

Décharge d'un condensateur dans l'air

1) D'après le théorème de Gauss appliqué à la sphère (Σ) de centre O et de rayon r contenant la charge $q(t)$:

$$\oint_{\Sigma} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q(t)}{\epsilon_0}$$

$$\oint_{\Sigma} E(r;t) dS = \frac{q(t)}{\epsilon_0}$$

$$E(r;t) 4\pi r^2 = \frac{q(t)}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}(r;t) = \frac{q(t)}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$$

Vue de l'extérieur la sphère chargée $q(t)$ est équivalente à la charge ponctuelle $q(t)$ située en O . Cette équivalence est due à la symétrie sphérique et à l'uniformité de la distribution de charges.

2) D'après MA: $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$\text{or } \vec{B} = \vec{0}$$

$$\text{d'où } \vec{j} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

D'autre part d'après la loi d'Ohm locale: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

$$\text{d'où } \sigma \vec{E} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$$

$$\frac{\sigma q(t)}{4\pi\epsilon_0 r^2} + \frac{1}{4\pi r^2} \dot{q} = 0$$

$$\dot{q} + \frac{\sigma}{\epsilon_0} q = 0$$

$$\dot{q} + \frac{q}{\tau} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{q(t) = q_0 e^{-t/\tau}}$$

$$\text{Posons } \tau = \frac{\epsilon_0}{\sigma} \quad \text{si } \sigma \nearrow$$

L'air humide est plus conducteur que l'air sec $\Rightarrow$ la décharge est d'autant plus rapide que l'air est sec.