

# DM n°5 (Niveau difficile)

PSI 2022/2023

## I La bobine de Ruhmkorff : une prouesse technologique du XIX<sup>eme</sup> siècle

Pour produire les hautes tensions nécessaires au déclenchement d'étincelles électriques, on a souvent recours à un couplage inductif entre deux circuits électriques. Cette technique a été initiée par Ruhmkorff vers 1850 au prix d'une véritable prouesse technologique. La bobine de Ruhmkorff a joué un rôle déterminant dans plusieurs découvertes de la physique fondamentale de la fin du XIX<sup>eme</sup> siècle. La première partie du problème porte sur des essais d'une telle bobine de Ruhmkorff datée de 1852 et toujours en parfait état de marche. Une bobine de Ruhmkorff est une association de deux bobines cylindriques de même axe de révolution (on peut se référer à la photographie présentée en Annexe). L'enroulement primaire est constitué d'un petit nombre de spires de gros fil de cuivre tandis que la bobine secondaire comporte un très grand nombre de spires de fin fil de cuivre.

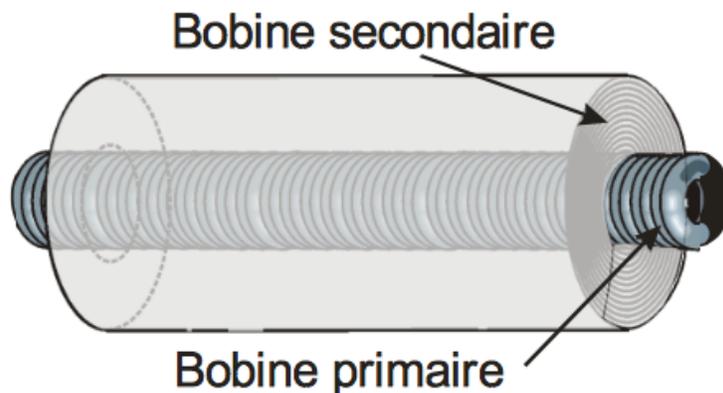


Figure 1

### *Résistances des deux bobines*

La résistance des deux bobines sont très différentes. La résistance de l'enroulement primaire vaut  $R_1 = 1,23\Omega$ . La résistance de l'enroulement secondaire vaut  $R_2 = 9,75k\Omega$ . Les deux fils sont constitués de cuivre de conductivité  $\gamma = 5,96 \times 10^7 \Omega^{-1}.m^{-1}$  recouvert d'un vernis isolant. Un démontage partiel du capot montre que la bobine primaire est constituée d'un fil de cuivre de section droite  $s$  uniforme enroulé en une seule couche de spires jointives sur un cylindre de rayon  $r_1 = 27mm$  et sur une longueur  $h = 44cm$ . Il n'a pas été possible d'avoir accès à l'enroulement secondaire, mais il est probable que sa section soit elle aussi uniforme. On rappelle que la résistance d'un fil est lié à ses dimensions par la

relation :

$$R = \frac{\ell}{\gamma s}$$

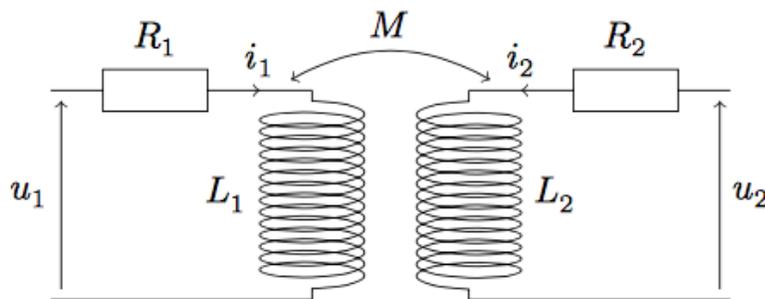
où  $\ell$  désigne la longueur du fil et  $s$  sa section.

1. Estimer, en s'aidant notamment de la photographie de la bobine de Ruhmkorff, la longueur et le diamètre des deux fils. Dans quelle mesure peut-on parler de prouesse technologique pour la réalisation de ce dispositif ?

*La réponse à cette question nécessite de l'initiative. Le candidat est invité à consigner ses pistes de recherche, à y consacrer un temps suffisant, en précisant la manière dont il extrait les informations du document photographique. La qualité de la démarche choisie et son explicitation seront évaluées tout autant que le résultat final.*

### Détermination des grandeurs inductives de l'association de Ruhmkorff

Le couplage inductif entre ces bobines correspond au schéma électrocinétique équivalent donné figure 2.



