et donc les pertes de charge) sont négligés.

Données : $g = 10$ m.s^{-2}, $P_0 = 10^5$ Pa et $\rho = 10^3$ kg.m^{-3}.



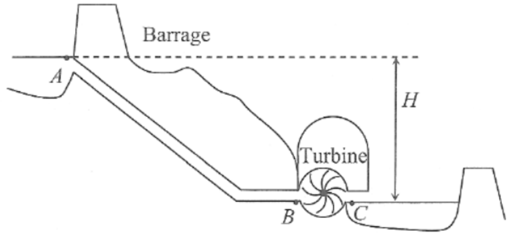
1. Calculer la vitesse v_A de l'eau à la sortie A de la conduite. Faire l'application numérique.
2. Que peut-on dire du champ des vitesses dans la conduite ? En déduire la loi de Pression $P(z)$ dans la conduite. Montrer que l'on a un phénomène de cavitation (ébullition de l'eau sous très faible pression) dans une région de la conduite à déterminer (on admet que la cavitation apparaît quand la pression est voisine de zéro). Faire l'application numérique.

On visse sur l'extrémité A un injecteur (tubulure de section décroissante) de diamètre de sortie $d < D$ et d'axe horizontal.

3. La vitesse d'éjection est-elle modifiée ? et la vitesse dans la conduite ? Etablir la loi de variation $P'(z)$ de la pression dans la conduite et montrer que la cavitation y disparaît totalement pour $d < d_0$. Calculer d_0.
4. En prenant $d = 15$ cm, calculer la vitesse v_S de l'eau à la sortie S, le débit volumique Q_V. Calculer ensuite la puissance cinétique du jet (son énergie cinétique par unité de temps) et montrer qu'elle s'exprime sous la forme du produit de la pression dynamique (à évaluer) par le débit volumique.

2. Pertes de charge ⋆

Lors de la phase de vidange du barrage de Grand'Maison, l'eau s'écoule dans une conduite forcée reliant le lac de retenue en amont de Grand'Maison à la retenue du Verney en aval. La conduite a une longueur de 1450 m. Elle se termine par un coude la ramenant à l'horizontal pour alimenter une turbine Pelton qui assure la conversion d'une partie de l'énergie potentielle de l'eau en énergie cinétique de rotation de la turbine. La conduite a un diamètre constant de D =3 mètres et se caractérise par une perte de charge Δh exprimée en hauteur d'eau. La vitesse dans la conduite est $v = 3,6$ m.s^{-1}.



La viscosité cinématique de l'eau dans la conduite est prise égale à $\eta = 1,8.10^{-3}$ Pa.s, sa masse volumique est $\rho = 1,0.10^3$ kg.m^{-3}. La hauteur de chute est prise égale à $H = 922$ mètres.

1. Estimer les pertes de charge régulière le long de la conduite, sachant que sa rugosité absolue ε est de l'ordre de 1 mm (on utilisera le diagramme de Moody fourni en cours). On rappelle la formule de Darcy-Weisbach :

$$\Delta P = \lambda \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2}$$

2. Calculer la perte de charge ΔP_{coude} provoquée par le passage du coude terminal avant l'entrée dans la turbine Pelton. Le coefficient de perte de charge singulière sera pris égal à $K \approx 1,5$. On rappelle la formule des pertes de charge singulière :

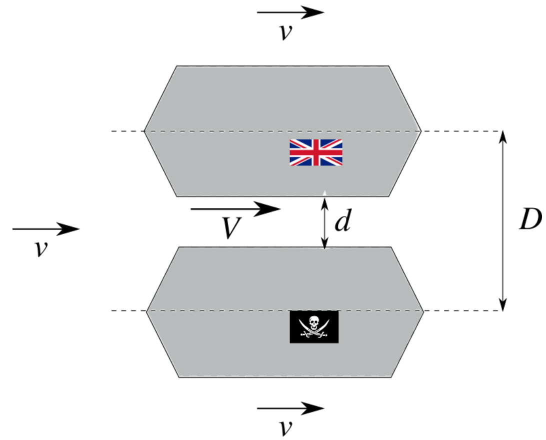
$$\Delta P_{\text{coude}} = K \frac{\rho v^2}{2}$$

Commenter.

