Correction DS n°6

PSI 2021/2022

I. — Chimie

I.A. — Diagramme $E - pH$ de l'aluminium

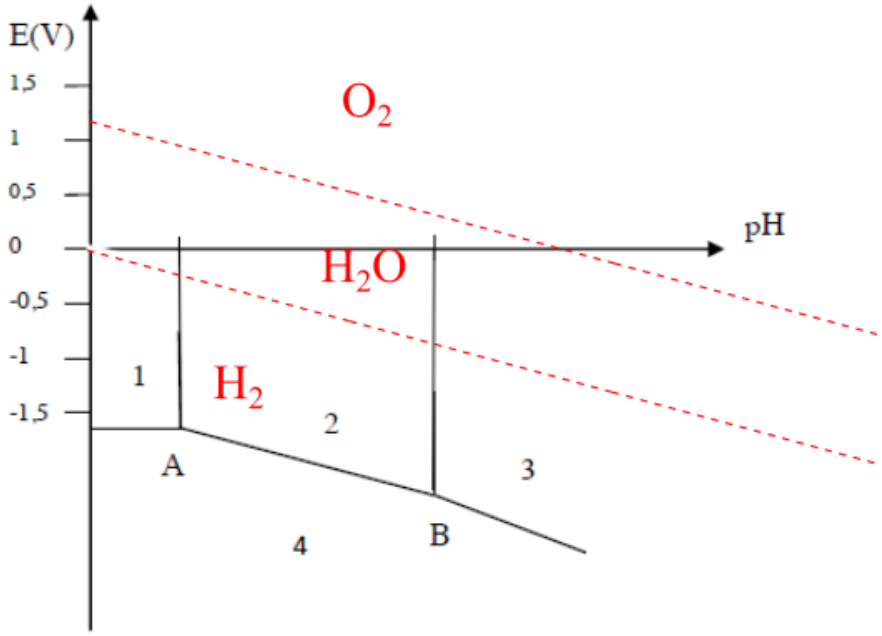
❑ **1** — Elles s'écrivent :

$$2\,H^+ + 2\,e^- = H_2(g)$$

$$H_2O = \frac{1}{2}O_2(g) + 2\,e^- + 2H^+$$

Les équations associées sont $E = -0,06pH$ et $E = 1,23 - 0,06pH$

❑ **2** — On peut les dessiner directement sur le tracé de l'aluminium :



❑ **3** — On a :

	n.o
Al	0
Al^{3+}	III
$Al(OH)_3(s)$	III
$Al(OH)_4^-$	III

Pour classifier les espèce de nombre d'oxydation III, on pourra écrire les réactions :

$$Al^{3+} + 3\,H_2O = Al(OH)_3(s) + 3\,H^+$$

$$Al(OH)_3(s) + H_2O = Al(OH)_4{}^- + H^+$$

On en déduit :

Al : 4 $\quad$ Al^{3+} : 1 $\quad$ $Al(OH)_3(s)$: 2 $\quad$ $Al(OH)_4^-$: 3

❑ **4** — L'expression du K_s à la frontière donne :

$$K_s = [Al^{3+}][OH^-]^3 = c_{trace}\frac{K_e^3}{[H_3O^+]^3} \Rightarrow [H_3O^+] = \left(\frac{c_{trace}}{K_s}\right)^{\frac{1}{3}} K_e = 10^{-4}$$

On en déduit $\boxed{pH_A = 4}$.

❑ **5** — Ecrivons les trois demi-équations correspondantes :

$$Al^{3+} + 3e^- = Al \quad (1)$$
$$Al(OH)_3 + 3e^- + 3H^+ = Al + 3H_2O \quad (2)$$
$$Al(OH)_4^- + 3e^- + 4H^+ = Al + 4H_2O \quad (3)$$

Ecrivons ensuite les trois formules de Nernst associées :

$$E_1 = E_1^0 + 0,02\log[Al^{3+}] = cste$$
$$E_2 = E_2^0 + 0,02\log[H^+]^3 = E_2^0 - 0,06pH$$
$$E_3 = E_3^0 + 0,02\log[H^+]^4 = E_3^0 - 0,08pH$$

Les pentes des courbes valent donc : 0, -0,06 et -0,08.

