

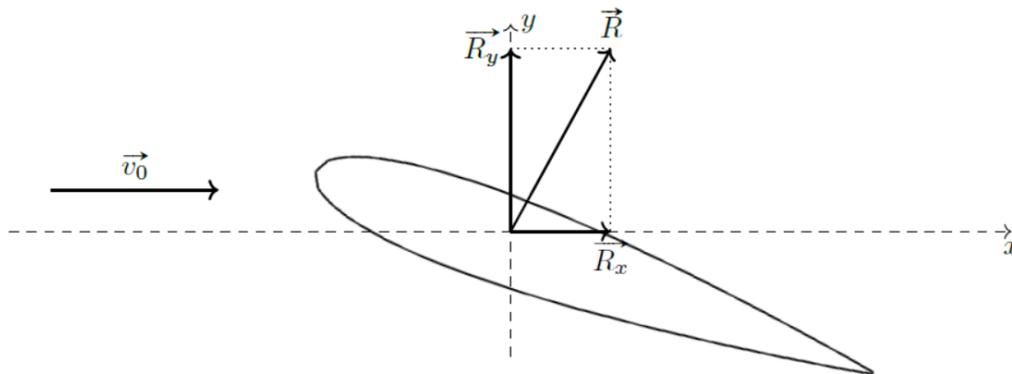
Correction DM n°3

PSI 2020/2021

Pour le 2 Novembre

Partie I Étude simplifiée du vol d'un Airbus A320

Q1. La direction de la force de trainée est toujours dans le même sens que la direction du vent et la force de portance est perpendiculaire à la force de trainée. Le schéma des forces est donc :



Q2. À pente et assiette nulles, on a $\alpha = \beta = 3^\circ$. La vitesse du centre de masse étant supposée constante, l'avion a un mouvement rectiligne uniforme. Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, il subit l'action du poids, de la poussée, de la traînée et de la portance aérodynamiques exercées par l'air (supposé immobile dans le référentiel terrestre). Le mouvement étant horizontal, la traînée est également horizontale et la portance est verticale. En n'oubliant pas qu'il y a deux ailes, on projette l'équation du mouvement :

$$\begin{cases} 0 &= -F + \rho S C_x(\beta) v_0^2 \\ 0 &= -mg + \rho S C_y(\beta) v_0^2 \end{cases}$$

Q3. On lit $C_x(3^\circ) = 2 \times 10^{-2}$ et $C_y(3^\circ) \approx 0,4$. Il vient, en assimilant la surface portante d'une aile à $S = 3 \times 12\text{m}^2$:

$$v_0 = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_y(\beta)}} = 1,8 \times 10^2 \text{m.s}^{-1} = 650 \text{km.h}^{-1}$$

On en déduit la valeur de la force de poussée :

$$F = 2,9 \times 10^4 \text{N}$$

Q4. La pression au voisinage de l'aile s'exprime par :

$$P = P_0 + K_p(P_t - P_0) = P_0 + K_p \times cste$$

la pression totale P_t étant constante d'après l'énoncé. A angle d'incidence non nul, on voit que la valeur de K_p n'est pas la même sur l'intrados et sur l'extrados, ce qui illustre une différence de pression entre le dessus et le dessous de l'aile. Cette différence de pression est à l'origine de la force de portance.

Q5. Les deux courbes sont confondues pour $\alpha = 0$ car l'aile est symétrique. Donc la résultante des forces de pression est alors nulle et la portance aussi.

Q6. En supposant la trajectoire horizontale, la vitesse de l'avion permettant sa sustentation vaut :
 $v = \sqrt{\frac{mg}{\rho S C_y(\alpha)}}$. Or, on voit sur la figure 2 que C_y a une valeur maximale de l'ordre de 1,6. Il faut donc que la vitesse de l'avion vérifie :

$$v > \sqrt{\frac{mg}{1.6\rho S}}$$

Q7. On a $v_{\min} = \sqrt{\frac{mg}{1.6\rho S}}$.

Q8. L'angle d'incidence correspondant vaut $\alpha \approx 14^\circ$.

