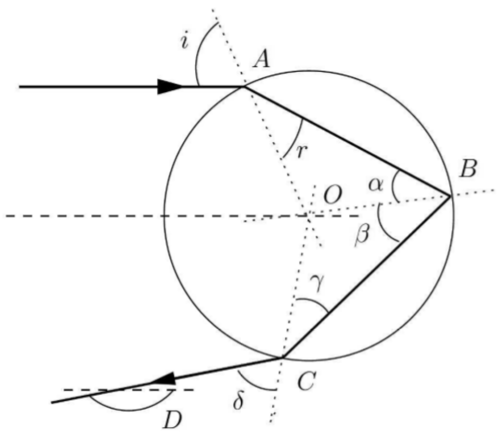
TD n°29 Révisions d'optique

ENCPB - Pierre-Gilles de Gennes

1. L'arc-en-ciel

La lumière du Soleil est supposée contenir toutes les longueurs d'onde du visible. Dans l'atmosphère, la lumière solaire rencontre des gouttes d'eau supposées sphériques de rayon R. Une goutte d'eau de centre O est atteinte par un faisceau parallèle de lumière solaire sous des incidences i variant entre 0 et 90°. Sur la figure ci-dessous est représenté un rayon particulier. L'eau est considérée comme un milieu transparent d'indice n. L'air est pris comme un milieu d'indice 1.



1. Au point A où le rayon considéré rencontre la goutte d'eau, y-a-t-il réflexion **et** réfraction, ou seulement réfraction ? Exprimer l'angle r de réfraction en fonction de l'angle d'incidence i et de l'indice n. Les angles sont pris positifs par définition.

2. Calculer $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}i}$ en fonction seulement de l'indice n et de $\sin i$.

3. Au point B, y-a-t-il réflexion et réfraction, ou seulement réflexion ? Evaluer les angles α et β en fonction de i et/ou r.

4. En C, expliquer pourquoi le rayon peut sortir de la goutte. Evaluer les angles γ et δ en fonction de i et/ou r.

5. On appelle déviation D l'angle entre le rayon incident en A et le rayon réfracté en C. Montrer que $D = 2(i-2r)+\pi$.

En pratique, la lumière repart principalement dans la direction du minimum de déviation, c'est à dire pour une valeur $D(i_0)$ où i_0 est l'angle incident vérifiant $\dfrac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}i}(i_0) = 0$.

6. Exprimer $\sin i_0$ en fonction de n.

Une caractéristique essentielle dans le phénomène d'arc-en-ciel est la dispersion de la lumière par l'eau. En d'autres termes, l'indice de l'eau est fonction de la longueur d'onde.

6. Application numérique. Déterminer i_0 en degré pour le rouge et pour le bleu. En déduire la valeur du minimum de déviation pour le bleu et pour le rouge. *Données :* indice de l'eau pour le rouge $n_R = 1,331$, indice de l'eau pour le bleu $n_B = 1,337$.

7. Pour observer l'arc-en-ciel, faut-il se placer de dos ou face au Soleil ? Le rouge est-il à l'intérieur ou à l'extérieur du cercle ? On fera un schéma.

2. Astronomie amateur

On s'intéresse à quelques éléments du matériel d'un astronome amateur adepte de l'imagerie numérique et désirant photographier Jupiter lors d'une période favorable à son observation.

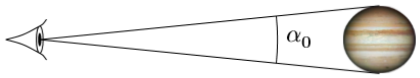


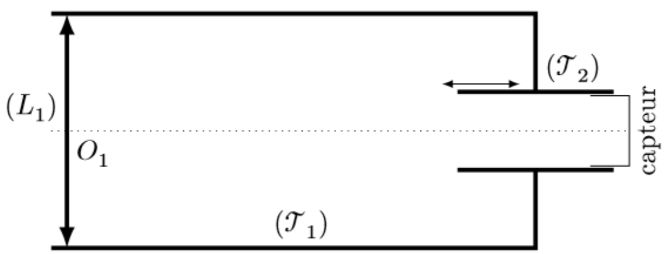
Figure 3

1. Pour un observateur terrestre, Jupiter est vue sous un angle α qui varie suivant la distance Terre-Jupiter. Les orbites de la Terre et de Jupiter sont assimilées à des cercles dans un même plan, ayant pour centre le Soleil, de rayons respectifs $R_T = 150.10^6$km et $R_J = 780.10^6$km et décrits dans le même sens. Jupiter est modélisée par une sphère de diamètre $d_J = 140.000$km.