❑ **6** — A la frontière, on a : $E_1 = E_1^0 + 0,02\log c_{trace} \Rightarrow E_1^0 = -1,71 - 0,04 \Rightarrow \boxed{E^0_{Al_3{}^+/Al} = -1,75V}$.

❑ **7** — Ces termes signifient :

—**passivation** zone de stabilité d'un oxyde du métal. Le métal se recouvre d'une couche d'oxyde qui le protège d'une oxydation profonde. C'est le cas du domaine 2.

—**immunité** zone de stabiltié du métal. Le métal n'est pas corrodé dans cette zone. C'est le cas du domaine 4.

—**corrosion** zone de stabilité des ions. Le métal se corrode dans cette zone. C'est le cas des domaines 1 et 3.

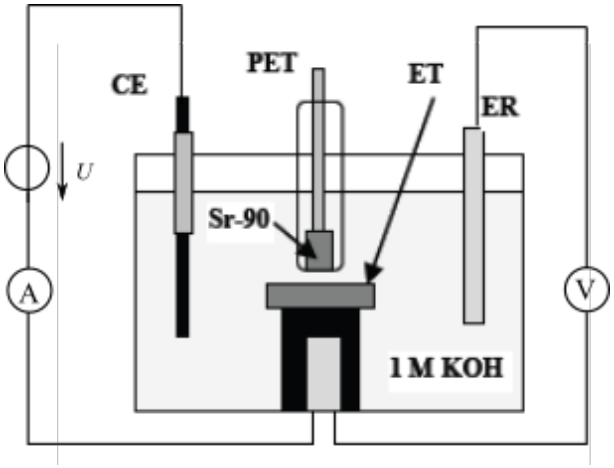
❑ **8** — L'aluminium n'est pas stable dans l'eau car il n'a pas de domaine commun avec H_2O. La réaction d'oxydation du plomb en milieu acide s'écrit :

$$Al + 3H^+ = Al^{3+} + \frac{3}{2}H_2(g)$$

❑ **9** — A pH neutre, l'aluminium s'oxyde extrêmement vite et est naturellement recouvert d'une couche d'oxyde très protectrice. Une barre d'aluminium ne craint absolument rien au contact de l'eau.

I.B. — Une batterie nucléaire à base d'eau

❑ **1** — On utilise le montage à trois électrodes du cours. On joint l'électrode de travail **ET** qu'on souhaite étudier à une contre-électrode **CE** par l'intermédiaire d'un générateur de tension variable branché en série avec un ampèremètre. On branche un voltmètre entre l'électrode de travail et une électrode de référence **ER** de potentiel supposé constant. On fait varier la tension du générateur. Le voltmètre nous donne à une constante près le potentiel de ER. L'ampèremètre nous donne le courant.



❑ **2** — A l'anode, on observe l'oxydation de $H_2(g)$ en milieu basique :

$$H_2(g) + 2OH^- = 2\,H_2O + 2\,e^-$$

A la cathode, on observe la réduction de $O_2(g)$ en milieu basique :

$$\frac{1}{2}O_2(g) + 2\,e^- + H_2O = 2OH^-$$

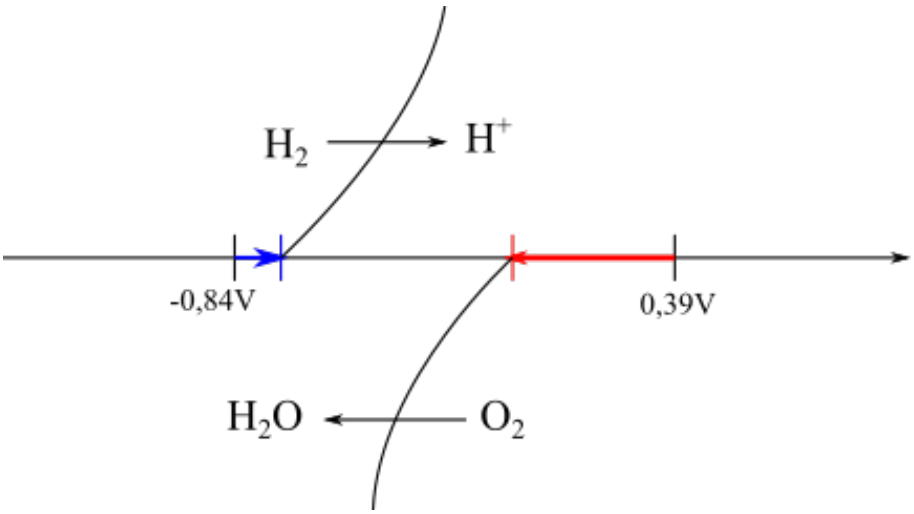
La réaction bilan est :