Q9. L'application numérique donne $v_{\min} = 92\text{m.s}^{-1} = 330\text{km.h}^{-1}$.

Q10. En phase d'atterrissage, la vitesse de l'avion diminue. Pour conserver une certaine portance, l'avion devra donc se cabrer pour accroître l'angle d'incidence et le coefficient C_y . Si la vitesse diminue trop rapidement ou si l'angle d'incidence dépasse les 14° (ce qui entraîne une chute du C_y), la portance peut chuter trop brusquement, entraînant un possible décrochage.

Q11. Les dispositifs dits *hypersustentateurs*, comme les bords de fuite et les volets, sont déployés sur l'aile d'un avion pour augmenter son coefficient de portance aux basses vitesses, et abaisser ainsi la vitesse minimale de sustentation. Ces dispositifs permettent de décoller et d'atterrir à plus basse vitesse ce qui diminue les distances nécessaires et améliore la sécurité.

D'après la figure 5, les volets augmentent le C_y à angle d'incidence égal. L'avion pourra donc décélérer sans décrocher tout en conservant son incidence. Les bords de fuite augmentent la valeur du C_y pour les grands angles d'incidence. L'avion pourra donc se cabrer davantage. La vitesse minimale de sustentation avec les bords de fuite seuls vaut $v_{\min, \text{bec}} = 330\text{km.h}^{-1}$ ce qui est trop élevé. Avec les volets seuls, cette vitesse minimale passe à environ 240 km.h^{-1} , ce qui permet de garder un peu de liberté sur l'assiette pour ajuster la vitesse.

Q12. Il suffit de reprendre la démonstration faite en cours pour montrer que $f = \frac{C_y}{C_x}$.

Q13. Graphiquement, f est la pente d'une droite passant par l'origine et un point de la polaire de Eiffel. La finesse est alors maximale quand cette pente est maximale et que la droite devient tangente à la polaire.

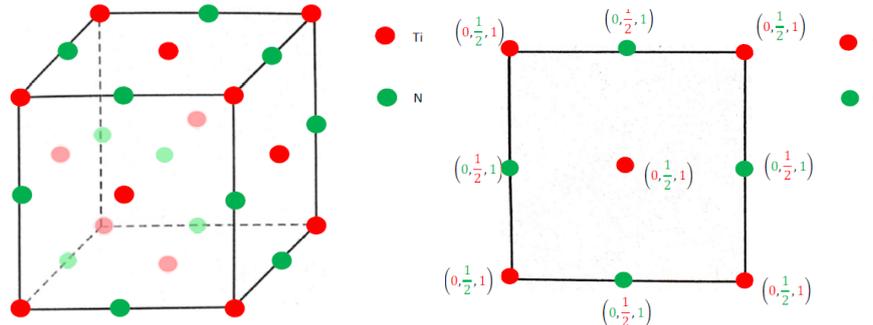
Q14. Par lecture de la figure 6, on trouve $f_{\max} \approx \frac{1,2}{2,5 \times 10^{-2}} = 48$.

Q15. La distance horizontale maximale parcourue est alors de l'ordre de 48 kms pour une hauteur de chute de 1 km.

Q16. La réponse est plus ou moins dans la question. Il y a certainement augmentation de C_x et probablement une diminution de C_y . On peut penser que le fuselage participe davantage à la traînée qu'à la portance, par exemple.

Partie II Applications des alliages du titane dans l'industrie

Q1. On obtient la maille ci-dessous.



Q2. Il y a un atome de titane à chaque sommet du cube (il y en a huit) qui est partagé entre huit mailles. Il y a un atome de titane au centre de chaque face du cube (il y en a six) qui est partagé entre deux mailles. On a donc :

$$8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ atomes de titane par maille.} \quad (1)$$

Il y a un site octaédrique au centre de la maille (en propre). Il y a un site octaédrique au milieu de chaque arête du cube (il y en a douze) qui est partagé entre quatre mailles. On a donc :

$$1 \times 1 + 12 \times \frac{1}{4} = 4 \text{ atomes d'azote par maille.} \quad (2)$$

Les deux atomes sont donc en proportions identiques dans la maille, ce qui justifie la stœchiométrie de la formule du cristal N_4Ti_4 , soit plus simplement NTi .