   (a) Calculer sous quel angle maximal α_0 on voit Jupiter depuis la Terre. On dit alors que la Terre et Jupiter sont en opposition.

   Pour la suite, on adoptera la valeur $\alpha_0 = 50''$ ($3600'' = 1°$).

2. L'astronome amateur désire photographier la planète Jupiter vue depuis la Terre à l'opposition. Il utilise une lunette astronomique (voir ci-dessous) dont l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1 de diamètre $d_1 = 235$mm et de distance focale $f'_1 = 2350$mm, monté sur un tube $\mathscr{T}_1$. Une caméra CCD est fixée sur un tube $\mathscr{T}_2$ appelé *porte oculaire*. La mise au point est faite en faisant coulisser $\mathscr{T}_2$. Dans toute la suite on se placera dans le cadre de l'optique géométrique et dans les conditions de Gauss.



   Le fabricant de la caméra donne les caractéristiques techniques suivantes pour le capteur : modèle ICX618, type CCD, noir et blanc, rectangulaire de diagonale $d_c = 4,48$mm, surface $S_c = 9,63\text{mm}^2$, comptant $N = 307200$ pixels de forme carrée.

   (a) Calculer la largeur ℓ_c et la hauteur h_c du capteur, ainsi que la largeur ε_c d'un pixel.

   (b) Expliquer pourquoi il est très raisonnable de considérer que Jupiter est située à l'infini, ce qu'on supposera pour toute la suite.

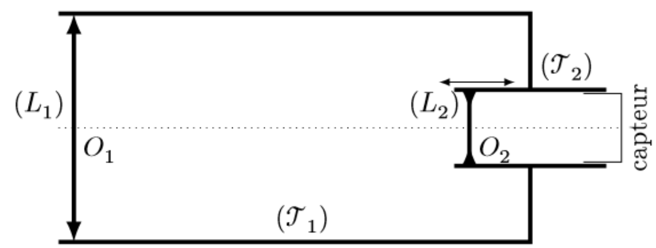
   (c) À quelle distance de L_1 faut-il placer le capteur pour y obtenir une image nette de Jupiter ? Quelle est alors la largeur, exprimée en nombre de pixels, de l'image de Jupiter sur le capteur ?

   (d) Pour estimer la précision avec laquelle on doit faire la mise au point, on suppose que l'ensemble ($\mathscr{T}_2$-capteur) se trouve à une distance ε_0 de la position assurant une image parfaitement nette.

   En raisonnant sur les rayons issus du point de Jupiter situé sur l'axe optique de L_1, expliquer physiquement (faire un schéma) que l'image de ce point sur le capteur n'est plus ponctuelle et forme une tache de largeur ε_t. On distinguera les deux sens possibles de décalage du porte oculaire.

   (e) À quelle condition sur ε_t et ε_c cette non ponctualité ne se remarquera pas sur le capteur utilisé ? En déduire la valeur maximale autorisée pour ε_0 sans qu'il y ait d'incidence sur la netteté de l'image formée sur le capteur (tolérance sur la mise au point).

3. Pour obtenir une image plus grande de la planète, on intercale une lentille de Barlow, modélisée ici par une lentille mince (L_2) divergente, de distance focale f'_2, placée à la distance $D_{2c} = 200$mm du capteur (figure ci-dessous). La mise au point se fait en translatant l'ensemble (L_2-capteur), fixé sur le tube porte oculaire. On notera D_{12} la distance entre (L_1) et (L_2) et on admettra que F'_1 est situé entre (L_2) et le capteur.