$$H_2 + \frac{1}{2}O_2(g) = H_2O$$

❑ **3** — Les électrons partent de l'électrode où a lieu l'oxdyation et arrivent sur l'électrode où a lieu la réduction. **a** est donc l'anode et **b** est la cathode. L'espèce gazeuse arrivant en 2 est $H_2(g)$, l'espèce arrivant en 1 est $O_2(g)$. L'espèce 4 qui arrive sur l'anode et quitte la cathode est OH^-. L'eau est l'espèce 3.

❑ **4** — Les potentiels de Nernst à pH = 14 valent $E_a = -0,84$V et $E_c = 0,39$V. La force électromotrice théorique de la pile vaut donc 1,23 V. Cette force est en réalité plus faible à cause de la présence de surtensions et la résistance interne.

❑ **5** — Les courbes intensité-potentielles ont l'allure suivante :



❑ **6** — La tension à vide vaut $e^0 = E_c - \eta_c - E_a + \eta_a = 0,63$V. C'est une valeur relativement faible par rapport aux piles usuelles.

I.C. — Accumulateur au plomb

1. La réaction au pôle + est :

$$PbO_2 + SO_4^{2-} + 4H^+ + 2e- = PbSO_4 + 2H_2O$$

Il s'agit d'une réduction qui a lieu à la cathode. La réaction au pôle - est :

$$Pb + SO_4^{2-} = PbSO_4 + 2e^-$$

Il s'agit d'une oxydation qui a lieu à l'anode. L'équation bilan s'écrit :

$$\boxed{PbO_2 + Pb + 2SO_4^{2-} + 4H^+ = 2PbSO_4 + 2H_2O}$$

2. La tension aux bornes de l'accumulateur vaut :

$$e = E_+ - E_- = E^0_{PbO_2/PbSO_4} - E^0_{PbSO_4/Pb} + 0,06\log[H^+][SO_4^{2-}]$$

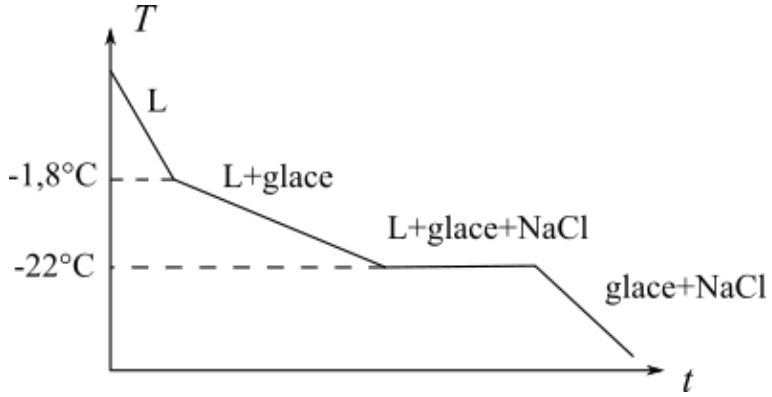
Plus la concentration en ions H^+ est forte, plus la tension est élevée. On aura donc tendance à utiliser un acide sulfurique très concentré.

