

1) Calcul du champ électromagnétique $\vec{E}$ et $\vec{B}$:a) On applique le théorème d'Ampère pour calculer $\vec{B}$:• $I_{\text{enclosée}} \neq 0$ seulement entre les 2 conducteurs cylindriques $\Rightarrow \vec{B} \neq \vec{0}$ seulement

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I$$

Tout plan $(M; O_z)$ est un plan de symétrie.Donc $\vec{B}(M) \perp \vec{O_z} \Rightarrow \vec{B}(M) = B(M) \vec{e}_\theta$ Invariance par rotation d'angle θ autour de (O_z)
et translation le long de (O_z)

$$\Rightarrow B = B(r; \theta; z)$$

$$\Rightarrow \vec{B} = B(r) \vec{e}_\theta$$

On considère un cercle centré sur (O_z) de rayon r ($a < r < b$) comme contour d'Ampère:

$$\int_0^{2\pi} B(r) \times r d\theta = \mu_0 I$$

$$2\pi r B = \mu_0 I$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta}$$

$$B(r) \times r \int_0^{2\pi} d\theta = \mu_0 I$$

b) d'après le théorème de Gauss: $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ si $a < r < b$ espace vide de charge: $\rho = 0$
etc) $\text{div} \vec{E} = 0$ or $\text{div} \vec{E} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rE_r)}{\partial r} = 0$

$$rE = \text{cte} = K$$

$$\vec{E} = \frac{K}{r} \vec{e}_r \text{ car } \vec{E}(M) \text{ est dans le plan de symétrie et } E = E(r).$$

$$\text{or } \vec{E} = -\vec{\text{grad}} V$$

$$\Leftrightarrow E = -\frac{dV}{dr}$$

$$\frac{dV}{dr} = -\frac{K}{r}$$

intégration 1 fois/r: $V(r) = -K \ln r + \text{cte}$

$$\begin{aligned} V_1 &= -K \ln a + \text{cte} \\ V_2 &= -K \ln b + \text{cte} \end{aligned} \quad \left| \begin{aligned} V_1 - V_2 &= -K \ln \frac{a}{b} \Rightarrow K = \frac{V_1 - V_2}{\ln b/a} \end{aligned} \right.$$

$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{V_1 - V_2}{\ln(b/a)} \frac{1}{r} \vec{e}_r}$$

2) Par définition du vecteur de Poynting:

$$\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

$$\vec{R} = \frac{1}{\mu_0} \frac{(V_1 - V_2)}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{z} \vec{e}_r \wedge \frac{\mu_0 I}{2\pi z} \vec{e}_\theta$$

$$\boxed{\vec{R} = \frac{(V_1 - V_2) I}{z^2 2\pi \ln(b/a)} \vec{e}_z}$$

l' énergie em se propage le long de (Oz) car $\vec{R} // \vec{e}_z$.

3) La puissance rayonnée par le champ $\vec{E} - \vec{B}$ est définie par le flux de $\vec{R}$ à travers la section droite:

$$P_{ray} = \iint_{\Sigma} \vec{R} \cdot d\vec{S} = \frac{(V_1 - V_2) I}{2\pi \ln(b/a)} \int_a^b \vec{e}_z \times \frac{2\pi z}{z^2} dz \vec{e}_z$$

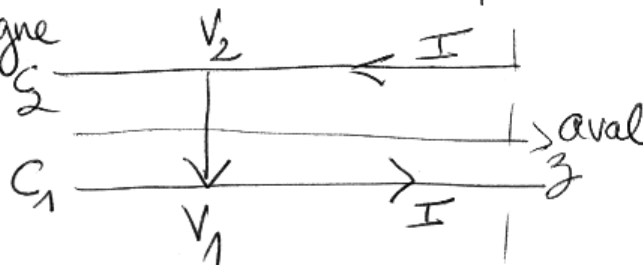
$$P_{ray} = \frac{(V_1 - V_2) I}{\ln(b/a)} \left[\ln z \right]_a^b = \frac{(V_1 - V_2) I}{\ln(b/a)} \ln(b/a)$$

$$\boxed{P_{ray} = (V_1 - V_2) I}$$

→ indépendant de z car absence de pertes

→ on retrouve $P = UI$ électrocinétique 1ère année

→ OK pour le signe



convention récepteur