**Figure 2**

$R_1$  et  $R_2$  désignent les résistances internes des bobines primaires et secondaires,  $L_1$  et  $L_2$  les inductances propres et  $M$  le coefficient de couplage par mutuelle.

2. Déterminer l'expression des tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $M$ , des courants  $i_1(t)$ ,  $i_2(t)$  et des dérivées  $\frac{di_1}{dt}(t)$  et  $\frac{di_2}{dt}(t)$ .

Afin de déterminer les valeurs des coefficients d'auto-inductance  $L_1$  et  $L_2$  et de l'inductance mutuelle  $M$ , plusieurs expérimentations ont été menées. Des graphes issus de ces différentes expériences sont fournis en annexe. Ils peuvent fournir de support pour répondre aux questions et peuvent être rendus avec la copie.

### Expérience 1

La bobine secondaire étant en circuit ouvert, la bobine primaire est montée en série avec un GBF de résistance interne  $R_g = 50\Omega$  et une résistance additionnelle  $R_0 = 100\Omega$ . Le signal délivré par le générateur est une tension périodique en créneau de valeur minimale nulle. Le signal représenté sur la figure A est la tension  $u_0(t)$  aux bornes de  $R_0$ .

3. A l'aide de la figure A, estimer la valeur de  $L_1$ .

### Expérience 2

La bobine primaire étant en circuit ouvert, la bobine secondaire est associée en série à une résistance  $R_a = 1,00 \times 10^4 \Omega$ . L'ensemble des deux dipôles est alimenté en signal sinusoïdal (tension  $e_{GBF}(t) = E \cos(\omega t)$ ). La figure B indique les graphes donnant la tension  $u_2(t)$  aux bornes de la bobine secondaire et la tension  $u_a(t)$  aux bornes de la résistance  $R_a$ .

4. Exprimer le lien entre l'amplitude complexe  $\underline{u}_a$ , l'amplitude complexe  $\underline{u}_2$  et les différentes grandeurs caractéristiques du circuit.
5. En déduire l'expression du déphasage  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_a$  entre ces deux tensions en fonction  $L_2, \omega$  et  $R_2$ .
6. A l'aide de la figure B, en déduire la valeur de  $L_2$ .

### Expérience 3

Deux voltmètres de très grande impédance interne sont branchées aux bornes de la bobine primaire pour l'un et de la bobine secondaire pour l'autre. La bobine primaire est alimentée par un générateur de tension sinusoïdale. On définit le gain du montage comme le rapport des amplitudes des deux tensions mesurées  $G = \frac{u_{2m}}{u_{1m}}$ . Le graphe de la figure C représente l'évolution du gain en décibel  $G_{dB} = 20 \log G$  en fonction de la fréquence.

7. Pourquoi peut-on dire que le courant dans la bobine secondaire est négligeable ?
8. Donner l'expression du gain à la pulsation  $\omega$  en fonction de  $R_1, M$  et  $L_1$ . A quelle opération de filtrage peut-on associer cette expression ?
9. A l'aide de la figure C, en déduire la valeur de  $M$ .

## II Mécanisme de déclenchement de l'étincelle

L'amorçage d'une décharge électrique dans un gaz (ou le claquage du gaz) est la transition de l'état isolant vers un état conducteur du milieu. Le mécanisme d'apparition d'une étincelle, parfois nommé arc électrique, est une sorte de phénomène d'avalanche se produisant dans le gaz au départ non ionisé. Initialement quelques électrons dits électrons primaires peuvent s'extraire de l'électrode par agitation thermique. Ces électrons vont alors être fortement accélérés par le champ électrique régnant entre les électrodes avant de frapper des molécules de dioxygène ou de diazote.

Ces chocs peuvent, dans certains cas, arracher des électrons aux molécules et créer des cations. Ces électrons secondaires de plus en plus nombreux au cours des chocs successifs vont eux aussi être accélérés sous l'action du champ électrique régnant dans le gaz. Cette action motrice du champ électrique est contrecarrée par les chocs des électrons sur les molécules. L'effet dominant dans les conditions expérimentales considérées est dû aux chocs électrons-particules lourdes (atomes ou molécules).