3. Lorsqu'on met en série plusieurs éléments, la tension de la batterie augmente (additivité des tensions). Lorsqu'on met en parallèle plusieurs éléments, l'intensité délivrée par la batterie augmente(loi des noeuds).
4. D'après les courbes intensité-potentiel, la tension à vide d'un élément vaut $u_0 = 1,68 + 0,33 = 2,01$V. Il faudra donc 6 éléments branchés en série pour satisfaire au cahier des charges.
5. La capacité Q désigne la quantité théorique de charge qu'on peut attendre d'une décharge complète de la batterie. D'après la réaction d'oxydation à l'anode, chaque atome de plomb solide libère 2 électrons, donc :

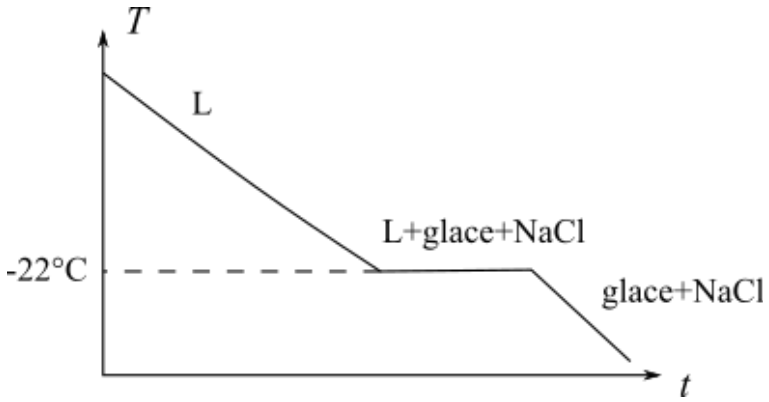
$$Q = n_e F = 2n_{Pb}F = 2m_{Pb}\frac{F}{M} \Rightarrow \boxed{m_{Pb} = \frac{MQ}{2F}}$$

I.D. — Composition et fonte de la banquise

1. Le pourcentage massique donné est le pourcentage massique en NaCl(s).
   - Le domaine I est donc le domaine de la glace et de l'eau salée liquide.
   - Le domaine II est le domaine de l'eau salée liquide.
   - Le domaine III est le domaine du NaCl solide et de l'eau salée liquide.
   - Le domaine IV est le domaine de la glace et du NaCl solide.
2. D'après le tableau de données fourni en annexe, le pourcentage massique en NaCl vaut $x = \frac{19 + 10,5}{1000} =$ 3%. La courbe d'analyse thermique ressemble à :



3. Le point P s'appelle l'*eutectique*. La courbe de refroidissement à la température de l'eutectique ressemble à :



De l'eau à la composition eutectique reste liquide justqu'à -22°C.

II. — Moteur de maquette d'avion

A. Moteur électrique à courant continu

A.1 On a simplement les relations $\boxed{E = \Phi_0 \Omega}$ et $\boxed{\vec{C}_{em} = \Phi_0 i \vec{e}_z}$.

A.2 En régime dynamique (aujourd'hui, on dirait *en régime transitoire*), on a simplement :

$$\boxed{U(t) = Ri(t) + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(t) + E(t) \qquad (EE)}$$

A.3 Le théorème du moment cinétique appliqué au {rotor} donne :

$$J\frac{\mathrm{d}\vec{\Omega}}{\mathrm{d}t}(t) = \vec{C}_u + \vec{C}_f + \vec{C}_{em}$$

La projection de ce théorème donne simplement :

$$\boxed{J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}(t) = -C_u - \beta\Omega(t) + C_{em} \qquad (EM)}$$

A.4 Pour freiner le moteur, on aura intérêt à diminuer la tension $U(t)$ aux bornes de l'induit pour faire diminuer la fcém E et in fine la vitesse de rotation.
Lorsque le moteur n'est plus alimenté, on a $U = 0$. En régime permanent, on a alors : $E = -Ri$. La fcém génère dans le rotor un courant négatif qui va exercer un couple électromoteur résistant C_{em}. Le moteur va donc s'arrêter tout seul.

Fonctionnement en régime nominal

A.5 En régime permanent, on a :

$$U = E + Ri \Rightarrow \boxed{E = U - RI = 11,4\text{V}}$$

On en déduit

$$\boxed{\Phi_0 = \frac{E}{\Omega} = 3,63.10^{-2}\ \text{V.s}^{-1}}$$

.