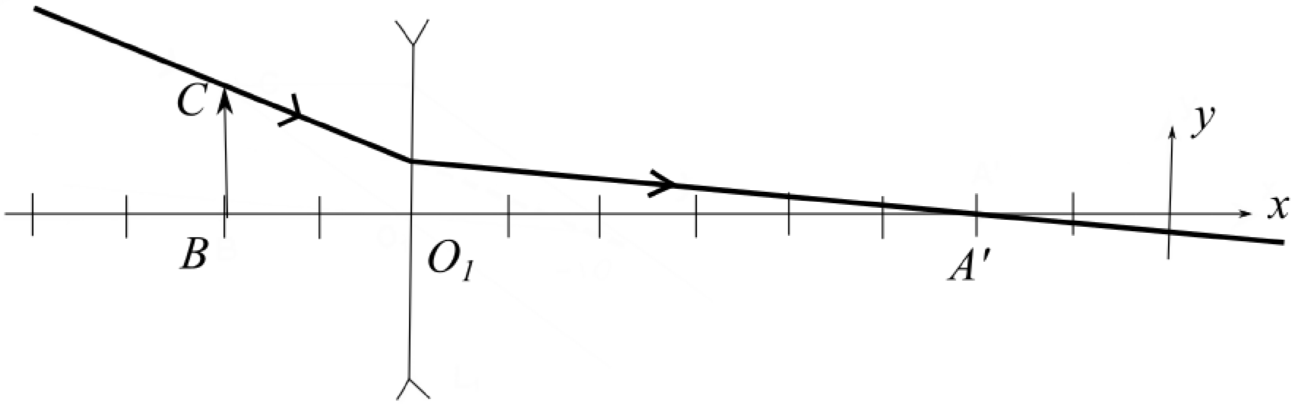


   (a) Comment faut-il choisir f'_2 et à quelle valeur doit-on régler D_{12} pour que le dispositif produise sur le capteur de la caméra une image de Jupiter trois fois plus large que précédemment ?

   On rappelle la relation de conjugaison de Descartes pour une lentille mince $\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$.

3. Lentille divergente

13. La lentille mince L_1 représentée ci-dessous de centre optique O_1 et de distance focale image f_1' est utilisée pour faire l'image d'un objet réel BC de taille 15 cm. Sur la figure ci-après, on a représenté un rayon lumineux incident passant par le point C. Chaque graduation le long de l'axe optique correspond à une distance de 5 cm.



En s'appuyant sur la construction graphique du rayon émergent croisant l'axe optique en A', déterminer f_1'.

A) $f_1' = 7{,}5\,\text{cm}$ B) $f_1' = -10\,\text{cm}$ C) $f_1' = 30\,\text{cm}$ D) $f_1' = -30\,\text{cm}$

14. Déterminer la position d'un point objet A donnant une image en A'.

A) $\overline{O_1A} = 7{,}5\,\text{cm}$ B) $\overline{O_1A} = -10\,\text{cm}$ C) $\overline{O_1A} = -\infty$ D) $\overline{O_1A} = 10\,\text{cm}$

15. Déterminer la position B', image de B par la lentille L_1.

A) $\overline{O_1B'} = \infty$ B) $\overline{O_1B'} = -5\,\text{cm}$ C) $\overline{O_1B'} = 40\,\text{cm}$ D) $\overline{O_1B'} = -25\,\text{cm}$

16. Quelle est la taille de $B'C'$ image de BC par L_1 ?

A) $|B'C'| = 15{,}0\,\text{cm}$ B) $|B'C'| = 3{,}75\,\text{cm}$ C) $|B'C'| = 1{,}0\,\text{cm}$ D) $|B'C'| = 7{,}5\,\text{cm}$

4. Lunette astronomique

La lunette astronomique est un système centré constitué d'un objectif et d'un oculaire. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de centre optique O_1, de distance focale f'_1 et de diamètre D_1. L'oculaire est une lentille mince convergente de centre optique O_2, de distance focale f'_2 et de diamètre D_2.

L'objectif donne, d'un objet éloigné, une image réelle appelée image objective. Cette dernière est observée au moyen de l'oculaire.

B.1-

B.1.1- A quelle condition l'œil d'un observateur, supposé sans défaut, n'accommode pas (ne se fatigue pas) ? En déduire la position relative de l'objectif et de l'oculaire. Ce système optique possède-t-il des foyers ? Comment se nomme un tel système optique ?