Nous considérons dans ce problème un gaz faiblement ionisé dans lequel le nombre de particules lourdes (molécules et cations) est très grand devant le nombre d'électrons en mouvement. On négligera donc systématiquement le nombre de cations devant le nombre de molécules gazeuses. De plus ce plasma est pratiquement électriquement neutre vu la très faible proportion d'électrons en circulation.

### II.0.A *Effet d'avalanche lors du déplacement d'un électron dans un gaz soumis à un champ électrique*

L'effet d'avalanche se produit lorsque le champ électrique atteint une valeur critique, dit champ disruptif et noté  $E_d = 3,6 \times 10^6 \text{V.m}^{-1}$ . Il s'agit, dans cette partie, de relier cette grandeur expérimentale macroscopique aux paramètres microscopiques du gaz.

Lorsque le gaz est placé dans une zone où règne un champ électrique  $\vec{E}$  que l'on peut supposer uniforme, le mouvement des électrons, qui sont les porteurs de charge mobiles, est une suite de chocs avec les molécules du gaz. Entre deux chocs, l'électron est accéléré sous l'action de la force électrique. Les vitesses après le choc sont distribuées de manière aléatoire.

Le temps moyen  $\tau_c$  de collision électron-molécule est de l'ordre de  $\tau_c = 1 \times 10^{-12} \text{s}$ . L'énergie de première ionisation d'une molécule d'oxygène ou de diazote vaut  $W = 2,3 \times 10^{-18} \text{J}$ . Lorsque l'énergie cinétique d'un électron primaire acquise lors du mouvement dans le champ électrique atteint l'énergie de première ionisation d'une molécule, un effet d'avalanche se produit.

- 10.** Exprimer la vitesse moyenne  $\vec{v}_e$  d'un électron juste avant une collision. On supposera que la vitesse après collision est totalement aléatoire et que le poids de l'électron est négligeable.
  - 11.** Déterminer dans ce cas l'expression du champ disruptif en fonction des différences grandeurs et vérifier que l'expression donne une valeur cohérente. On donne  $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$ .
  - 12.** Estimer le libre parcours moyen de l'électron défini comme la distance parcourue entre deux chocs successifs électron-molécule. En se référant à la figure D du document réponse, expliquer pourquoi l'hypothèse d'uniformité du champ électrique est pertinente.
-