A.6 Partons du TMC :

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}(t) = -C_u - \beta\Omega(t) + \Phi_0 i(t) = -C_u - \beta\Omega(t) + \Phi_0\frac{U - E(t)}{R}$$
$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}(t) = \frac{\Phi_0 U}{R} - C_u - \left(\beta + \frac{\Phi_0^2}{R}\right)\Omega(t)$$

Le temps caractéristique associé à cette équation vaut :

$$\boxed{\tau = \frac{J}{\frac{\Phi_0^2}{R} + \beta} = 1,82 \text{ ms}}$$

La vitesse angulaire limite vaut :

$$\boxed{\Omega_{lim} = \frac{\frac{\Phi_0 U}{R} - C_u}{\frac{\Phi_0^2}{R} + \beta}}$$

Pour une vitesse initiale nulle, la vitesse de rotation suit la loi $\boxed{\Omega(t) = \Omega_{lim}(1 - \exp(-t/\tau))}$. On atteint la vitesse limite à 1% près à l'instant τ' tel que $\Omega_{lim} - \Omega(\tau') = 10^{-2}\Omega_{lim}$, soit en reportant :

$$\boxed{\tau' = \tau \ln 100 = 4,6\tau = 8,4 \text{ ms}}$$

A.7 En régime nominal, $\Omega_{lim} = N_{nom} = 3000$ tr.min^{-1}. On déduit de l'expression précédente de Ω_{lim} l'expression de C_u en régime nominal :

$$C_u = \frac{\Phi_0 U_{nom}}{R} - \left(\frac{\Phi_0^2}{R} + \beta\right)\Omega_{lim} = \boxed{0,087 \text{ N.m}}$$

Au démarrage, $\Omega = 0$, donc l'équation électrique s'écrit, en négligeant l'inductance (car sinon par continuité de i_L, i_d serait nul) : $U = Ri_d$, soit pour la tension nominale :

$$\boxed{i_d = \frac{U_{nom}}{R} = 50 \text{ A}}$$

Cette intensité est 20 fois plus élevée que l'intensité nominale. Il est donc nécessaire de démarrer le moteur <u>sous tension réduite</u>.
Au démarrage, l'équation du mouvement se simplifie en :

$$J\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}t}(t) = \frac{\Phi_0 U}{R} - C_u$$

Il y a démarrage si $\frac{\Phi_0 U}{R} > C_u$, ce qui correspond à une tension minimale de démarrage de :

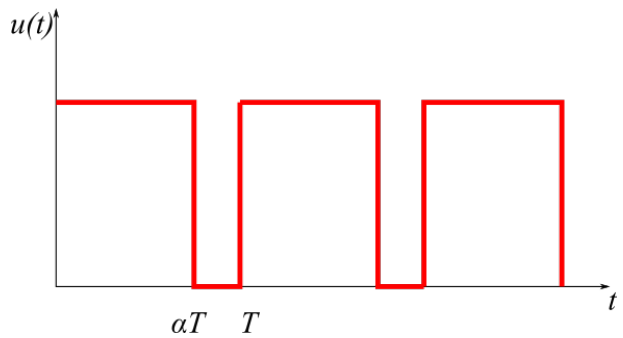
$$\boxed{U_{d,\min} = \frac{RC_u}{\Phi_0} = 0,58 \text{ V}}$$

B. Commande du MCC par un hacheur

B.1 Un interrupteur idéal vérifie :
— dans l'état ouvert, $i = 0$;
— dans l'état fermé, $u = 0$.
Quelque soit l'état, la puissance instantanée est nulle, donc l'interrupteur ne consomme pas de puissance.
Par ailleurs :
— Si l'interrupteur H_1 est fermé, la diode D_1 est nécessairement fermée sinon la source de tension est <u>court-circuitée</u>.
— Si l'interrupteur H_1 est ouvert, <u>la continuité de l'intensité i</u> dans le moteur imposée par la présence de l'inductance (dipôle type source de courant), implique que la diode D_1 est fermée afin d'assurer la circulation du courant.

B.2 Le rôle de la diode de roue libre D_1 est d'assurer la continuité du courant dans le moteur quand l'interrupteur H_1 est ouvert.

B.3 — si $0 < t < \alpha T_{H1}$, H_1 est fermé et $u(t) = U_0$;
— si $\alpha T_{H1} < t < T_{H1}$, D_1 est fermé et $u(t) = 0$



B.4 Le calcul de la valeur moyenne donne : $\boxed{< u(t) >= \alpha U_0}$. Si la tension aux bornes de R est négligée, on a par ailleurs :

$$u(t) = E + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \Rightarrow < u(t) >= E + \langle L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}\rangle = E$$

On en déduit $\boxed{\Omega = \dfrac{\alpha U_0}{\Phi_0}}$. Pour $\alpha = 0,6$, $\boxed{\Omega = 1,9.10^3 \mathrm{tr.min}^{-1}}$.

