

# DS n°6

PSI 2022/2023

Durée 4 heures - Calculatrices autorisées

## Partie 1 : Conditionnement d'un signal d'un capteur de position

Un capteur LVDT est associé à un conditionneur de signal qui délivre une tension continue proportionnelle à la position du noyau. Cette partie étudie le fonctionnement du conditionneur AD598 dont le schéma fonctionnel fourni par la notice est représenté en figure 1.

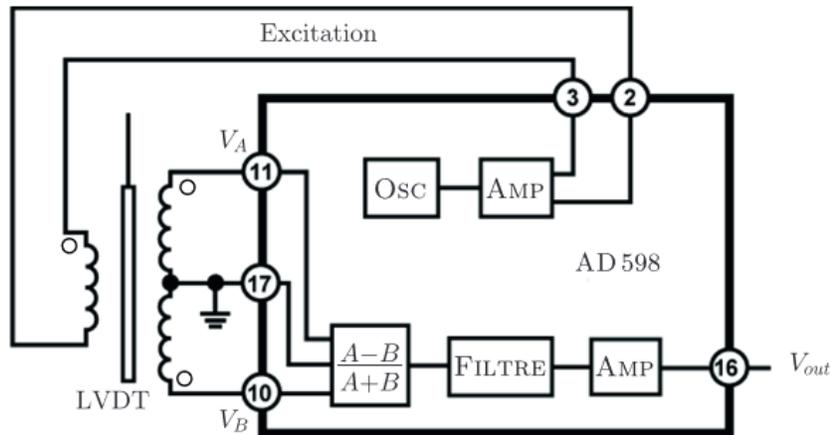


FIGURE 1 – Diagramme bloc fonctionnel du conditionneur AD598

L'AD598 comporte un oscillateur local, noté OSC en figure 1, générant une tension sinusoïdale dont la fréquence peut varier de 20 Hz à 20 kHz, suivi d'un amplificateur de tension qui délivre la tension  $u_p$  appliquée aux bornes du circuit primaire du LVDT.

L'oscillateur local produit dans un premier temps une tension périodique fonction triangulaire du temps qui est ensuite transformée en une tension sinusoïdale du temps grâce à un montage convertisseur à diodes.

À partir des deux tensions référencées par rapport au point de masse prises aux bornes des deux circuits secondaires du LVDT,  $V_A = u_2$  et  $V_B = u_1$ , le circuit intégré AD 598 construit une tension périodique en créneaux symétriques, de rapport cyclique  $\alpha$  égal au rapport  $\frac{A-B}{A+B}$ , où  $A$  et  $B$  sont respectivement les tensions proportionnelles aux amplitudes des tensions  $V_A$  et  $V_B$ . L'intérêt du conditionnement proposé par le composant AD598, par rapport aux procédés de détection envisageables, est de produire une tension de sortie proportionnelle au déplacement du noyau. La constante de cette proportionnalité est indépendante de la tension d'alimentation du circuit primaire de LVDT.

L'étude se focalise sur l'alimentation du circuit primaire.

Le bloc OSC de la figure 1 est constitué d'un générateur de tension en triangle suivi d'un convertisseur triangle-sinus à diodes. Le circuit générateur de tension en triangle est représenté en figure ??.

