

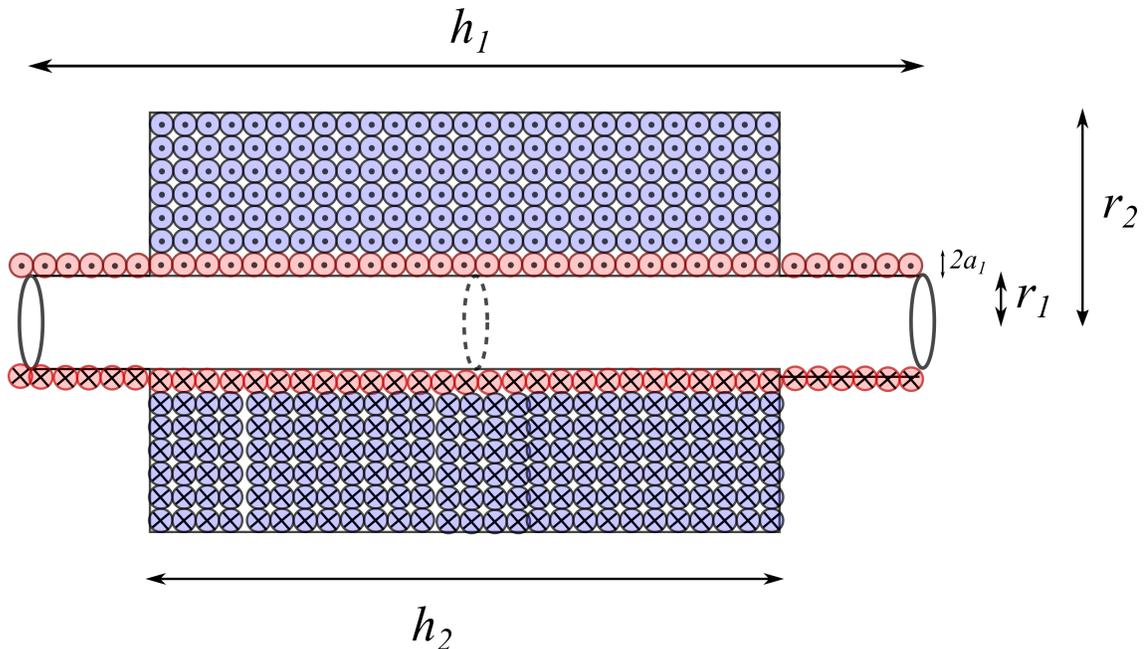
Correction DM n°5 (niveau difficile)

PSI 2022/2023

I La bobine de Ruhmskoff : une prouesse technologique du XIX^{eme} siècle

Résistances des deux bobines

1. Le schéma de la bobine de Ruhmskoff est représenté ci-dessous :



On note $h_1 = h$ la hauteur de la bobine primaire. A l'aide de la photo, on lit $h_2 = 35$ cm pour la hauteur de la bobine secondaire. A l'aide de la photo, on estime le rayon externe de la bobine secondaire à $r_2 \approx 50$ mm. Les rayons des fils du primaire et du secondaire sont notés a_1 et a_2 . Les longueurs des fils sont notés ℓ_1 et ℓ_2 . On souhaite déterminer a_1, a_2, ℓ_1 et ℓ_2 .

◇ Pour la bobine du primaire, les choses sont assez simples. On a une première équation pour la résistance R_1 :

$$R_1 = \frac{\ell_1}{\gamma \pi a_1^2}$$

avec $\ell_1 \approx N_1 \times 2\pi r_1$. De plus, les spires étant jointives, on a $h_1 = N_1 \times (2a_1)$ (diamètre du fil). On en déduit le nombre de spires de l'enroulement primaire :

$$N_1 = \left(\frac{\gamma R_1 h_1^2}{8r_1} \right)^{\frac{1}{3}} = 404 \text{ spires}$$

En substituant la valeur de N_1 , on trouve $\ell_1 \approx 68,5\text{m}$, et $d_1 = 2a_1 = 1,08\text{mm}$.

- ◇ Pour la bobine du secondaire, l'expression de la résistance donne : $R_2 = \frac{\ell_2}{\gamma s_2}$. Pour trouver une seconde équation, on peut utiliser plusieurs méthodes. La plus rapide (mais aussi la plus approximative) consiste à négliger le vernis isolant présent entre les fils et de supposer que tout le volume du secondaire est entièrement constitué de fils. On a donc :

$$\pi(r_2^2 - (r_1 + 2a_1)^2)h_2 \approx s_2\ell_2 = \pi a_2^2\ell_2$$

On en déduit $d_2 = 2a_2 \approx 2 \left(\frac{(r_2^2 - (r_1 + 2a_1)^2)h_2}{\pi\gamma R_2} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,266\text{mm}$.