## Annexe

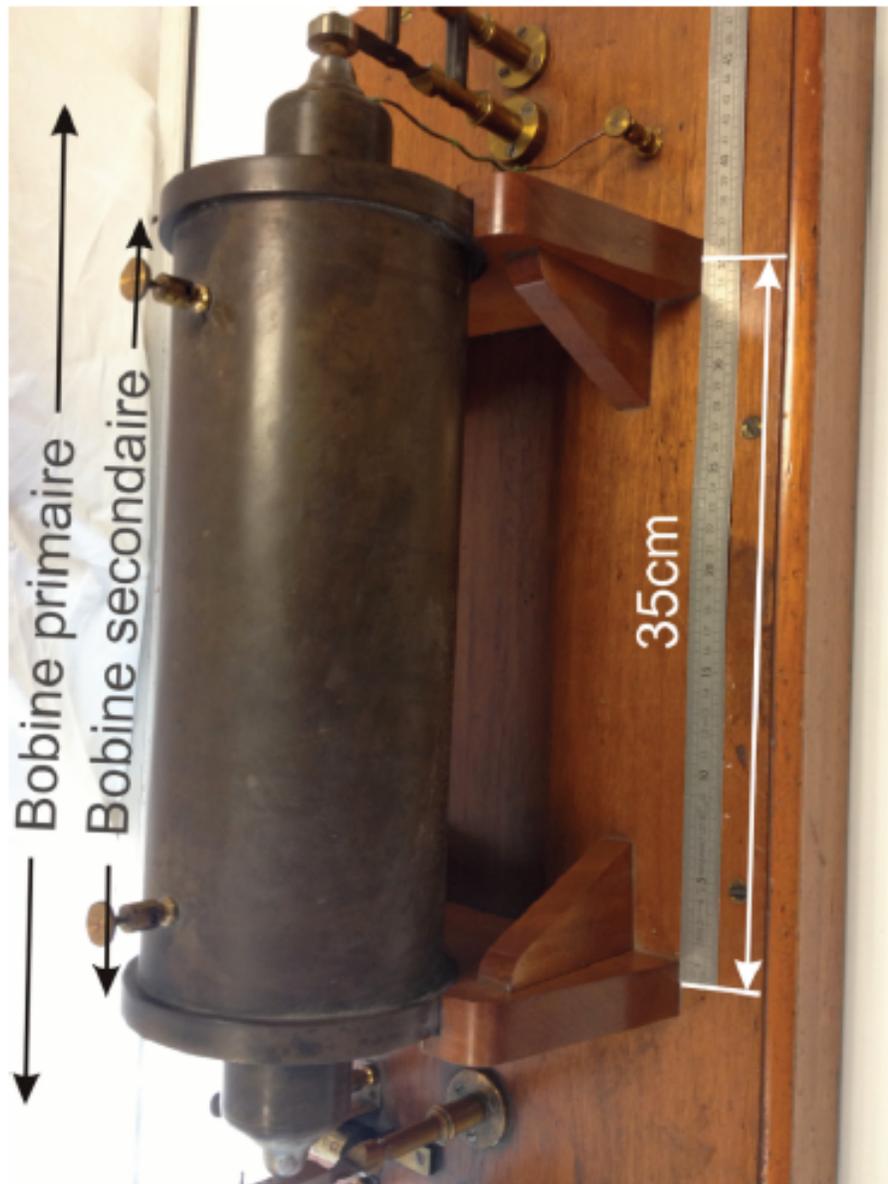
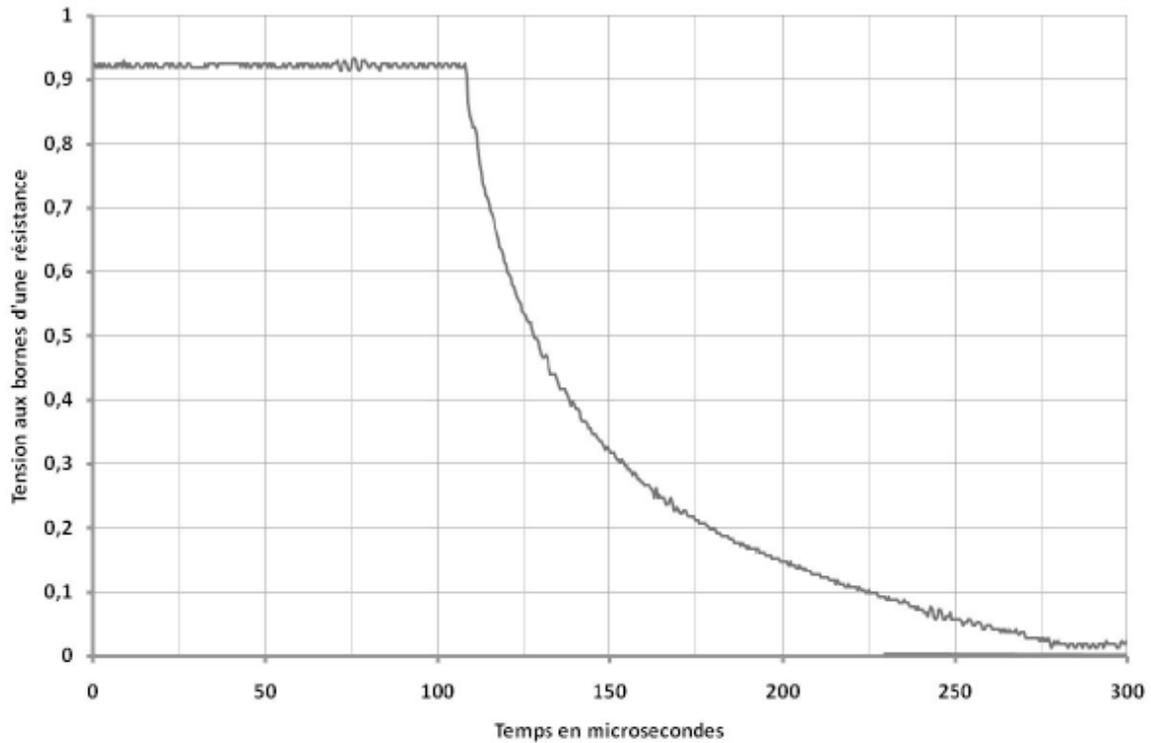
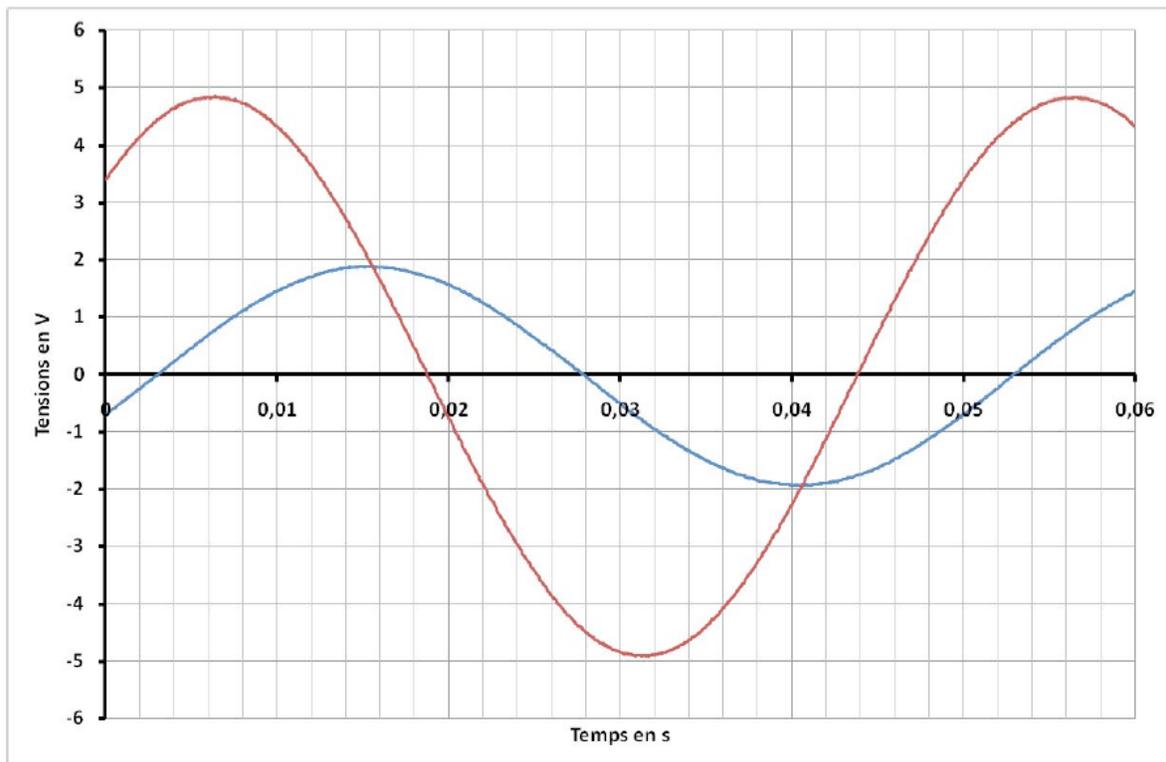