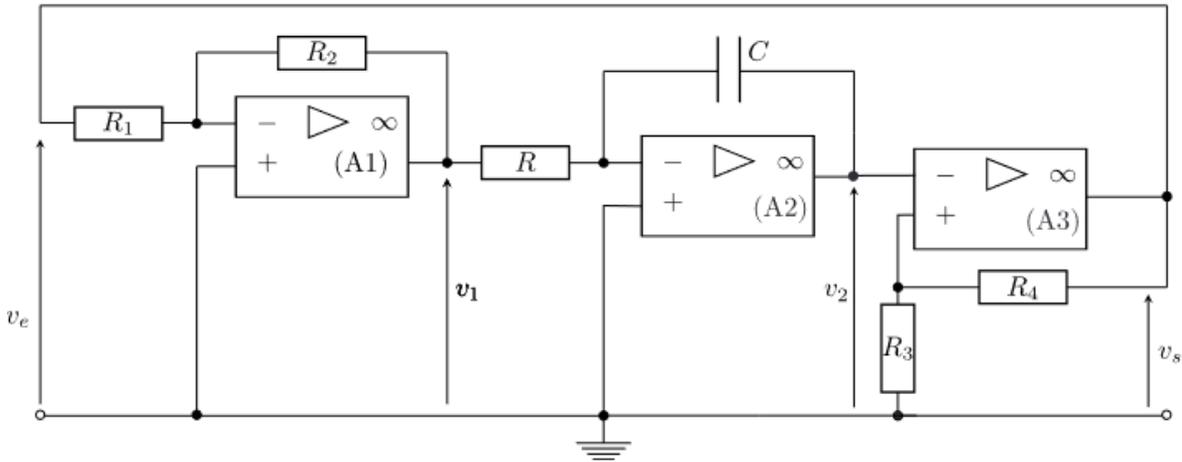


FIGURE 2 – Générateur de triangle

Les trois Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) sont idéaux et nommés (A1), (A2) et (A3) (voir figure 2). On notera  $+V_{\text{sat}}$  et  $-V_{\text{sat}}$  les tensions de saturation haute et basse des ALI.

❑ 1 — Après avoir rappelé la définition d'un ALI idéal, indiquer quels sont ceux qui fonctionnent en régime linéaire. On justifiera simplement la réponse.

Les tensions  $v_e(t)$ ,  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_s(t)$  sont des fonctions non sinusoïdales du temps.

❑ 2 — Établir la relation entre  $v_e(t)$  et  $v_1(t)$  puis celle entre  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$ .

❑ 3 — Déterminer la valeur de  $v_s$  selon les valeurs et le sens de variation de  $v_2$ , puis représenter graphiquement ces variations en reportant  $v_s$  en ordonnée et  $v_2$  en abscisse. On fera apparaître les valeurs remarquables sur chaque axe du graphique.

❑ 4 — En tenant compte des trois résultats précédents, déterminer les variations de  $v_2$  et  $v_s$  en fonction du temps. Représenter ces variations sur un même graphe.

Laquelle des tensions  $v_e(t)$ ,  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  et  $v_s(t)$  est une fonction triangulaire périodique du temps ? On nomme  $v_t(t)$  cette tension. Calculer sa période  $T$  en fonction de  $R, C, R, R_2, R_3$  et  $R_4$

❑ 5 — En fixant  $R = 1 \text{ k}\Omega$  et en prenant  $R_1 = R_2$  puis, uniquement pour cette application numérique  $R_3 = R_4$ , déterminer la valeur de  $C$  permettant d'obtenir une tension  $v_t(t)$  de fréquence 2 kHz.

Comment faire pour permettre à un utilisateur de l'AD598 de modifier à volonté cette fréquence ?

Exprimer l'amplitude  $E$  de la tension  $v_t(t)$  en fonction des données du circuit de la figure 2. Sur quels paramètres de ce circuit faut-il agir afin de modifier cette amplitude ?

Déterminer la condition sur ces paramètres pour que  $E/V_{\text{sat}} = 0,22$ . Calculer dans ce cas la valeur de  $E$  en prenant  $V_{\text{sat}} = 15 \text{ V}$ .

L'origine des temps étant arbitrairement fixée, la figure 3 contient, d'une part, les variations de la tension triangulaire réduite  $v_t/E$  en fonction du temps réduit  $\theta = t/T$  et, d'autre part, celles de la tension sinusoïdale réduite  $v_0/E$  en fonction de  $\theta$  que l'on souhaite obtenir après la conversion triangle-sinus.

Afin de réaliser cette conversion, on utilise un montage conformateur à diodes représenté en figure 10. Les diodes sont toutes identiques. En notant  $i_d$  leur courant direct et  $u_d$  la tension en convention récepteur (figure 4), le fonctionnement de chaque diode est tel que si  $i_d > 0$  alors  $u_d = U_s > 0$  et si  $i_d = 0$  alors  $u_d \leq U_s$ .

Pour toute la suite, on prendra une tension de seuil égale à  $U_s = 0,7 \text{ V}$ .