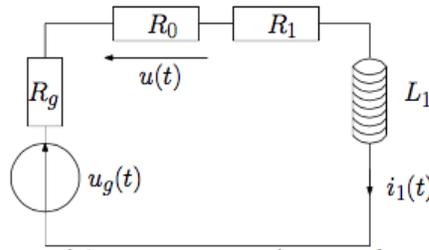
Le calcul de la longueur donne : $\ell_2 = 33\text{km}$. C'est une longueur exceptionnellement grande !

Détermination des grandeurs inductives de l'association de Ruhmkorff

2. On a deux circuits couplés par mutuelle. L'expression des deux tensions est :

$$\begin{cases} u_1(t) = R_1 i_1(t) + L_1 \frac{di_1}{dt}(t) + M \frac{di_2}{dt}(t) \\ u_2(t) = R_2 i_2(t) + L_2 \frac{di_2}{dt}(t) + M \frac{di_1}{dt}(t) \end{cases}$$

3. Le circuit 2 étant ouvert, on a $i_2(t) = 0$.



En appliquant la loi des mailles, on obtient :

$$\begin{aligned} u_g(t) &= L_1 \frac{di_1}{dt}(t) + (R_g + R_0 + R_1)i_1(t) \\ \Rightarrow \frac{R_0}{L_1}u_g(t) &= \frac{du}{dt}(t) + \frac{(R_g + R_0 + R_1)}{L_1}u(t) \end{aligned}$$

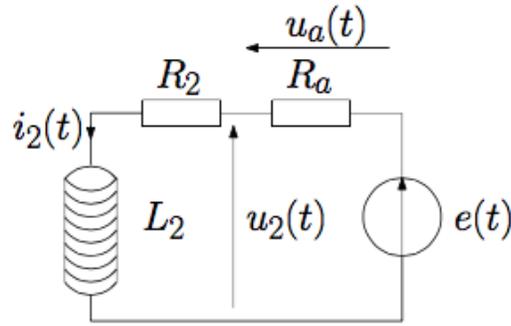
où $u_g(t)$ est une tension crête variant de 0 à E . Le temps caractéristique τ du circuit vaut :

$$\tau = \frac{L_1}{R_g + R_0 + R_1}$$

La valeur initiale de la tension $u(t)$ vaut $u_0 = 0,92\text{V}$. Au bout du temps τ , la tension ne vaudra plus que 37% de u_0 , soit $0,34\text{V}$. On en déduit par lecture : $\tau = 135 - 110 = 25\mu\text{s}$.

D'où $L_1 = (R_g + R_0 + R_1)\tau = 3,8\text{mH}$.

4. On a cette fois $i_1(t) = 0$. Le circuit secondaire a la forme représentée ci-dessous, où $e(t) = E \cos(\omega t)$. On est en régime sinusoïdal forcé, la réponse est donc une sinusoïde de même pulsation ω . La tension aux bornes du bobinage secondaire est $u_2(t)$ (R_2 étant indissociable de L_2), et on note $u_a(t)$ la tension aux bornes de la résistance $R_a = 10\text{k}\Omega$.



En passant en complexe, et en utilisant deux ponts diviseurs de tension, on a :

$$\begin{cases} \underline{u}_a &= \frac{R_a}{R_a + R_2 + jL_2\omega} \underline{e} \\ \underline{u}_2 &= \frac{R_2 + jL_2\omega}{R_a + R_2 + jL_2\omega} \underline{e} \end{cases}$$

soit :

$$\underline{u}_2 = \frac{R_2}{R_a} \left(1 + j \frac{L_2\omega}{R_2} \right) \underline{u}_a$$

5. On a :

$$\begin{aligned} \arg(\underline{u}_2) &= \arg\left(1 + j \frac{L_2\omega}{R_2}\right) + \arg(\underline{u}_a) \\ \Rightarrow \varphi_2 &= \arctan\left(\frac{L_2\omega}{R_2}\right) + \varphi_a \\ \Rightarrow \Delta\varphi &= \arctan\left(\frac{L_2\omega}{R_2}\right) > 0 \end{aligned}$$

6. Le déphasage se calcule à partir de la mesure du décalage temporel Δt entre les deux courbes et par la relation $\Delta\varphi = 2\pi \times \frac{\Delta t}{T}$. On lit sur la courbe $\Delta t = 0,009$ s et $T = 0,05$ s. D'où $\Delta\varphi = 1,13\text{rad} = 65^\circ$. Finalement, on trouve :

$$L_2 = \frac{R_2 \tan \phi}{2\pi f} \approx 165\text{H}$$

7. Le courant dans la bobine secondaire est négligeable car celle-ci est uniquement branchée sur un voltmètre de très grande impédance.