3. En un point A à la surface de la retenue amont, la vitesse est supposée nulle. En déduire la pression en hauteur d'eau équivalente $\frac{P_B}{\rho g}$ à l'entrée de la turbine. Application numérique.
4. On suppose pour simplifier qu'en sortie de la Pelton au point C, la pression est égale à la pression atmosphérique et la vitesse est négligeable. En considérant que la Pelton a un rendement de 75 %, quelle est la puissance mécanique disponible sur l'arbre de la turbine ?

3. Abordage

On considère deux navires identiques, assimilés à des parallélépipèdes de longueur L, terminés à l'avant et à l'arrière par deux dièdres (cf. figure ci-dessous). On désigne par d la distance séparant leurs bords proches et par D la distance entre leurs plans de symétrie longitudinaux. Les navires naviguent ensemble.

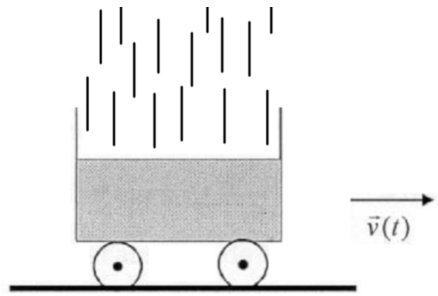


On se place dans un repère lié aux bateaux. Dans ce repère, les navires sont immobiles et c'est la mer qui est animée d'une vitesse constante notée $\vec{v}$. Cependant, dans l'intervalle séparant les coques des navires, et jusqu'à la profondeur H, la vitesse de la mer est différente et on la note $\vec{V}$. L'eau est considérée comme un fluide parfait et incompressible. Le régime est permanent.

1. Calculer la vitesse V en fonction de v, d et D.
2. Déterminer l'expression de l'écart de pression entre un point A loin des navires et un point B entre les navires.
3. Déterminer alors la force $\vec{F}$, perpendiculaire aux navires, qui s'exerce sur chaque bateau. AN : $L = 50$ m ; $H = 3$ m ; $v = 5$m.s^{-1} ; $d = 20$ m ; $D = 25$ m. Connaissez-vous un autre exemple de phénomène de ce genre ?

4. Ralentissement d'un chariot⋆

Un chariot, rempli de sable, avance sans frottements sur des rails horizontaux avec une vitesse $\vec{v}_0$ Sa masse totale est alors m_0 La section du chariot perpendiculaire à la verticale est notée S.



Soudain, la pluie se met à tomber, verticalement, et il rentre, par seconde, $\mathscr{D}_m$ kilogrammes d'eau dans le chariot. Donner la loi d'évolution de la vitesse $v(t)$ du chariot.