Le montage conformateur, alimenté par la tension  $v_t$ , est dimensionné pour délivrer une tension  $v_s$

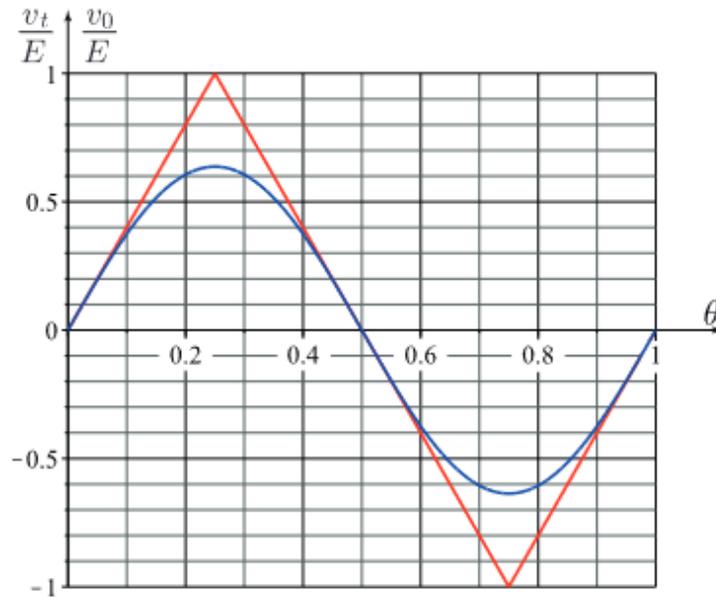


FIGURE 3 – Conversion triangle-sinus

se rapprochant au mieux de la tension  $v_0$  représentée en figure 3. Le dimensionnement consiste, entre autres, à choisir correctement les résistances  $r_1$  et  $r_2$ , lorsque  $r_0 = 1,0 \text{ k}\Omega$ . Ce choix sera effectué pour une valeur du courant de sortie  $i_s = 0$ .

□ 6 — Pour  $0 \leq \theta = \frac{t}{T} \leq \frac{1}{4}$ , donner l'expression de  $v_t$  en fonction de  $\theta$  et de  $E$ .

On considère l'association des deux diodes dans la cellule en traits pointillés (1).

□ 7 — Montrer que les deux diodes ne peuvent conduire le courant simultanément.

Montrer qu'il existe une valeur  $U_1 > 0$  telle que si  $0 \leq v_s \leq U_1$  alors le courant dans la résistance  $r_1$  est nul et, si  $v_s > U_1$ , ce courant n'est pas nul. Exprimer  $U_1$  en fonction de  $U_s$ .

On considère l'association des quatre diodes dans la cellule en traits pointillés (2).

□ 8 — Montrer qu'il existe une valeur  $U_2 > 0$  telle que si  $0 \leq v_s \leq U_2$  alors le courant dans la résistance  $r_2$  est nul et si  $v_s > U_2$  ce courant n'est pas nul. Exprimer  $U_2$  en fonction de  $U_s$ .

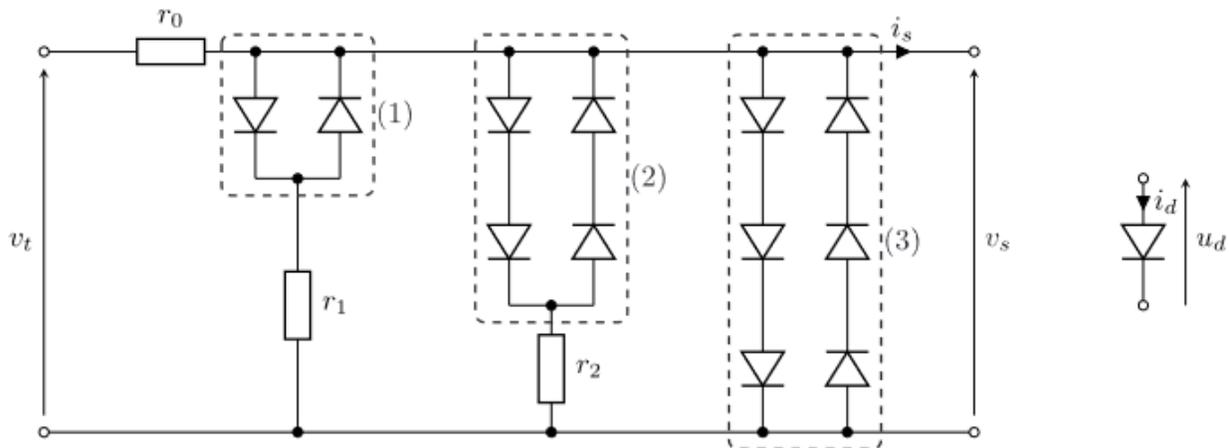


FIGURE 4 – Montage convertisseur

On considère finalement le bloc de la cellule en traits pointillés (3).