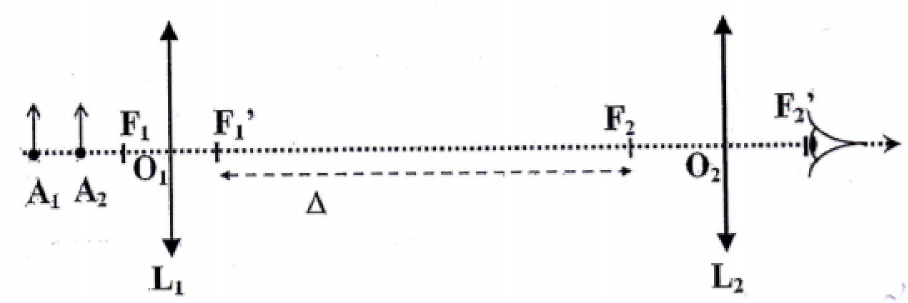
B.1.2- Rappeler les conditions de Gauss. Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle θ avec l'axe optique et émergeant sous un angle θ' dans les conditions de Gauss (figure 7).

Déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \dfrac{\theta'}{\theta}$ en fonction de f'_1 et f'_2, et calculer ce grossissement si $f'_1 = 1{,}0$ m et $f'_2 = 20$ mm.

5. Microscope

25. Un microscope se compose de deux lentilles convergentes : l'objectif L_1 de distance focale image $f_1' = 5$mm et l'oculaire L_2 de distance focale $f_2' = 25$ mm (cf.figure ci-dessous qui n'est pas à l'échelle).

Ces deux lentilles sont maintenues à une distance fixe l'une de l'autre $\overline{F_1'F_2} = \Delta$. Lors du réglage du microscope pour effectuer la mise au point sur un objet, on déplace, à l'aide d'une vis micrométrique, l'ensemble des deux lentilles en maintenant Δ constant. L'observateur place son œil au niveau de F_2'. L'étude sera menée dans le cadre de l'approximation de Gauss.



Si l'on note A_1' l'image de A_1 par la lentille L_1, la formule de Newton s'écrit

A) $\overline{F_1A_1} \times \overline{F_1A_1'} = -f_1'^2$

B) $\overline{F_1A_1} \times \overline{F_1'A_1'} = -f_1'^2$

C) $\overline{F_1'A_1} \times \overline{F_1'A_1'} = f_1'^2$

D) $\overline{F_1A_1} \times \overline{F_1'A_1'} = \overline{O_1A_1} \times \overline{O_1A_1'}$

26. Sachant qu'un point objet A_1 placé à 0,10 mm en avant de F_1 est vu net par l'observateur lorsqu'il n'accommode pas, déterminer Δ

A) $\Delta = 0$ B) $\Delta = 16$ mm C) $\Delta = 6{,}0$ cm D) $\Delta = 25$ cm

27. Lorsqu'il accommode au maximum, l'observateur, sans microscope, voit net les objets placés à d = 20 cm en avant de son œil (ce point est le punctum proximum). Déterminer, lors de l'accommodation maximale, la position du point objet A_2 vu net par l'observateur à travers le microscope.

A) $\overline{F_1A_2} = \dfrac{-f_1'^2 d}{d\Delta + f_2'^2}$

B) $\overline{F_1A_2} = \Delta + d$

C) $\overline{F_1A_2} = \dfrac{f_1'^2}{\Delta - d + 2f_2'^2}$

D) $\overline{F_1A_2} = \dfrac{f_2'^2}{\Delta + d + f_1'}$

28. Exprimer le grandissement transversal γ_t pour la lentille L_1 d'un objet placé perpendiculairement à l'axe optique au point A_1 :

A) $\gamma_t = -\dfrac{\overline{F_1'A_1'}}{\overline{F_1A_1}}$ B) $\gamma_t = -\dfrac{\overline{F_1'A_1'}}{f_1'}$ C) $\gamma_t = \dfrac{f_1'}{\overline{F_1A_1}}$ D) $\gamma_t = \dfrac{\overline{F_1'A_1'}}{\overline{F_1A_1}}$