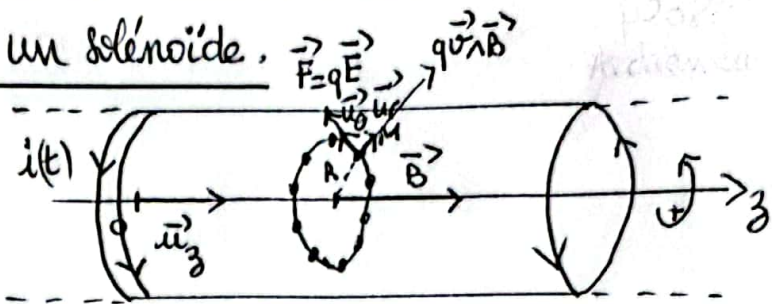


Disque dans un solénoïde.

Analyse physique:



- Solénoïde parcouru par $i(t)$ crée $\vec{B}(M) = \mu_0 i(t) \vec{u}_z = B(t) \vec{u}_z$ en négligeant les effets de bord (solénoïde infiniment long).

- D'après l'équation de Maxwell - Faraday : $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (MF)
Or $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$ induit $\vec{E}$.

le plan $(M; \vec{u}_r; \vec{u}_z)$ est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant donc $\vec{E}(M)$ est orthogonal à ce plan soit :

$$\vec{E}(M) = E(R) \vec{u}_\theta$$

Invariance de la distribution par translation le long de (Oz) et par rotation d'angle θ .

- $\vec{F} = q \vec{E}(M) = q E(R) \vec{u}_\theta$ fait tourner les billes chargées et donc le disque autour de (Oz) .

Les interactions électrostatiques entre les billes chargées sont intérieures au système (disque + billes) et donc ne jouent aucun rôle dans le mouvement du système autour de (Oz) .

- le mouvement de rotation des billes équivaut à un courant induit qui crée un $\vec{B}$ induit selon $(-\vec{u}_z)$ qui s'oppose à la cause $(\frac{\partial B}{\partial t} > 0)$ qui lui a donné naissance d'après la loi de modération de Lenz : $\omega(t) < 0$

$$(\vec{F} = q \vec{u}_\theta \wedge B \vec{u}_z = q B \vec{u}_r \text{ a un moment nul selon } (Oz).)$$

Compétences:

- magnétostatique
- Equation de Maxwell - Faraday + loi de Lenz
- solide en rotation autour d'un axe fixe,

• Analyse quantitative: $\omega(t) = ?$

On intègre (MF) sur une ligne de champ de $\vec{E}^{(E)}$ i.e le cercle de rayon R et d'axe (Oz) :

$$\oint_{(E)} \vec{E}(M) \cdot d\vec{l} = \iint_{(S)} \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S} \vec{u}_z \quad \text{où } (S) \text{ est le disque délimité par } (E) \text{ d'après le théorème de Stokes.}$$

$$\oint_{(E)} E(R) \vec{u}_\theta \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_{(S)} B \vec{u}_z \cdot d\vec{S} \vec{u}_z$$

$$2\pi R E(R) = - \frac{\partial (B \pi R^2)}{\partial t}$$

$$\text{or } B = \mu_0 i(t)$$

$$\text{d'où } 2\pi R E(R) = - \pi R^2 \mu_0 \frac{di}{dt}$$

$$\vec{E}(R) = - \frac{\mu_0 R}{2} \frac{di}{dt} \vec{u}_\theta = E(R) \vec{u}_\theta$$

Chaque bille chargée q est soumise à $\vec{F} = q \vec{E}$.

D'après le théorème du moment cinétique appliqué au système {disque + charges} dans le référentiel du laboratoire considéré galiléen;

$$\frac{dL_z}{dt} = \mathcal{M}_z(\vec{F}) \quad \text{avec } L_z = J\omega \quad \text{et } \mathcal{M}_z(\vec{F}) = (R \vec{u}_r \wedge q E(R) \vec{u}_\theta)_z$$

où J est le moment d'inertie

On considère la liaison pivot parfaite.

$$= q R E(R) \vec{u}_z \cdot \vec{u}_z = q R E(R)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = - q \frac{R^2}{2} \mu_0 \frac{di}{dt}$$

Si $0 < t < \tau$:

$$\frac{d\omega}{dt} = - q \frac{R^2}{2J} \mu_0 \frac{i_0}{\tau} \quad \text{soit}$$

$$\boxed{\omega(t) = - q \frac{R^2}{2J} \mu_0 \frac{i_0}{\tau} t} \quad \text{car } \omega(t=0) = 0$$

Si $t > \tau$:

$$\frac{di}{dt} = 0 \quad \text{soit} \quad \frac{d\omega}{dt} = 0$$

$$\boxed{\omega(t) = \omega(t=\tau) = - q \frac{R^2}{2J} \mu_0 i_0} \quad \text{on}$$

l'absence de frottements