□ 9 — Montrer que la valeur positive maximale de  $v_s$ , notée  $V_{\max}$ , vaut  $3U_s$ .

On note désormais  $s(\theta) = V_{\max} \sin(2\pi\theta)$  la tension sinusoïdale idéale que l'on souhaite obtenir en sortie du montage de la figure 4, de même période que  $v_t$ .

□ 10 — Déterminer la relation à imposer entre  $U_s$  et  $E$  afin que les deux pentes en  $\theta = 0$  des courbes  $v_t(\theta)$  et  $s(\theta)$  en fonction de  $\theta$  soient identiques. On vérifiera que cette condition revient à identifier le rapport  $E/U_s$  à une fraction de  $\pi$  et on supposera cette relation vérifiée par la suite.

□ 11 — Pour  $v_s < U_1$ , quelle est l'expression de  $v_s$  en fonction de  $v_t$  puis celle en fonction de  $\theta$ ? En déduire la valeur  $\theta_1$  de  $\theta$  telle que  $v_s(\theta_1) = U_1$ . On simplifiera cette valeur en utilisant la condition déduite à la question précédente.

□ 12 — On suppose pour cette question  $U_1 < v_s < U_2$ .

Exprimer  $v_s$  en fonction de  $v_t$ ,  $U_s$ ,  $r_1$  et  $r_0$  puis en fonction de  $U_s$ ,  $r_1$ ,  $r_0$ ,  $E$  et  $\theta$ .

Quelle doit être la valeur du rapport  $\rho_1 = r_0/r_1$  afin que les pentes des courbes  $v_s(\theta)$  et  $s(\theta)$  soient identiques lorsque  $\theta \rightarrow \theta_1$  par valeurs supérieures? On exprimera  $\rho_1$  uniquement en fonction du cosinus de  $1/3$ .

Cette condition étant vérifiée, exprimer  $v_s$  en fonction de  $U_s$ ,  $\rho_1$ ,  $E$  et  $\theta$  puis déduire l'expression de  $\theta_2$  défini par  $v_s(\theta_2) = U_2$  que l'on mettra sous la forme  $\theta_2 = \alpha\theta_1$  et dans laquelle on exprimera la constante  $\alpha$  uniquement en fonction du cosinus de  $1/3$ .

□ 13 — On suppose pour cette question  $U_2 < v_s < 3U_1$ . Déterminer l'expression de  $v_s$  en fonction de  $U_s$ ,  $r_0$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $E$  et  $\theta$

La valeur du rapport  $\rho_2 = \frac{r_0}{r_2}$  est fixée afin que les pentes des courbes  $v_s(\theta)$  et  $s(\theta)$  soient identiques lorsque  $\theta \rightarrow \theta_2$  par valeurs supérieures. On peut alors déterminer la valeur  $\theta_3$  telle que  $v_s(\theta_3) = 3U_1$ .

□ 14 — Montrer que  $v_s(\theta) = 3U_1$  si  $\theta_3 < \theta < \frac{1}{4}$ .

En réalisant le dimensionnement précédent, on obtient la tension  $v_s(\theta)$  représentée en figure 5 sur laquelle figurent également les tensions  $v_t(\theta)$  et  $s(\theta)$ .

□ 15 — Proposer un aménagement du montage de la figure 10 permettant de réduire les écarts entre  $v_s(\theta)$  et  $s(\theta)$