B.5 En négligeant la résistance d'induit, l'équation approchée $u(t) \approx L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + E$ donne dans chacune des 2 phases d'une période une évolution linéaire de l'intensité, la présence de l'inductance L imposant la continuité de l'intensité :
— si $0 < t < \alpha T_{H1}$,

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = (U_0 - E)/L > 0 \Rightarrow \boxed{i(t) = \frac{U_0 - E}{L}t + I_{min}}$$

l'intensité croît linéairement de I_{min} à I_{max} ;
— si $\alpha T_{H1} < t < T_{H1}$,

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = -E/L < 0 \Rightarrow \boxed{i(t) = -\frac{E}{L}(t - \alpha T_{H1}) + I_{max}}$$

l'intensité décroît linéairement de I_{max} à I_{min}.
Le taux d'ondulation vérifie :

$$\boxed{\Delta i = \frac{U_0 - E}{L}\alpha T_{H1} = U_0\frac{(1-\alpha)\alpha T_{H1}}{L}}$$

Le courant est proportionnel au couple généré. Si on souhaite avoir un bon fonctionnement du moteur en régime permanent, le courant doit dans le rotor doit être le plus continu possible. Comme l'ondulation est inversement proportionnelle à l'inductance L, l'ajout d'une bobine de lissage en série avec le moteur permet de diminuer l'ondulation.
Sur le graphique, l'ondulation vaut 1 A, pour un rapport cyclique $\alpha = 0,6$ et une période $T_{H1} = 0,5$ ms.
On en déduit : $\boxed{L = 1,44 \text{ mH}}$

B.6 D'après le graphique, la valeur moyenne de l'intensité vaut, comme les variations sont linéaires :

$$\boxed{\langle i(t)\rangle = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} = 2,5 \text{ A}}$$

On en déduit la chute de tension moyenne aux bornes de la résistance R, $\langle \Delta U\rangle = 0,6$ V, inférieure d'un facteur 10 à $E = \alpha U_0 = 7,2$ V. Les valeurs moyennes de l'intensité et de la tension déterminent le couple et la vitesse angulaire du moteur.

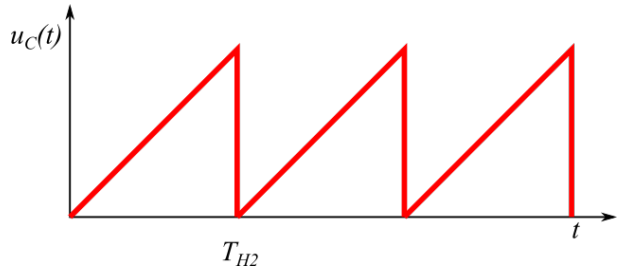
C. Réalisation des signaux de commande du hacheur

C.1 Pour l'AO1 en régime linéaire,
— $v_- = v_+ = 0$
— $(U_{sat} - v_-)/R_1 - I = 0$ (loi des nœuds à l'entrée inverseuse)
soit $\boxed{I = \frac{U_{sat}}{R_1}}$. L'AO1 permet d'effectuer une <u>conversion tension-courant</u>. Les AO 2 et 3 sont utilisés en montage <u>suiveur</u> pour isoler le montage de sortie de l'AO1 par rapport aux éléments placés en aval des AO 2 et 3.

C.2 Entre les instants 0 et T_{H2}, l'intensité I traverse C_1 car l'intensité est nulle à l'entrée des montages suiveurs. Par conséquent $I = \frac{U_{sat}}{R_1} = C_1 \frac{\mathrm{d}u_{C1}}{\mathrm{d}t}(t)$, et après intégration, en tenant compte de la condition initiale $u_{C1}(t = 0^+) = 0$:

$$\boxed{u_{C1}(t) = \frac{U_{sat}}{R_1 C_1} t + cste}$$

A l'instant $t = 0$, la fermeture brève de H_2 impose $u_{C1}(t = 0) = 0$ et on a donc $cste = 0$. En $t = T_{H2}$, le condensateur est de nouveau court-circuité et le cycle recommence de nouveau.