Q3. Par définition de la masse volumique :

$$\rho = \frac{m_{\text{matière dans une maille}}}{V_{\text{maille}}} = \frac{4m_{\text{un motif de NTi}}}{a^3} = \frac{4M}{a^3 \mathcal{N}_A}. \quad (3)$$

On en déduit :

$$a = \sqrt[3]{\frac{4M}{\rho \mathcal{N}_A}} = 4,28 \times 10^{-10} \text{ m.} \quad (4)$$

Q4. Les atomes de titane sont tangents le long de la diagonale d'une face du cube :

$$4R(\text{Ti}) = a\sqrt{2}, \quad (5)$$

soit :

$$R(\text{Ti}) = \frac{a}{2\sqrt{2}} = 1,51 \times 10^{-10} \text{ m.} \quad (6)$$

Q5. Un atome de titane et un site octaédrique sont tangents selon l'arête du cube :

$$R(\text{Ti}) + R_o = \frac{a}{2}. \quad (7)$$

Or, $R(\text{Ti}) = \frac{a}{2\sqrt{2}}$. On en déduit :

$$R_o = \frac{a}{2} - \frac{a}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 62,6 \text{ pm} \quad (8)$$

On constate que $R_o > R(\text{Ni})$: les sites octaédriques peuvent donc accueillir un atome d'azote.

Q6. On fait l'hypothèse d'une réaction d'ordre un. On a alors, d'une part, $v = k[P] = kC$ et, d'autre part, $v = -\frac{dC}{dt}(t)$. On a alors :

$$\frac{dC}{dt}(t) + kC(t) = 0. \quad (9)$$

La solution de cette équation différentielle s'écrit :

$$C(t) = C_0 e^{-kt}, \quad (10)$$

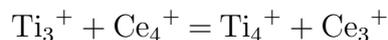
où C_0 est la concentration initiale en pesticide. On a alors :

$$\ln C(t) = \ln C_0 - kt. \quad (11)$$

On réalise une régression linéaire à l'aide du nuage de points de coordonnées $(t, \ln C)$. On observe qualitativement que les points sont alignés. Cela confirme l'hypothèse initiale.

Q7. La valeur absolue du coefficient directeur de la droite de régression donne la valeur de k . On trouve $k = 1,89 \cdot 10^{-2} \text{h}^{-1}$.

Q8. L'équation support de la réaction de titrage s'écrit :



Q9. À l'équivalence, les réactifs ont été versés dans les proportions stœchiométriques. On a donc :

$$n_1 = n_{\text{Ce}^{4+} \text{ versé à l'équivalence}}, \text{ soit } : C_1 E = C V_E. \quad (12)$$

On a alors :

$$C_1 = \frac{C V_E}{E} = 0,12 \text{mol.L}^{-1} \quad (13)$$

Q10. L'équation de la réaction de précipitation s'écrit :



À la limite de précipitation, le système se trouve à l'équilibre chimique. On a donc :

$$K_s = [\text{Ti}^{3+}][\text{HO}^-]^3 \quad (15)$$

À la limite de précipitation, seul un grain de $\text{Ti}(\text{OH})_3(\text{s})$ est formé. Aussi, dans l'état final, $[\text{Ti}^{3+}] \simeq C_1$. En outre, l'équilibre d'autoprotolyse de l'eau permet de lier les concentrations en ions hydroxyde et en ions oxonium :

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-] \quad (16)$$

On a alors :

$$K_s = C_1 \left(\frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \right)^3 \quad (17)$$

soit :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = K_e \sqrt[3]{\frac{C_1}{K_s}}. \quad (18)$$

Finalement, le pH de précipitation s'écrit :

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = \text{p}K_e + \frac{1}{3}(\text{p}C_1 - \text{p}K_s) = 1,6 \quad (19)$$