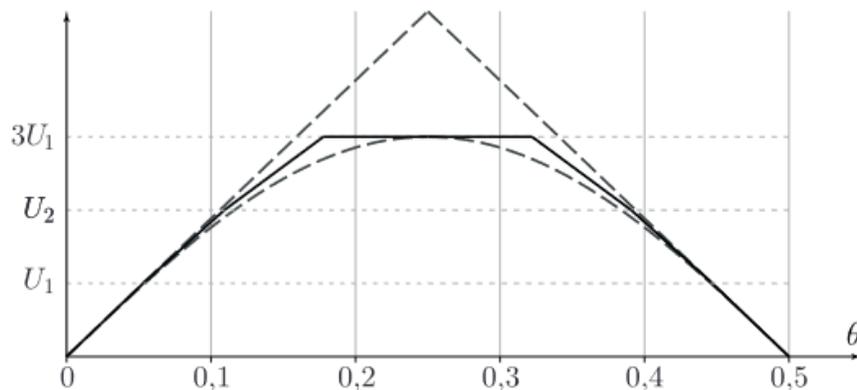
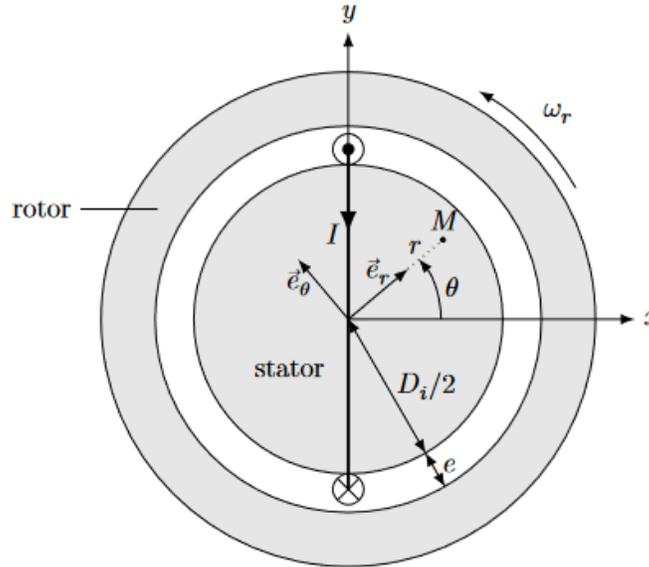


FIGURE 5 – Tensions  $v_s(\theta)$ ,  $v_t(\theta)$  et  $s(\theta)$ .

## Problème 2 : Générateur à aimants d'une éolienne Daerrius

### Générateur

On étudie la production d'énergie électrique par l'éolienne au moyen d'un générateur utilisant des aimants permanents. Il est constitué d'un stator intérieur cylindrique de diamètre  $D_i$  et de longueur  $L_r$  selon  $\vec{e}_z$ . Le rotor a un diamètre intérieur noté  $D_i + 2e$ , avec  $e \ll D_i$  l'entrefer du dispositif et est maintenu en rotation autour de l'axe  $\vec{e}_z$  par une liaison pivot, sa position angulaire étant notée  $\theta_r$ .



**Figure 8** Rotor et stator du générateur (un courant d'intensité  $I$  parcourt l'enroulement autour du stator)

Le rotor et le stator sont constitués d'un matériau ferromagnétique doux de perméabilité magnétique relative  $\mu_r$  supposée infinie.

**III.A** – On admet que la longueur axiale  $L_r$  est suffisamment grande pour que le champ magnétique dans l'entrefer soit indépendant de la coordonnée  $z$ . On admet également qu'il y est toujours radial, dirigé selon  $\vec{e}_r$ . On enroule autour du stator un câble parcouru par un courant électrique d'intensité  $I > 0$  comme représenté sur la Figure 8. On se place dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires magnétiques. Comme l'entrefer est très fin, ( $e \ll D_i$ ), on peut considérer que la norme du champ magnétique y est indépendante de  $r$ .

**Q 17.** Montrer que le champ magnétique dans l'entrefer a pour intensité :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2e} \quad (\text{III.1})$$

et préciser son sens en fonction de l'angle  $\theta$ .

**Q 18.** On enroule autour du stator une deuxième spire parcourue par le même courant  $I$ , dans un plan de vecteur normal orienté selon  $\vec{e}_y$ . Tracer la courbe représentative du champ magnétique total  $B(\theta) = \vec{B} \cdot \vec{e}_r$  dans l'entrefer en fonction de  $\theta$ .

On enroule maintenant un grand nombre de spires dans différents plans et on admet qu'une répartition adéquate permet d'obtenir un champ magnétique statorique dans l'entrefer qui varie sinusoidalement avec l'angle  $\theta$  selon

$$\vec{B}_s(I) = B_0(I) \cos(\theta) \vec{e}_r \quad \text{avec} \quad B_0(I) = \frac{N \mu_0 I}{2e} \quad (\text{III.2})$$

où  $N$  est le nombre effectif de tours de l'enroulement.

Cette expression sera valable dans toute la suite.