La période de $u_{C1}(t)$ est T_{H2}, et sa valeur maximale, obtenue en fin de charge vaut $\boxed{U_{cmax} = \frac{T_{H2}}{R_1 C_1} U_{sat}}$.

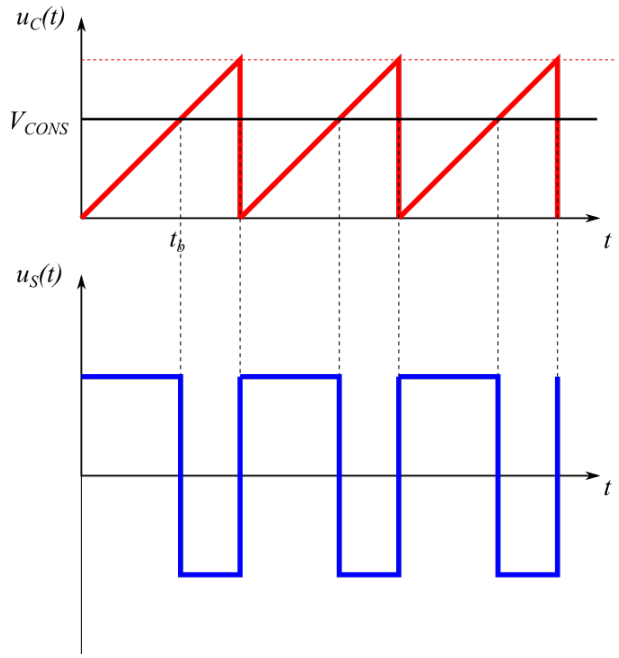
C.3 Les équations de fonctionnement de l'AO4 sont :
— loi des nœuds à l'entrée non inverseuse : $(v_{S3} - v_+)/R_4 + (0 - v_+)/R_4 = 0$, soit $v_+ = v_{S3}/2$.
— loi des nœuds à l'entrée inverseuse : $(v_{S2} - v_-)/R_4 + (u_0 - v_-)/R_4 = 0$, soit $v_- = (v_{S2} + u_0)/2$.
— $v_- = v_+$

Par conséquent $v_{S3} = v_{S2} + u_0$ et :

$$\boxed{u_0(t) = v_{S3} - v_{S2} = u_{C1}(t)}$$

L'AO4 est donc utilisé en montage soustracteur, et la tension d'entrée sur la borne inverseuse de l'AO5 est $u_0 = u_{C1}$. L'ensemble des AO 2, 3 et 4 est nécessaire pour assurer que C_1 soit bien traversé par l'intensité I.

