TD n°16 Magnétostatique

ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

Résumé
⋆ Exercice niveau CCP
• Exercice niveau Centrale/Mines-Ponts.
◇ Exercice nécessitant un sens physique particulier.

1. Couche de courant⋆

Entre les deux plans d'équation $z = -\frac{e}{2}$ et $z = \frac{e}{2}$, existe un courant de densité volumique uniforme $\vec{j} = j_0\vec{u}_x$.

1. Déterminer la direction de $\vec{B}(M)$ et les coordonnées dont il dépend en un point M quelconque.
2. Que peut-on dire du champ $\vec{B}(M)$ dans le plan (Oxy) ?
3. Que peut-on dire des champs $\vec{B}(M)$ et $\vec{B}(M')$ en deux points M et M' symétriques par rapport au plan (Oxy).
4. Déterminer $\vec{B}(M)$ en tout point. On fait tendre l'épaisseur e vers zéro, tout en maintenant constant le courant total.
5. Quelle relation doivent vérifier j et e pour cela ?
6. Que devient le champ $\vec{B}$?

2. Câble coaxial⋆

Un câble coaxial est constitué de deux conducteurs cylindriques de rayons a et b et de même axe (Oz), parcourus longitudinalement par la même intensité I, répartie uniformément à la surface des conducteurs. Le sens du courant est dirigé vers les z croissants sur le conducteur intérieur mais il est inversé pour le conducteur extérieur.

1. Proposer une expression de la densité surfacique de courant j_s (qui s'exprime en A.m^{-1}) sur chaque conducteur en fonction de I et des rayons intérieur a et extérieur b.
2. Déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace (on examinera d'abord soigneusement les symétries).
3. Que peut-on dire du champ magnétique à la traversée de la surface ?

3. Champ magnétique⋆

Pour une certaine distribution de courants, en coordonnées cylindriques (r,θ,z) d'axe (Oz), le champ magnétique créé en un point M est $\vec{B} = B(r)\vec{u}_\theta$, avec :

$$\begin{aligned} B(r) &= B_0\left(\frac{r}{a}\right)^2 \text{ pour } r < a \\ B(r) &= B_0\left(\frac{a}{r}\right)^2 \text{ pour } r > a \end{aligned}$$

La quantité B_0 est une constante.

1. Déterminer la distribution de courants qui crée un tel champ magnétique. On étudiera préalablement les symétries et invariances de la distribution pour déterminer la direction des lignes de courant.

On donne en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\mathrm{rot}}\vec{B} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right)\vec{u}_z$$