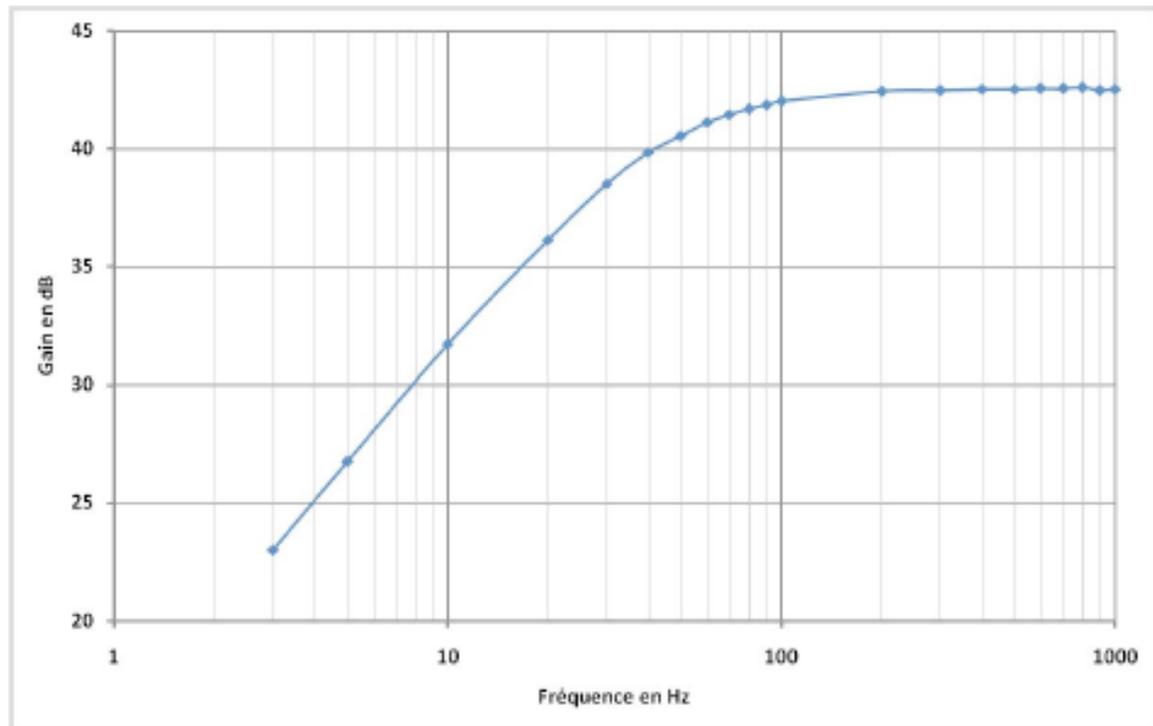
Figure 6 Photographie d'une bobine de Ruhmkorff datée de 1852