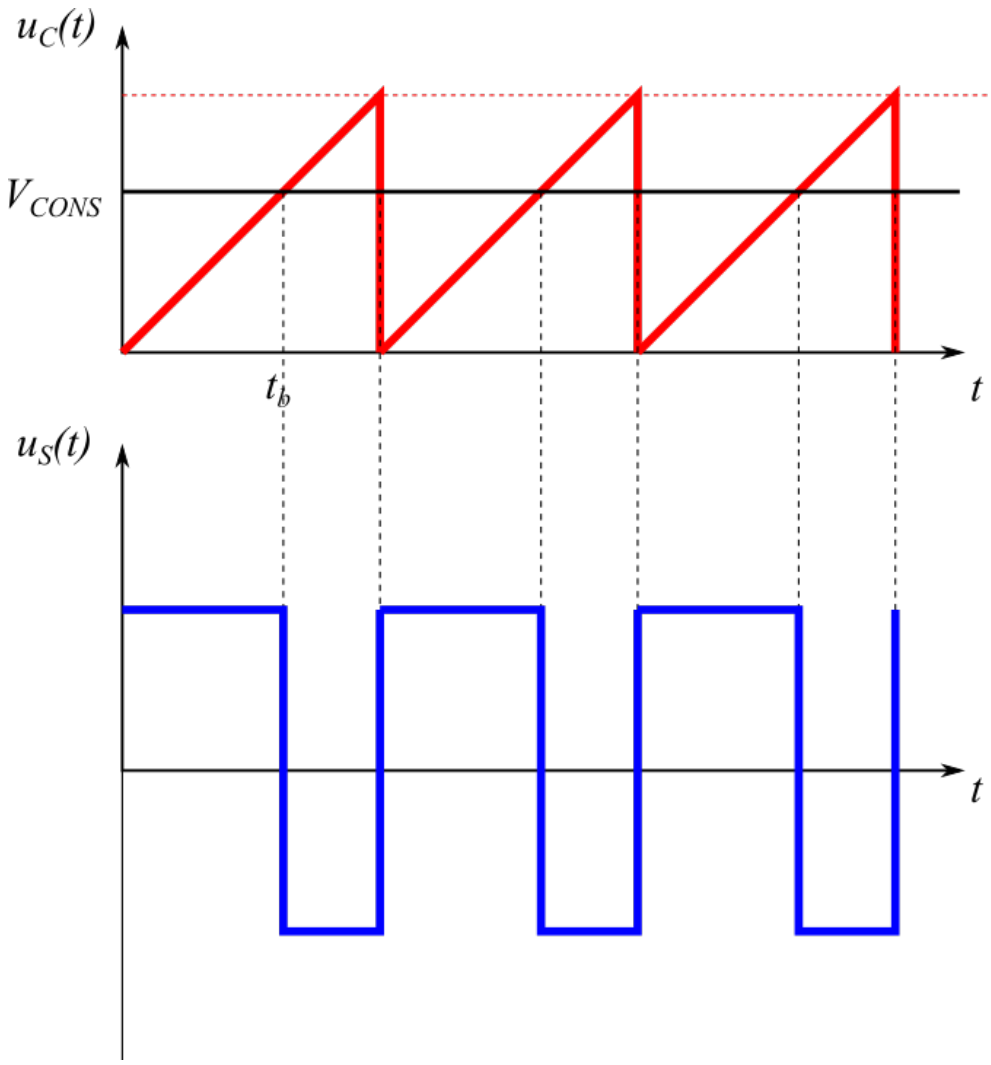
C.4 L'AO5 est utilisé en comparateur simple.
— si $u_0(t) < V_{CONS}$, $u_s(t) = +U_{sat}$
— si $u_0(t) > V_{CONS}$, $u_s(t) = -U_{sat}$
Considérons une valeur $0 < V_{CONS} < U_{c,\max}$. L'allure de la tension $u_s(t)$ sera alors la suivante :



Notons t_b la date où $u_0(t) = V_{CONS}$. On a :

$$\frac{U_{sat}}{R_1 C_1} t_b = V_{CONS} \Rightarrow t_b = \frac{V_{CONS} R_1 C_1}{U_{sat}}$$

L'association {r, D_1} constitue un montage redresseur :
— lorsque la diode est bloquée, $i = 0$, donc $u_1 = u_s$ avec la contrainte $u_1 \geq 0$;
— lorsque la diode est passante $u_1 = 0$ avec la contrainte $i = (u_1 - u_s)/r \geq 0$, soit $u_s \leq u_1 = 0$.
Par conséquent $u_1 = u_s$ si $u_s \geq 0$, et $u_1 = 0$ si $u_s \leq 0$.
Finalement sur une période $u_1(t)$ vérifie :
— $u_1(0 < t < t_b) = U_{sat}$;
— $u_1(t_b < t < T_{H2}) = 0$.



C.5 Le rapport cyclique vérifie

$$\alpha = \frac{t_b}{T_{H2}} = \frac{V_{CONS}}{U_{sat}} \frac{R_1 C_1}{T_{H2}}$$

Le rapport cyclique α est proportionnel à la tension de consigne V_{CONS} qui permet donc de contrôler via α la vitesse de rotation du moteur.

Pour une valeur donnée du rapport cyclique ($\alpha = 0,6$), la valeur de la tension de consigne est donnée par :

$$\boxed{V_{CONS} = \alpha \frac{T_{H2}}{R_1 C1} U_{sat} = 3,6 \text{ V}}$$

Le calcul de $\Omega = 1,9.10^3$ tr.min^{-1} pour cette valeur de α a été effectué à la question B.4.