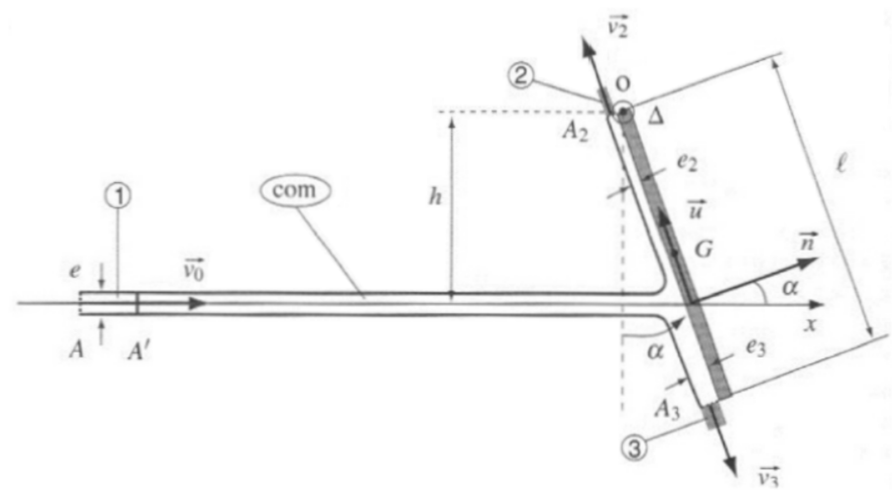
5. Clapet à eau•

Soit une plaque de masse M, de largeur ℓ et de longueur L, mobile autour de l'axe horizontal Δ, la liaison étant parfaite (figure ci-dessous). Sous l'action d'un jet d'eau parallélépipédique d'épaisseur e et de largeur L, elle s'incline d'un angle α par rapport à la verticale. On néglige le poids du fluide et on se place en régime stationnaire.

L'eau est considérée comme un fluide parfait, incompressible, de masse volumique μ. En arrivant sur la plaque, le jet d'eau se sépare en deux parties, l'une vers le haut d'épaisseur e_2, l'autre vers le bas d'épaisseur e_3. Le jet d'eau est à la distance h de l'axe de rotation Δ de la plaque.

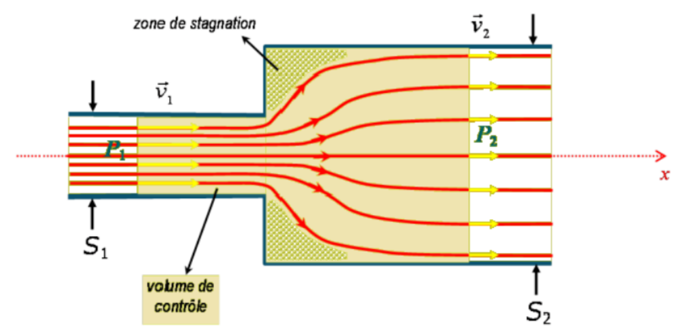
1. En effectuant un bilan de moment cinétique par rapport à l'axe Δ sur le système constitué de la plaque et d'une masse de fluide bien déterminée, déterminer l'angle d'équilibre α.

2. En effectuant un bilan de quantité de mouvement sur le fluide uniquement, exprimer les épaisseurs des jets e_2 et e_3 en fonction de e et α. On négligera tout effet de pesanteur.



6. Perte de charge singulière dans un écoulement•

Le but de cet exercice est d'évaluer le coefficient de pertes de charge singulière lorsqu'une canalisation change brutalement de section. On ne considérera pas les pertes de charge régulières et on néglige la pesanteur. L'écoulement est permanent et incompressible. La masse volumique du fluide est $\mu = $ cste.



On note P_1, S_1, v_1 les pressions, sections, vitesse à l'entrée, P_2, S_2, v_2 à la sortie. L'écoulement fait apparaître des zones de stagnation dans lesquelles on considérera que la vitesse est nulle.

1. On admet que la pression dans les zones de stagnation est proche de la pression d'entrée P_1. Montrer que la résultante des forces de pression s'exerçant sur le

volume de contrôle peut s'écrire

$$F_p = (P_1 - P_2)S_2$$

2. En faisant un bilan de quantité de mouvement, déterminer une autre expression de cette force en fonction des vitesses et sections d'entrée et de sortie et de la masse volumique μ
3. Déterminer la perte de charge en fonction de la vitesse d'entrée v_1 et des sections d'entrée et de sortie S_1 et S_2. Que retrouve-t-on ?

7. Résolution de problème : pommeau de douche◇

Un pommeau de douche est posé sur son socle qu'on a dévissé pour en débloquer la liaison pivot horizontale. Le pommeau est donc libre de tourner. Un enfant s'amuse à ouvrir l'arrivé d'eau et constate que le pommeau de douche bouge.

Déterminer l'intervalle de débit volumique Dv de l'eau permettant l'équilibre du pommeau. Les positions d'équilibres trouvées sont-elles stables ?