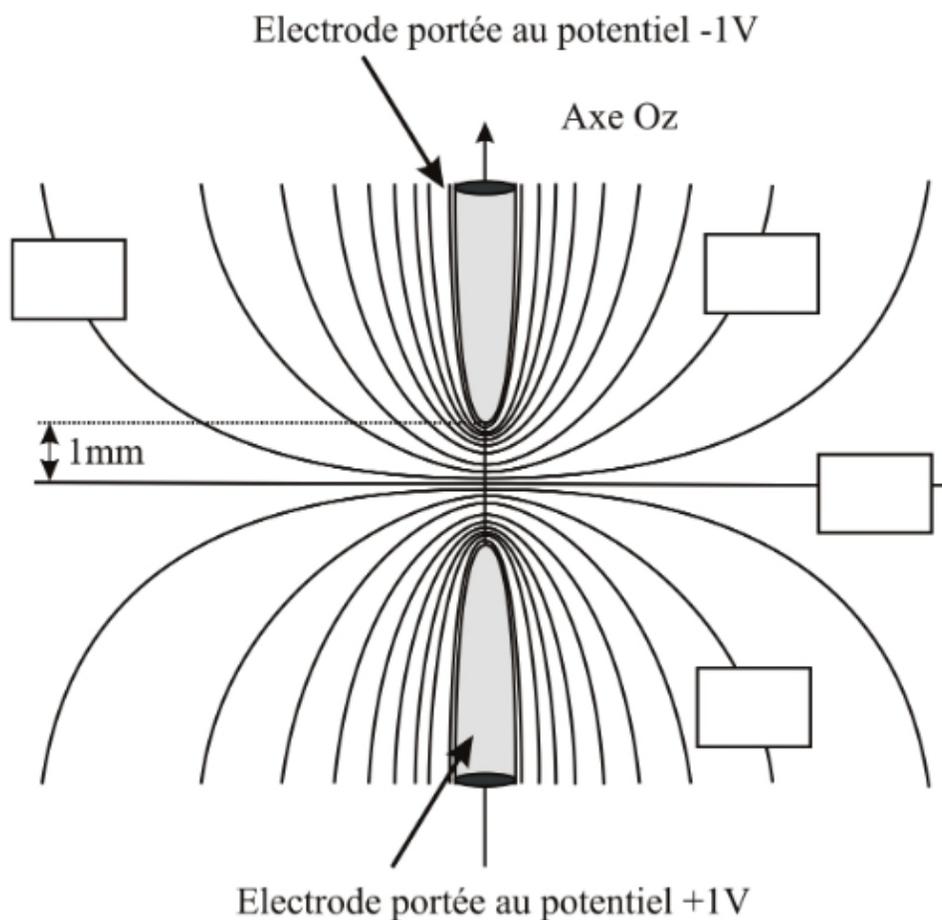
**Figure A** Expérience 1 : régime transitoire dans le circuit primaire



**Figure B** Expérience 2 : régime sinusoïdal forcé du circuit secondaire



**Figure C** Expérience 3 : diagramme de Bode du couplage inductif entre les deux bobines coaxiales



**Figure D** Carte de potentiel au voisinage des électrodes obtenue par un logiciel de modélisation (le saut de potentiel d'une ligne équipotentielle à l'autre est de 100 mV)