8. Les tensions aux bornes de la bobine 1 et de la bobine 2 s'exprime en complexe par :

$$\begin{cases} \underline{u}_1 &= (R + jL_1\omega)\underline{i}_1 \\ \underline{u}_2 &= jM\omega\underline{i}_1 \end{cases}$$

On en déduit :

$$\underline{H}(\omega) = \frac{\underline{u}_2}{\underline{u}_1} = \frac{jM\omega}{R + jL_1\omega}$$

En passant au module, on obtient la formule demandée. L'étude des limites à basse et à haute fréquence donne :

$$\begin{cases} \lim_{\omega \rightarrow 0} G(\omega) & = 0 \\ \lim_{\omega \rightarrow \infty} G(\omega) & = \frac{M}{L_1} \end{cases}$$

On a donc un filtre passe-haut d'ordre 1.

- 9.** A haute fréquence, on a $G(\omega) = \frac{M}{L_1}$. Sur la figure 3, on lit que le gain en décibel à haute-fréquence vaut 42,5 dB. On en déduit :

$$\frac{M}{L_1} = 10^{\frac{G_{HF}}{20}} \Rightarrow \boxed{M = L_1 0^{\frac{42.5}{20}} = 0,51H}$$

- 10.** On effectue le calcul comme dans le cours. Le flux propre du champ magnétique dans la bobine

vaut $\Phi_p = N_1 B_1 S_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{h_1} \pi r_1^2 i$. D'où $\boxed{L_1 = \mu_0 \frac{N_1^2}{h_1} \pi r_1^2}$.

I.1 Mécanisme de déclenchement de l'étincelle

I.1.A Effet d'avalanche lors du déplacement d'un électron dans un gaz soumis à un champ électrique

- 11.** Un électron est accéléré entre deux chocs par le champ électrique : le PFD donne son accélération, constante :

$$m_e \vec{a}_e = -e \vec{E}$$

Il acquiert ainsi en un temps moyen τ_c une vitesse avant collision (on peut supposer qu'en moyenne

la vitesse initiale est nulle, les vitesses étant équiréparties spatialement) : $\boxed{\vec{v}_e = -\frac{e\tau_c \vec{E}}{m}}$.

- 12.** L'énergie cinétique de l'électron doit être supérieure à l'énergie d'ionisation pour déclencher un effet d'avalanche. On aura donc :

$$\frac{1}{2} m_e v_e^2 \approx W \Rightarrow \boxed{E > \frac{\sqrt{2m_e W}}{e\tau_c}}$$

L'application numérique donne $\boxed{E > 1,3 \times 10^7 \text{V.m}^{-1}}$. On trouve donc une valeur légèrement plus grande que la valeur fournie.

- 13.** L'électron a un mouvement uniformément accéléré entre deux chocs. Dans la direction du mouvement, on a donc :

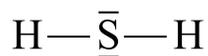
$$\ddot{x}(t) = \frac{eE}{m} \Rightarrow \dot{x}(t) = \frac{eEt}{m} \Rightarrow x(t) = \frac{eEt^2}{2m}$$

En prenant $E = E_d$, le libre parcours moyen ℓ vaut : $\boxed{\ell = \frac{eE_d \tau_c^2}{2m} \approx 1,3 \mu\text{m}}$. D'après la figure D, le

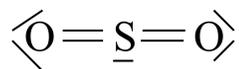
potentiel électrique varie sur des distances caractéristiques de l'ordre de 100 μm et donc le champ électrique, qui est sa dérivée, également. Le libre parcours moyen étant très faible devant cette distance, l'approximation de champ uniforme entre deux chocs est justifiée.

II Formules de Lewis et VSEPR

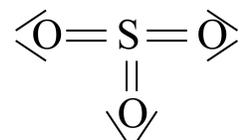
- 1.** Les formules de Lewis s'écrivent comme suit :



tétraedral



trigonal plan



trigonal plan

2. La molécule SO_3 est trigonal plane. Les barycentres des charges positives et négatives coïncident. La molécule est apolaire. La molécule H_2S est polaire.

